



I S E M P R E V E R D E

GALILEO GALILEI

★ ★ ★

Le opere di Galileo Galilei: edizione
nazionale sotto gli auspici di Sua
Maestà il Re d'Italia – volume 8.

ATHENA
EDIZIONI

Athena Edizioni ti regala questo libro in formato cartaceo, stampato e spedito gratuitamente a casa tua. Infatti per ogni libro acquistato dal sito potrai scegliere un libro della collana Sempreverde in omaggio. Visita edizioniathena.it per maggiori informazioni.

GIORNATA PRIMA.

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO E SIMPLICIO¹.

SALV. Largo campo di filosofare a gl'intelletti speculativi parmi che porga la frequente pratica del famoso arsenale di voi, Signori Veneziani, ed in particolare in quella parte che meccanica si domanda; atteso che quivi ogni sorte di strumento e di machina vien continuamente posta in² opera da numero grande d'artefici, tra i quali, e per l'osservazioni fatte da i loro antecessori, e per quelle che di propria avvertenza vanno continuamente per sè stessi facendo³, è forza che ve ne siano de i peritissimi e di finissimo discorso.

¹ *Sagredo, Simplicio*

² *continuamente messa in*

³ *vanno per sè stessi continuamente facendo*

SAGR. V. S. non s'inganna punto: ed⁴ io, come per natura curioso, frequento per mio diporto la visita di questo luogo e la pratica di questi che noi, per certa preminenza che tengono sopra 'l resto della maestranza, domandiamo protî; la conferenza de i quali mi ha più volte aiutato nell'investigazione della ragione di effetti non solo maravigliosi, ma reconditi ancora e quasi inopinabili. È vero che tal volta anco mi ha⁵ messo in confusione ed in disperazione di poter penetrare come possa seguire quello che, lontano da ogni mio concetto, mi dimostra il senso esser vero. E pur quello che poco fa ci diceva quel buon vecchio è un dettato ed una proposizione ben assai vulgata; ma però io la reputava in tutto vana, come molte altre che sono in bocca de i poco intelligenti, credo da loro introdotte per mostrar di saper dir qualche cosa intorno a quello di che non son capaci.

⁴ *s'inganna ed*

⁵ *che anco tal volta m'ha*

SALV. V. S. vuol forse dire di quell'ultimo⁶ pronunziato ch'ei profferì mentre ricercavamo d'intendere per qual ragione facevano tanto maggior apparecchio di sostegni, armamenti ed altri ripari e fortificazioni, intorno a quella gran galeazza che si doveva varare, che non si fa intorno a vasselli minori; dove egli rispose, ciò farsi per evitare il pericolo di direnarsi, oppressa dal gravissimo peso⁷ della sua vasta mole, inconveniente al quale non son soggetti i legni minori?

SAGR.⁸ Di cotesto intendo, e sopra tutto dell'ultima conclusione ch'ei soggiunse, la quale io ho sempre sti-

⁶ *Vuol forse dir V. S. di quell'*

⁷ *oppressa da quel grave peso*

⁸ *soggetti legni minori, benchè dell'istesse materie e con le medesime proporzioni fabbricati? SAGR*

mata concetto vano del vulgo; cioè che in queste ed altre simili machine non⁹ bisogna argumentare dalle piccole alle grandi, perchè molte invenzioni di machine riescono¹⁰ in piccolo, che in grande¹¹ poi non sussistono. Ma essendo che tutte le ragioni della meccanica hanno i fondamenti loro nella geometria, nella quale non veggo che la grandezza e la piccolezza faccia i cerchi, i triangoli, i cilindri, i coni e¹² qualunque altre figure solide, soggette ad altre passioni queste e ad altre quelle; quando¹³ la machina grande sia fabricata in tutti i suoi membri conforme alle proporzioni della minore, che

⁹ *in queste e' n tutte l'altre machine artificiali non*

¹⁰ *molte invenzioni riescono*

¹¹ *in grandi, s*

¹² *i triangoli, i coni, i cilindri e*

¹³ *passioni quelle e ad altre queste; quando*

sia¹⁴ valida e resistente all'esercizio al quale ella è destinata, non so vedere perchè essa ancora non sia esente da gl'incontri che sopraggiugner gli possono, sinistri e destruttivi¹⁵.

SALV. Il detto del vulgo è assolutamente vano; e talmente vano, che il suo contrario si potrà profferire con altrettanta verità¹⁶, dicendo che molte machine si potranno far più perfette in grande che in piccolo: come, per esempio, un oriuolo, che mostri e batta le ore, più giusto si farà d'una tal grandezza che di un'altra minore. Con¹⁷ miglior fondamento usurpano quel medesimo

¹⁴ *minore, la quale sia*

¹⁵ *sinistri e destruttori, s*

¹⁶ *si potrà con altrettanta verità profferire*

¹⁷ *minore; e in generale tutti gli strumenti astronomici, quanto più grandi, tanto più sicuri riescono. Con*

detto altri più intelligenti, i quali della riuscita di tali macchine grandi, non conforme a quello che si raccoglie dalle pure ed astratte dimostrazioni geometriche, ne rimettono la causa nell'imperfezione della materia, che soggiace a molte alterazioni ed imperfezzioni. Ma qui non so s'io potrò, senza inciampare in qualche nota di arroganza, dire che nè anco il ricorrere all'imperfezzioni della materia, potenti a contaminare le purissime dimostrazioni matematiche, basti a scusare l'inobbedienza delle machine in concreto alle medesime astratte ed ideali: tuttavia io pure il dirò, affermando che, astraendo tutte l'imperfezzioni della materia e supponendola perfettissima ed inalterabile e da ogni accidental mutazione esente, con tutto ciò il solo¹⁸ esser materiale fa che la machina maggiore, fabbricata dell'istessa materia e con l'istesse proporzioni che la minore, in tutte l'altre condizioni risponderà con giusta simmetria

¹⁸ *inalterabile ed esente da ogni accidental mutazione, tuttavia il solo.* Così era stato scritto in G dal copista; ma di mano di GALILEO fu sostituito *con tutto ciò a tuttavia.* Nella stampa si legge *tuttavia.*

alla minore, fuor che nella robustezza e resistenza contro alle violente¹⁹ invasioni; ma quanto più sarà grande, tanto a proporzione sarà più debole. E perchè io suppongo, la materia essere inalterabile, cioè sempre l'istessa, è manifesto che di lei, come di affezione eterna e necessaria, si possano produr dimostrazioni non meno dell'altre schiette e pure matematiche. Però, Sig. Sagredo, revochi pur l'opinione che teneva, e forse insieme con molti altri²⁰ che nella meccanica han fatto studio, che le machine e le fabbriche composte delle medesime materie, con puntuale osservanza delle medesime proporzioni tra le loro parti, debban esser egualmente, o, per dir meglio, proporzionalmente, disposte al resistere ed al cedere alle invasioni ed impeti esterni, perchè si può geometricamente dimostrare, sempre le

¹⁹ *violenti*

²⁰ *con tutti gli altri*, s. E così era stato scritto in G dal copista; ma GALILEO di sua mano sostituì *molti a tutti gli*.

maggiori essere a proporzione men resistenti che le minori; sì che ultimamente non solo di tutte le machine e fabbriche artificiali, ma delle naturali ancora, sia un termine necessariamente ascritto, oltre al quale nè l'arte nè la natura possa trapassare: trapassar, dico, con osservar sempre l'istesse proporzioni con l'identità della materia.

SAGR. Io già mi sento rivolgere il²¹ cervello, e, quasi nugola dal baleno repentinamente aperta, ingombrarmisi la mente da momentanea ed insolita luce, che da lontano mi accenna e subito confonde ed asconde immaginazioni straniere ed indigeste. E da quanto ella ha detto parmi che dovrebbe seguire che fusse impossibil cosa costruire²² due fabbriche dell'istessa materia simili e diseguali, e tra di loro con egual proporzione resistenti; e quando ciò sia, sarà anco impossibile trovar due sole aste dell'istesso legno tra di loro simili in robustezza e valore, ma diseguali in grandezza.

²¹ *sento rivoglièr il*

²² *cosa il costruire*

SALV. Così è, Sig. Sagredo: e per meglio assicurarci che noi convenghiamo nel medesimo concetto, dico che se noi ridurremo un'asta di legno a tal lunghezza e grossezza, che fitta, v. g., in un muro ad angoli retti, cioè parallela all'orizzonte, sia ridotta all'ultima lunghezza che si possa reggere, sì che, allungata un pelo più, si spezasse, gravata dal proprio peso, questa sarà unica al mondo; tal che²³ essendo, per esempio, la sua lunghezza centupla della sua grossezza, nissuna altra asta della medesima materia potrà ritrovarsi che, essendo in lunghezza centupla della sua grossezza, sia, come quella, precisamente abile a sostener sè medesima, e nulla di più; ma tutte le maggiori si fiaccheranno, e le minori saranno potenti a sostener, oltre al proprio peso, qualch'altro appresso. E questo che io dico dello stato di regger sè medesimo, intendasi detto di ogni altra costituzione; e così se un corrente potrà reggere il peso di

²³ *mondo; sì che*, s. In G si legge *mondo; tal che*, e *tal* è stato sostituito, probabilmente di mano di GALILEO, ad un'altra parola che più non si distingue.

dieci correnti suoi eguali, una trave simile a lui non potrà altramente regger il peso di dieci sue eguali. Ma notino in grazia V. S. e 'l Sig. Simplicio nostro, quanto le conclusioni vere, benchè nel primo aspetto sembrano improbabili, additate solamente qualche poco, depongono le vesti che le occultavano, e nude e semplici fanno de' lor segreti gioconda mostra. Chi non vede come un cavallo cadendo da un'altezza di tre braccia o quattro si romperà l'ossa, ma un cane da una tale, e un gatto da una di otto o dieci, non si farà mal nissuno, come nè un grillo da una torre, nè una formica precipitandosi dall'orbe lunare? i piccoli fanciulli restare illesi in cadute, dove i provetti si rompono gli stinchi o la testa? E come²⁴ gli animali più piccoli sono, a proporzione, più robusti e forti de i maggiori, così le piante

²⁴ *fanciulli restano illesi... testa. E come*, s. In G si legge conforme abbiamo stampato nel testo; ma in luogo di *restare* forse dapprima era stato scritto *restano*; certamente però GALILEO correggesse le ultime lettere di tale parola, così che ora si legge *restare*.

minori meglio si sostentano: e già credo che amendue voi apprendiate che una quercia dugento braccia alta non potrebbe sostenere i suoi rami sparsi alla similitudine di una di mediocre grandezza, e che la natura non potrebbe fare un cavallo grande per venti cavalli, nè un gigante dieci volte più alto di un uomo, se non o miracolosamente o con l'alterar assai le proporzioni delle membra ed in particolare dell'ossa, ingrossandole molto e molto sopra la simmetria dell'ossa comuni²⁵. Il creder parimente che nelle machine artificiali egualmente siano fattibili e conservabili le grandissime e le piccole, è errore manifesto: e così, per esempio, piccole guglie, colonnette ed altre solide figure, sicuramente si potranno maneggiare distendere e rizzare, senza²⁶ rischio di rompersi, che le grandissime per ogni sinistro accidente andranno in pezzi, e non per altra cagione

²⁵ In G GALILEO corresse di sua mano *comuni* in luogo d'una parola oggi assolutamente illeggibile.

²⁶ e *drizzare*, senza

che per il lor proprio peso. E qui è forza che io vi racconti un caso degno veramente di esser saputo, come sono tutti gli accidenti che accascano fuori dell'aspettazione, e massime quando il partito preso per ovviare a uno inconveniente riesce poi causa potissima del disordine. Era una grossissima colonna di marmo distesa, e posata, presso alle sue²⁷ estremità, sopra due pezzi di trave; cadde in pensiero dopo certo tempo ad un meccanico che fusse bene, per maggiormente assicurarsi che gravata dal proprio peso non si rompesse nel mezzo, supporgli anco in questa parte un terzo simile sostegno: parve il consiglio generalmente molto opportuno, ma l'esito lo dimostrò essere stato tutto l'opposto, atteso che non passarono molti mesi che la colonna si trovò fessa e rotta, giusto sopra il nuovo appoggio di mezzo.

SIMP. Accidente in vero maraviglioso e veramente *praeter spem*, quando però fusse derivato dall'aggiugnervi

²⁷ *posata, appresso le sue*

il nuovo sostegno di mezzo.

SALV.²⁸ Da quello sicuramente derivò egli, e la riconosciuta cagion²⁹ dell'effetto leva la maraviglia: perchè, deposti in piana terra i due pezzi della colonna, si vedde che l'uno de i travi, su 'l quale appoggiava una delle testate, si era, per la lunghezza del tempo, infracidato ed avvallato, e, restando quel di mezzo durissimo e³⁰ forte, fu causa che la metà della colonna restasse in aria, abbandonata dall'estremo sostegno; onde il proprio soverchio peso gli fece fare quello che non avrebbe fatto se solo sopra i due primi si fusse appoggiata, perchè all'avvallarsi qual si fusse di loro, ella ancora l'arebbe seguito. E qui non si può dubitare che tal accidente non sarebbe avvenuto in una piccola colonna, benchè della medesima pietra e di lunghezza rispondente alla sua

²⁸ *derivato dalla giunta del nuovo sostegno. SALV.*

²⁹ *la conosciuta cagion*

³⁰ *mezzo duro e*

groschezza con la proporzione medesima della grossezza e lunghezza della colonna grande.

SAGR. Già sin qui resto io assicurato della verità dell'effetto, ma non penetro già la ragione come, nel crescerci la materia, non deva con l'istesso ragguaglio moltiplicarsi la resistenza e gagliardia; e tanto più mi confondo, quanto per l'opposito veggo in altri casi crescerci molto più la robustezza e la resistenza³¹ al rompersi, che non cresce l'ingrossamento della³² materia: che se, v. g., saranno due chiodi fitti in un muro, l'uno più grosso il doppio dell'altro, quello reggerà non solamente doppio peso di questo, ma triplo e quadruplo.

SALV. Dite pur ottuplo, nè direte lontano dal vero: nè questo effetto contraria a quello, ancor che in sembiante apparisca così diverso³³.

³¹ *robustezza alla resistenza*

³² *cresce il ringrossamento della*

³³ *apparisca tanto diverso*

SAGR. Adunque, Sig. Salviati, spianateci questi scogli e dichiarateci queste oscurità, se ne avete il modo, chè ben conietture, questa materia delle resistenze essere un campo pieno di belle ed utili contemplazioni; e se vi contentate che questo sia il soggetto de i nostri ragionamenti di oggi, a me, e credo al Sig. Simplicio, sarà gratissimo.

SALV. Non posso mancar di servirle, purchè la memoria serva me³⁴ in sumministrarmi quello che già appresi dal nostro Accademico, che sopra tal materia aveva fatte molte speculazioni, e tutte, conforme al suo solito, geometricamente dimostrate, in modo che, non senza ragione, questa sua potrebbe chiamarsi una nuova scienza; perchè se bene alcune delle conclusioni sono state da altri, e prima di tutti da Aristotele, osservate, tuttavia nè sono delle più belle, nè (quello che più importa) da i loro primarii e indubitati fondamenti con necessarie dimostrazioni provate. E perchè, come dico,

³⁴ *serva a me*

voglio dimostrativamente accertarvi, e non con solamente probabili³⁵ discorsi persuadervi, supponendo che abbiate quella cognizione delle conclusioni meccaniche, da altri sin qui fondatamente trattate, che per il nostro bisogno sarà necessaria, conviene che avanti ogni altra cosa consideriamo qual effetto sia quello che si opera nella frazzione di un legno o di altro solido, le cui parti saldamente sono attaccate; perchè questa è la prima nozione, nella qual consiste il primo e semplice principio che come notissimo conviene supporsi. Per più chiara esplicazione di che, segniamo il cilindro o prisma AB di legno o di altra materia solida e coerente, fermato di sopra in A e pendente a piombo, al quale nell'altra estremità B sia attaccato il peso C: è manifesto che, qualunque si sia la tenacità e coerenza tra di loro delle parti di esso solido, pur che non sia infinita, potrà esser superata dalla forza del traente peso C, la cui gravità pongo che possa accrescersi quanto ne piace, e

³⁵ *e non solamente con probabili*

esso solido finalmente si strapperà, a guisa d'una corda. E sì come nella corda noi intendiamo, la sua resistenza derivare dalla moltitudine delle fila della canapa che la compongono, così nel legno si scorgono le sue fibre e filamenti distesi per lungo, che lo rendono grandemente più resistente allo strappamento che non sarebbe qualsivoglia canapo della medesima grossezza: ma nel cilindro di pietra o di metallo la coerenza (che ancora par maggiore) delle sue parti dipende da altro glutine che da filamenti o fibre; e pure essi ancora da valido tiramento vengono spezzati.

SIMP. Se il negozio procede come voi dite, intendo bene che i filamenti nel legno, che son lunghi quanto l'istesso legno, posson renderlo gagliardo e resistente a gran forza che se gli faccia per romperlo; ma una corda composta di fili di canapa non più lunghi di due o tre braccia l'uno³⁶, come potrà ridursi alla lunghezza di

³⁶ *lunghi di braccia 2 o 3 l'uno*

cento, restando tanto gagliarda³⁷? In oltre vorrei anco sentire la vostra opinione intorno all'attaccamento delle parti de i metalli, delle pietre e di altre materie prive di tali filamenti, che pur, s'io non m'inganno, è anco più tenace.

SALV. In nuove specolazioni, e non molto al nostro intento necessarie, converrà divertire, se dovremo delle promosse difficoltà portar le soluzioni.

SAGR. Ma se le digressioni possono arrecarci la cognizione di nuove verità, che pregiudica³⁸ a noi, non obbligati a un metodo serrato e conciso, ma che solo per proprio gusto facciamo i nostri congressi, digredir ora per non perder quelle notizie che forse, lasciata l'incontrata occasione, un'altra volta non ci si rappresenterebbe? anzi chi sa che bene spesso non si possano sco-

³⁷ *gagliardo*, s

³⁸ *pregiudica*, s. Così era stato scritto anche in G, ma poi fu corretto, probabilmente da GALILEO in *pregiudica*.

prir curiosità più belle delle primariamente cercate conclusioni? Pregovi per tanto io ancora a dar sodisfazione al Sig. Simplicio ed a me, non men di esso curioso e desideroso d'intender qual sia quel glutine che sì tenacemente ritien congiunte le parti de i solidi, che pur finalmente sono dissolubili: cognizione che pur anco è necessaria per intender la coerenza delle parti de gli stessi filamenti, de i quali alcuni de i solidi son composti.

SALV. Eccomi a servirvi, poichè così vi piace. È la prima difficoltà, come possano i³⁹ filamenti d'una corda lunga cento braccia sì saldamente connettersi insieme (non essendo ciascheduno di essi lungo più di due o tre⁴⁰), che gran violenza ci voglia a disseparargli. Ma ditemi, Sig. Simplicio: non potreste voi d'un sol filo di canapa tener l'una dell'estremità talmente stretta fra le

³⁹ *come possono i, s*

⁴⁰ *ciascheduno insieme lungo 2 o 3*

dita, che io, tirando dall'altra, prima che liberarlo⁴¹ dalla vostra mano, lo rompesti? Certo sì. Quando dunque i fili della canapa fusser non solo nell'estremità, ma in tutta la lor lunghezza, con gran forza da chi gli circondasse tenuti stretti, non è manifesta cosa che lo sbarbargli da chi gli strigne sarebbe assai più difficile che il rompergli? Ma nella corda l'istesso atto dell'attorcerla strigne le fila scambievolmente tra di loro in maniera, che tirando poi con gran forza la fune, i suoi filamenti si spezzano, e non si separano l'uno dall'altro; come manifestamente si conosce dal vedersi nella rottura i filamenti cortissimi, e non lunghi almeno un braccio l'uno, come dovria vedersi quando la division della corda si facesse non per lo strappamento delle fila, ma per la sola separazione dell'uno dall'altro strisciando.

SAGR. Aggiungasi, in confermazion di questo, il vedersi tal volta romper la corda non per il tirarla per lo

⁴¹ *prima di liberarlo*

lungo, ma solo per il soverchiamente attorcerla: argomento, par a me, concludente, le fila esser talmente tra di loro scambievolmente compresse, che le compimenti⁴² non permettono alle compresse scorrer quel minimo che, che sarebbe⁴³ necessario per allungar le spire, acciò potessero circondar la fune che nel torcimento si scorcia ed in conseguenza qualche poco s'ingrossa.

SALV. Voi benissimo dite: ma considerate appresso come una verità si tira dietro l'altra. Quel filo che stretto tra le dita non segue chi, con qualche forza tirandolo, vorrebbe di tra esse sottrarlo, resiste perchè da doppia compressione vien ritenuto; avvenga che non meno il dito superiore preme contro all'inferiore, che questo si preme contro a quello. E non è dubbio che quando di

⁴² *comprementi*, s

⁴³ *minimo che sarebbe*, s. Così era stato scritto anche in G ma tra *minimo* e *che* GALILEO aggiunse di suo *pugno che*

queste due premure se ne potesse ritenere una⁴⁴ sola, resterebbe la metà di quella resistenza che dalle due congiunte dependeva; ma perchè non si può con l'alzar, v. g., il dito superiore levar la sua pressione senza rimuover anco l'altra parte, conviene con nuovo artificio conservarne una di loro, e trovar modo che l'istesso filo comprima sè medesimo contro al dito o altro corpo solido sopra 'l quale si posa, e far sì che l'istessa forza che lo tira per separarnelo, tanto più ve lo comprima, quanto più gagliardamente lo tira: e questo si conseguirà con l'avvolgere⁴⁵ a guisa di spira il filo medesimo intorno al solido; il che acciò meglio s'intenda, ne segnerò un poco di figura. E questi AB, CD siano due cilindri, e tra essi disteso il filo EF, che per maggior chiarezza ce lo figureremo essere una cordicella: non è dubbio, che premendo gagliardamente i due cilindri

⁴⁴ *potesse tenere una*

⁴⁵ In G era stato scritto *avvolgiere*, che GALILEO corresse di sua mano in *avvolgere*.

l'uno contro all'altro⁴⁶, la corda FE, tirata dall'estremità F, resisterà a non piccola violenza prima che scorrere tra i due solidi comprimendola; ma se rimuoveremo l'uno di loro, la corda, benchè continui di toccar l'altro, non però da tal tocco sarà ritenuta che liberamente non scorra. Ma se ritenendola, benchè debolmente attaccata verso la sommità del cilindro A, l'avvolgeremo intorno a quello a foggia di spira AFLOTR, e dal capo R la tireremo, è manifesto che ella comincerà a strignere il cilindro; e se le spire e volute saranno molte, sempre più, nel validamente tirare, si comprimerà la corda addosso al cilindro; e facendosi, con la moltiplicazione delle spire, più lungo il tocco, ed in conseguenza men superabile, difficile si farà sempre più lo scorrer della corda e l'acconsentir alla traente forza. Or chi non vede che tale è la resistenza delle filamenta, che con mille e mille simili avvolgimenti⁴⁷ il

⁴⁶ *contro l'altro*

⁴⁷ *avvolgimenti*

grosso canapo contessono? Anzi lo strignimento di simili tortuosità collega tanto tenacemente, che di non molti giunchi, nè anco molto lunghi, sì che poche son le spire con le quali tra di loro s'intrecciano, si compongono robustissime funi, che mi par che domandino *suste*.

SAGR. Cessa per il vostro discorso nella mia mente la maraviglia di due effetti, de i quali le ragioni non bene erano comprese da me. Uno era il vedere come due o al più tre rivolte del canapo intorno al fuso dell'argano potevano non solamente ritenerlo, che, tirato dall'immensa forza del peso che ei sostiene, scorrendo non gli cedesse, ma che di più, girando l'argano, il medesimo fuso, col solo tocco del canapo che lo strigne, potesse con li succedenti avvolgimenti⁴⁸ tirare e sollevare vastissime pietre, mentre che le braccia d'un debile ragazzo vanno ritenendo e radunando l'altro capo del medesimo canapo. L'altro è d'un semplice ma arguto

⁴⁸ *ravvolgimenti*

ordigno, trovato da un giovane mio parente, per poter con una corda calarsi da una finestra senza scorticarsi crudelmente le palme delle mani, come poco tempo avanti gli era intervenuto con sua grandissima offesa. Ne farò, per facile intelligenza, un piccolo schizzo. Intorno a un simil cilindro di legno AB⁴⁹, grosso come una canna e lungo circa un palmo, incavò un canaletto in forma di spira, di una voluta e mezzo e non più, e di larghezza capace della corda che voleva adoprare; e questa fece entrare per il canale dal termine A ed uscire per l'altro B, circondando poi tal cilindro e corda con un cannone pur di legno, o vero⁵⁰ anco di latta, ma diviso per lungo ed ingangherato, sì che liberamente potesse aprirsi e chiudersi: ed abbracciando poi e stringendo con ambe le mani esso cannone, raccomandata la corda a un fermo ritegno di sopra, si sospese su le braccia; e riuscì tale la compressione della corda tra l'

⁴⁹ *cilindro AB*

⁵⁰ *ovvero, s*

cannone ambiente e 'l cilindro, che, ad arbitrio suo, strignendo fortemente le mani poteva sostenersi senza calare, ed allentandole un poco si calava lentamente a suo piacimento.

SALV. Ingegnosa veramente invenzione; e per intera esplicazione della sua natura, mi par di scorgere così per ombra che qualche altra specolazione si potesse agguignere: ma non voglio per ora digredir più sopra di questo particolare, e massime volendo voi sentir il mio pensiero intorno alla resistenza allo strapparsi de gli altri corpi, la cui testura non è di filamenti, come quella delle funi e della maggior parte de i legni; ma la coerenza delle parti loro in altre cagioni par che consista, le quali, per mio giudizio, si riducono a due capi: l'uno de i quali è quella decantata repugnanza che ha la natura all'ammettere⁵¹ il vacuo; per l'altro bisogna (non bastando questo del vacuo) introdur qualche glutine, visco o colla, che tenacemente colleghi le particole delle

⁵¹ *natura ad ammettere*

quali esso corpo è composto⁵². Dirò prima del vacuo, mostrando con chiare esperienze⁵³ quale e quanta sia la sua virtù. E prima, il vedersi, quando ne piaccia, due piastre di marmo, di metallo o di vetro, esquisitamente spianate pulite e lustre, che, posata l'una su l'altra, senza veruna fatica se gli muove sopra strisciando (sicuro argomento che nissun glutine le congiugne), ma che volendo separarle, mantenendole equidistanti, tal repugnanza si trova, che la superiore solleva e si tira dietro l'altra e perpetuamente la ritiene sollevata, ancorchè assai grossa e grave, evidentemente ci mostra l'orrore della natura nel dover ammettere, se ben per breve momento di tempo, lo spazio voto che tra di quelle rimarrebbe avanti che il concorso delle parti dell'aria circostante l'avesse occupato e ripieno. Vedesi anco, che quando bene tali due lastre non fossero esattamente pulite, e perciò che il lor contatto non fusse esquisito

⁵² *corpo vien composto*

⁵³ *con chiara esperienza*

del tutto, nel volerle separar lentamente niuna renitenza si trova fuor di quella della sola gravità; ma in un alzamento repentino l'inferior pietra si solleva, ma subito ricade, seguendo solamente la sovrana per quel brevissimo tempo che basta per la distrazione di quella poca d'aria che s'interponeva tra le lastre, che non ben combaciavano, e per l'ingresso dell'altra circunfusa. Tal resistenza, che così sensatamente si scorge tra le due lastre, non si può dubitare che parimente non risegga tra le parti di un solido, e che nel loro attaccamento non entri almanco a parte e come causa concomitante.

SAGR. Fermate di grazia, e concedetemi ch'io dica una particolar considerazione che pur ora mi è caduta in mente: e questa è, che il vedere come la piastra inferiore segue la superiore e che con⁵⁴ moto velocissimo vien sollevata, ci rende sicuri che, contro al detto di molti filosofi e forse d'Aristotele medesimo, il moto nel vacuo non sarebbe instantaneo; perchè quando fusse

⁵⁴ *superiore quando con*

tale, le nominate due lastre senza repugnanza veruna si separerebbero, già che il medesimo instante di tempo basterebbe per la loro separazione e per il concorso dell'aria ambiente a riempier quel vacuo che tra esse potesse restare. Dal seguir dunque che fa l'inferior lastra la superiore, si raccoglie come nel vacuo il moto non sarebbe instantaneo; e si raccoglie insieme che pur tra le medesime piastre resti qualche vacuo, almeno per brevissimo tempo, cioè per tutto quello che passa nel movimento dell'ambiente, mentre concorre a riempiere il vacuo; chè se vacuo non vi restasse, nè di concorso nè di moto di ambiente vi sarebbe bisogno. Converrà dunque dire che, pur per violenza o contro a natura, il vacuo talor si conceda (benchè l'opinion mia è che nessuna cosa sia contro a natura⁵⁵, salvo che l'impossibile, il quale poi non è mai). Ma qui mi nasce un'altra difficoltà; ed è che, se ben l'esperienza m'assicura della ve-

⁵⁵ *contra natura*

rità della conclusione, l'intelletto non resta già interamente appagato della causa alla quale cotale effetto viene attribuito. Imperò che l'effetto della separazione delle due lastre è⁵⁶ anteriore al vacuo, che in conseguenza alla separazione succederebbe: e perchè mi pare che la causa debba, se non di tempo, almeno di natura precedere⁵⁷ all'effetto, e che d'un effetto positivo positiva altresì debba esser la causa, non resto capace come dell'aderenza delle due piastre e della repugnanza all'esser separate, effetti che già sono in atto, si possa referir la cagione al vacuo, che non è, ma che arebbe a seguire; e delle cose che non sono, nissuna può esser l'operazione, conforme al pronunziato certissimo del Filosofo.

SIMP. Ma già che concedete questo assioma ad Aristotele, non credo che siate per negargliene un altro,

⁵⁶ *due piastre è*

⁵⁷ *causa, se non di tempo, almeno di natura debba precedere*

bellissimo e vero: e questo è, che la natura non intraprende a voler fare quello che repugna ad esser fatto, dal qual pronunziato mi par che dependa la soluzione del vostro dubbio⁵⁸. Perchè dunque a sè medesimo repugna essere uno spazio vacuo, vieta la natura il far quello in conseguenza di che necessariamente succederebbe il vacuo; e tale è la separazione delle due lastre.

SAGR. Ora, ammesso per soluzione adeguata del mio dubbio questo che produce il Sig. Simplicio, seguitando il cominciato discorso, parmi che questa medesima repugnanza al vacuo dovrebbe⁵⁹ esser bastante ritegno delle parti di un solido di pietra o di metallo, o se altre ve ne sono che più saldamente stiano congiunte e renitenti alla divisione. Perchè, se di uno effetto una sola è la cagione, sì come io ho inteso e creduto, o, se pur molte se n'assegnano, ad una sola si riducono, perchè questa del vacuo, che sicuramente è, non basterà per

⁵⁸ *del nostro dubbio, s*

⁵⁹ *dovrebbe*

tutte le resistenze?

SALV. Io per ora non voglio entrare in questa contestazione, se il vacuo senz'altro ritengo sia per sè solo bastante a tenere unite le parti disunibili de i corpi consistenti; ma vi dico bene che la ragione del vacuo, che milita e conclude nelle due piastre, non basta per sè sola al saldo collegamento delle parti⁶⁰ di un solido cilindro di marmo o di metallo, le quali, violentate da forze gagliarde che dirittamente le tirino, finalmente si separano e si dividono. E quando io trovi modo di distinguer questa già conosciuta resistenza, dependente dal vacuo, da ogni altra, qualunque ella si fusse, che con lei concorresse in fortificar l'attaccamento, e che io vi faccia vedere come essa sola non sia a gran pezzo bastante per tale effetto, non concederete voi che sia necessario introdurne altra? Aiutatelo, Sig. Simplicio, già che egli sta ambiguo sopra quello che debba rispondere.

SIMP. È forza che la sospensione del Sig. Sagredo sia

⁶⁰ *delle due parti*

per altro rispetto, non restando luogo di dubitare sopra sì chiara e necessaria conseguenza.

SAGR. Voi, Sig. Simplicio, l'avete indovinata⁶¹. Andavo pensando se, non bastando un million d'oro l'anno, che vien di Spagna, per pagar l'esercito, fusse necessario far altra provisione che di danari per le paghe de' soldati. Ma seguitate pur, Sig. Salviati, e supponendo ch'io ammetta la vostra conseguenza, mostrateci il modo di separare l'operazione del vacuo dall'altre, e misurandola fateci vedere come ella sia scarsa per l'effetto di che si parla.

SALV. Il vostro demonio vi assiste. Dirò il modo dell'appartar la virtù del vacuo dall'altre, e poi la maniera del misurarla. E per appartarla, piglieremo una materia continua, le cui parti manchino di ogni altra resistenza alla separazione fuor che di quella del vacuo, quale a lungo è stato dimostrato in certo trattato del nostro Accademico esser l'acqua: talchè, qualunque

⁶¹ *l'avete indovinato, s*

volta si disponesse un cilindro d'acqua, e che, attratto, si sentisse resistenza allo staccamento delle sue parti, questo da⁶² altra cagione che dalla repugnanza al vacuo non potrebbe riconoscersi. Per far poi una tale esperienza mi son immaginato un artificio, il quale con l'aiuto di un poco di disegno, meglio che con semplici parole, potrò dichiarare. Figuro, questo CABD essere il profilo di un cilindro di metallo o di vetro, che sarebbe meglio, voto dentro, ma giustissimamente tornito, nel cui concavo entri con esquisitissimo contatto un cilindro di legno, il cui profilo noto EGHF, il qual cilindro si possa spingere in su e 'n giù; e questo voglio che sia bucato nel mezzo, sì che vi passi un filo di ferro, oncinato nell'estremità K, e l'altro capo I vadia ingrossandosi in forma di cono o turbine, facendo che il foro fatto nel legno sia nella parte di sopra esso ancora incavato in forma di conica superficie, aggiustata puntualmente per ricevere la conica estremità I del ferro IK,

⁶² *parti, questa da*

qualunque volta si tiri in giù dalla parte K. Insetto il legno, o vogliamolo chiamar zaffo, EH nel cavo cilindro AD, non voglio ch'arrivi sino alla superior superficie di esso cilindro, ma che ne resti lontano due o tre dita; e tale spazio deve esser ripieno di acqua, la quale vi si metterà tenendo il vaso con la bocca CD all'in su e calcandovi sopra il zaffo EH, col tenere il turbine I remoto alquanto dal cavo del legno per lasciar l'esito all'aria, che nel calcare il zaffo se n'uscirà per il foro del legno, che perciò si fa alquanto più largo della grossezza dell'asticciuola di ferro IK. Dato l'esito all'aria e ritirato il ferro, che ben suggelli su 'l legno col suo turbine I, si rivolterà il vaso tutto con la bocca all'in giù, ed attaccando all'uncino K un recipiente da mettervi dentro rena o altra materia grave, si caricherà tanto, che finalmente la superior superficie EF del zaffo si staccherà⁶³ dall'inferiore dell'acqua, alla quale niente altro la

⁶³ In G il copista scrisse *del zaffo si staccerà e staccerà* fu corretto, di mano di GALILEO, in *straccerà*

teneva congiunta che la repugnanza del vacuo; pesando poi il zaffo col ferro col recipiente e con ciò che vi sarà dentro, aremo la quantità della forza del vacuo: e se, attaccato a un cilindro di marmo o di cristallo, grosso quanto il cilindro dell'acqua, peso tale che, insieme col peso proprio dell'istesso marmo o cristallo, pareggi la gravità di tutte le nominate bagaglie, ne seguirà la rottura, potremo senza verun dubbio affermare, la sola ragione del vacuo tener le parti del marmo e cristallo congiunte; ma non bastando, e che per romperlo bisogni aggiugnervi quattro volte altrettanto peso, converrà dire, la resistenza del vacuo esser delle cinque parti una, e l'altra quadrupla di quella del vacuo.

SIMP. Non si può negare che l'invenzione non sia⁶⁴ ingegnosa, ma l'ho per soggetta a molte difficoltà, che me la rendono dubbia; perchè, chi ci assicura⁶⁵ che l'aria non possa penetrar tra 'l vetro e 'l zaffo, ancorchè si

⁶⁴ *l'invenzione sia*

⁶⁵ *chi assicura*

circondi bene di stoppa o altra materia cedente? e così, acciò che il cono I saldi bene il foro, forse non basterebbe l'ugnerlo con cera o trementina. In oltre, perchè non potrebbero le parti dell'acqua distrarsi e rarefarsi? perchè non penetrare aria, o esalazioni, o altre sustanze più sottili, per le porosità del legno, o anche dell'istesso vetro?

SALV. Molto destramente ci muove il Sig. Simplicio le difficoltà, ed in parte ci sumministra i rimedii, quanto alla penetrazion dell'aria per il legno, o tra 'l legno e 'l vetro. Ma io, oltre di ciò, noto che potremo nell'istesso tempo accorgerci, con acquisto di nuove cognizioni, se le promosse difficoltà aranno luogo. Imperò che, se l'acqua sarà per natura, se ben con violenza, distraibile, come accade nell'aria, si vedrà il zaffo calare; e se faremo nella parte superiore del vetro un poco di ombelico prominente, come questo V, penetrando, per la sostanza o porosità del vetro o del legno, aria o altra più tenue e spiritosa materia, si vedrà radunare (cedendogli l'acqua) nell'eminenza V: le quali cose quando non si scorgano, verremo assicurati, l'esperienza esser con le

debite cautele stata tentata; e conosceremo, l'acqua non esser distraibile, nè il vetro esser permeabile da veruna materia, benchè sottilissima.

SAGR. Ed io mercè di questi discorsi ritrovo la causa di un effetto che lungo tempo m'ha tenuto la mente ingombrata di maraviglia e vota d'intelligenza. Osservai già una cisterna⁶⁶, nella quale, per trarne l'acqua, fu fatta fare una tromba, da chi forse credeva, ma vanamente, di poterne cavar con minor fatica l'istessa o maggior quantità che con le secchie ordinarie; ed ha questa tromba il suo stantuffo e animella su alta, sì che l'acqua si fa salire per attrazione, e non per impulso, come fanno le trombe che hanno l'ordigno da basso. Questa, sin che nella cisterna⁶⁷ vi è acqua sino ad una determinata altezza, la tira abbondantemente; ma quando l'acqua abbassa oltre a un determinato segno, la tromba non lavora più. Io credetti, la prima volta che osservai

⁶⁶ *cisterna*

⁶⁷ *cisterna*

tale accidente, che l'ordigno fusse guasto; e trovato il maestro acciò lo raccomandasse, mi disse che non vi era altrimenti difetto alcuno, fuor che nell'acqua, la quale, essendosi abbassata troppo, non pativa d'esser alzata a tanta altezza; e mi soggiunse, nè con trombe, nè con altra machina che sollevi l'acqua per attrazione, esser possibile farla montare un capello più di diciotto braccia: e siano le trombe larghe o strette, questa è la misura dell'altezza limitatissima. Ed io sin ora sono stato così poco accorto, che, intendendo che una corda, una mazza di legno e una verga di ferro, si può tanto e tanto allungare che finalmente il suo proprio peso la strappi, tenendola attaccata in alto, non mi è sovvenuto che l'istesso, molto più agevolmente, accaderà di una corda o verga di acqua. E che altro è quello che si attrae nella tromba, che un cilindro di acqua, il quale, avendo la sua attaccatura di sopra, allungato più e più, finalmente arriva a quel termine oltre al quale, tirato dal suo già fatto soverchio peso, non altrimenti che se fusse una corda, si strappa?

SALV. Così puntualmente cammina il negozio; e perchè la medesima altezza delle diciotto braccia è il prefisso termine dell'altezza alla quale qualsivoglia quantità d'acqua, siano cioè le trombe larghissime o strette o strettissime quanto un fil di paglia, può sostentarsi, tutta volta⁶⁸ che noi peseremo l'acqua contenuta in diciotto braccia di cannone, sia largo o stretto, aremo il valore della resistenza del vacuo ne i cilindri di qualsivoglia materia solida, grossi quanto sono i concavi de i cannoni proposti. E già che aviamo detto tanto, mostriamo come di tutti i metalli, pietre, legni, vetri etc., si può facilmente ritrovare sino a quanta lunghezza si potrebbero allungare cilindri, fili o verghe di qualsivoglia grossezza, oltre alla quale, gravati dal proprio peso, più non potrebbero reggersi, ma si strapperebbero. Piglisi, per esempio, un fil di rame di qualsivoglia grossezza e lunghezza, e fermato un de' suoi capi ad alto, si vadia

⁶⁸ *può sostenersi, tutta volta*

aggiugnendo all'altro maggior e maggior peso, sì che⁶⁹ finalmente si strappi; e sia il peso massimo che potesse sostenere, v. g., cinquanta libbre: è manifesto che cinquanta libbre di rame, oltre al proprio peso, che sia, per esempio, un ottavo d'oncia, tirato in filo di tal grossezza, sarebbe la lunghezza massima del filo che⁷⁰ sè stesso potesse reggere. Misurisi poi quanto era lungo il filo che si strappò, e sia, v. g., un⁷¹ braccio: e perchè pesò un ottavo d'oncia, e resse sè stesso e cinquanta libbre appresso, che sono ottavi d'oncia quattro mila ottocento, diremo⁷², tutti i fili di rame, qualunque si sia la lor grossezza, potersi reggere sino alla lunghezza di

⁶⁹ *peso, sin che*

⁷⁰ *lunghezza del filo massima che*

⁷¹ *e sia un*

⁷² *d'oncia 4801, diremo*

quattro mila ottocento un braccio⁷³, e non più. E così, una verga di rame potendo reggersi sino alla lunghezza di quattro mila ottocento un braccio⁷⁴, la resistenza che ella trova dependente dal vacuo, rispetto al restante, è tanta, quanto importa il peso d'una verga d'acqua lunga braccia diciotto e grossa quanto quella stessa di rame; e trovandosi, v. g., il rame esser nove volte più grave dell'acqua, di qualunque verga di rame la resistenza allo strapparsi, dependente dalla ragion del vacuo, importa quanto è il peso di due braccia dell'istessa verga. E con simil discorso ed operazione si potranno trovare le lunghezze delle fila o verghe di tutte le materie solide ridotte alla massima che sostener si possa, ed insieme qual parte abbia il vacuo nella loro resistenza.

SAGR. Resta ora che ci dichiarate in qual cosa consista il resto della resistenza, cioè⁷⁵ qual sia il glutine o visco

⁷³ 4801 braccia

⁷⁴ 4801 braccia

⁷⁵ della renitenza, cioè, s

che ritien attaccate⁷⁶ le parti del solido, oltre a quello che deriva dal vacuo: perchè io non saprei immaginarmi qual colla sia quella che non possa esser arsa e consumata dentro una⁷⁷ ardentissima fornace in due, tre e quattro mesi⁷⁸, nè in dieci o in cento⁷⁹; dove stando tanto tempo argento oro e vetro liquefatti, cavati, poi tornano le parti loro, nel freddarsi, a riunirsi e rattaccarsi come prima. Oltre che, la medesima difficoltà che ho nell'attaccamento delle parti del vetro, l'arò io nelle parti della colla, cioè che cosa sia quella che le tiene così saldamente congiunte.

⁷⁶ *che tiene attaccate* [sic]

⁷⁷ *consumata in una*, s. In G il copista aveva trascritto *consumata in un'*; ma GALILEO sostituì di suo pugno *dentro a in*.

⁷⁸ *3 o 4 mesi*

⁷⁹ *10 o 100*

SALV. Pur poco fa vi dissi che 'l vostro demonio vi assisteva. Sono io ancora nelle medesime angustie; ed ancor io, toccando con mano come la repugnanza al vacuo è indubitabilmente quella che non permette, se non con gran violenza, la separazione delle due lastre, e più delle due gran parti della colonna di marmo o di bronzo, non so vedere come non abbia ad aver luogo ed esser parimente cagione della coerenza delle parti minori e sino delle minime ultime delle medesime materie: ed essendo che d'un effetto una sola è⁸⁰ la vera e potissima⁸¹ causa, mentre io non trovo altro glutine, perchè non debbo tentar di vedere se questo del vacuo, che si trova, può bastarci?

SIMP. Se di già voi avete dimostrato, la resistenza del gran vacuo, nel separarsi le due gran parti di un solido, esser piccolissima in comparazion di quella che tien congiunte le particole minime, come non volete tener

⁸⁰ *una solo è*

⁸¹ *e la potissima*

più che per certo, questa esser diversissima da quella?

SALV. A questo rispose il Sig. Sagredo, che pur si pagavano tutti i particolari soldati con danari raccolti da imposizioni generali di soldi e di quattrini, se bene un million d'oro non bastava a pagar tutto l'esercito. E chi sa che altri minutissimi vacui non lavorino per le minutissime particole, sì che per tutto sia dell'istessa moneta quello con che si tengono tutte le parti congiunte? Io vi dirò quello che tal ora mi è passato per l'immaginazione, e ve lo do⁸² non come verità risolta, ma come una qual si sia fantasia, piena anco d'indigestioni, sottoponendola a più alte contemplazioni: cavatene se nulla vi è che vi gusti; il resto giudicatelo come più vi pare. Nel considerar tal volta come, andando il fuoco serpendo tra le minime particole di questo e di quel metallo, che tanto saldamente si trovano congiunte, finalmente le separa e disunisce; e come poi, partendosi il

⁸² *immaginazione: ve la do*, s. In G il copista trascrisse *immaginazione: ve la do*; ma GALILEO aggiunse di suo pugno *e davanti a ve lo do*.

fuoco, tornano con la medesima tenacità di prima a ri-congiungersi, senza diminuirsi punto la quantità nell'oro, e pochissimo in altri metalli, anco per⁸³ lungo tempo che restino distrutti; pensai che ciò potesse accadere perchè le sottilissime particole del fuoco, penetrando per gli angusti pori del metallo (tra i quali, per la loro strettezza, non potessero passare i minimi dell'aria nè di molti altri fluidi), col riempiere i minimi vacui tra esse fraposti liberassero le minime particole di quello dalla violenza con la quale i medesimi vacui l'una contro l'altra attraggono, proibendogli la separazione; e così, potendosi liberamente muovere, la lor massa ne divenisse fluida, e tale restasse sin che gl'ignicoli tra esse dimorassero; partendosi poi quelli e lasciando i pristini vacui, tornasse la lor solita attrazione, ed in conseguenza l'attaccamento delle parti. Ed all'istanza del Sig. Simplicio parmi che si possa rispondere, che se bene tali vacui sarebber piccolissimi, ed in conseguenza

⁸³ *la quantità dell'oro, anco per*

ciascheduno facile ad esser superato, tuttavia l'innumerabile moltitudine innumerabilmente (per così dire) moltiplica le resistenze: e quale e quanta sia la forza che da numero immenso di debolissimi momenti insieme congiunti risulta, porgacene evidentissimo argomento il veder noi un peso di milioni di libbre, sostenuto da canapi grossissimi, cedere e finalmente lasciarsi vincere e sollevare dall'assalto de gl'innumerabili atomi di acqua, li quali, o spinti dall'austro, o pur che, distesi in tenuissima nebbia, si vadano movendo per l'aria, vanno a cacciarsi tra fibra e fibra de i canapi tiratissimi, nè può l'immensa forza del pendente peso vietargli l'entrata; sì che, penetrando per gli angusti meati, ingrossano le corde e per conseguenza le scorciano, onde la mole gravissima a forza vien sollevata.

SAGR. Ei non è dubbio alcuno che mentre una resistenza non sia infinita, può dalla moltitudine di minimissime forze⁸⁴ esser superata, sì che anco un numero

⁸⁴ *di minutissime forze, s*

di formiche stracicherebbe per terra una nave carica di grano; perchè il senso ci mostra cotidianamente che una formica destramente porta un granello, e chiara cosa è che nella nave non sono infiniti granelli, ma compresi dentro a qualche numero, del quale se ne può prendere un altro quattro e sei⁸⁵ volte maggiore, al quale se se ne prenderà un altro di formiche eguale, e si porteranno in opera, condurranno per terra il grano e la nave ancora. È ben vero che bisognerà che il numero sia grande, come anco, per mio parere, quello de i vacui che tengono attaccati i minimi del metallo.

SALV. Ma quando bisognasse che fussero anche infiniti⁸⁶, l'avete voi forse per impossibile?

SAGR. No, quando quel metallo fusse una mole infinita: altrimenti....

SALV. Altrimenti che? Orsù, già che si è messo mano a i paradossi, veggiamo se in qualche maniera si potesse

⁸⁵ *quattro o 6*

⁸⁶ *bisognasse anco che fussero infiniti*

dimostrare, come in una continua estensione finita non repugni il potersi ritrovar infiniti vacui; e nell'istesso tempo ci verrà, se non altro, almeno arrecata una soluzione del più ammirabil problema che sia da Aristotele messo tra quelli che esso medesimo addimanda ammirandi⁸⁷, dico tra le questioni mecaniche; e la soluzione potrebbe esser per avventura non meno esplicante e concludente di quella che egli medesimo ne arreca, e diversa anco da quello che molto acutamente vi considera il dottissimo Monsig. di Guevara. Ma bisogna prima dichiarare una proposizione non toccata da altri, dalla quale dipende lo scioglimento della questione, che poi, s'io non m'inganno, si tira dietro altre notizie nuove ed ammirande: per intelligenza di che, accuratamente descriveremo la figura. Però intendiamo un poligono equilatero ed equiangolo, di quanti lati esser si voglia⁸⁸, descritto intorno a questo centro G, e sia per

⁸⁷ *medesimo dimanda ammirandi*

⁸⁸ *lati si voglia*

ora un essagono ABCDEF; simile al quale, e ad esso concentrico, ne descriveremo un altro minore, quale noteremo HIKLMN: e del maggiore si prolunghi un lato AB indeterminatamente verso S, e del minore il rispondente lato HI sia verso la medesima parte similmente prodotto, segnando la linea HT parallela all'AS, e per il centro passi l'altra, alle medesime equidistante, GV. Fatto questo, intendiamo il maggior poligono rivolgersi⁸⁹ sopra la linea AS, portando seco l'altro poligono minore. È chiaro che, stando fisso il punto B, termine del lato AB, mentre si comincia la rivoluzione, l'angolo A si solleverà, e 'l punto C s'abbasserà descrivendo l'arco CQ, sì che il lato BC si adatti alla linea a sè stesso eguale BQ: ma in tal conversione l'angolo I del minor poligono si eleverà sopra la linea IT, per esser la IB obliqua sopra l'AS, nè prima tornerà il punto I su

⁸⁹ In G era stato scritto *rivogliersi*, che GALILEO corresse di sua mano in *rivolgersi*

la⁹⁰ parallela IT, se non quando il punto C sarà pervenuto in Q; allora l'I sarà caduto in O, dopo aver descritto l'arco IO fuori della linea HT, ed allora il lato IK sarà passato in OP: ma il centro G tra tanto sempre averà⁹¹ caminato fuori della linea GV, su la quale non sarà tornato se non dopo aver descritto l'arco GC. Fatto questo primo passo, il poligono maggiore sarà trasferito a posare co 'l lato BC su la linea BQ, il lato IK del minore sopra la linea OP, avendo saltato tutta la parte IO senza toccarla, e 'l centro G pervenuto in C, facendo tutto il suo corso fuori della parallela GV, e finalmente tutta la figura si sarà rimessa in un posto simile al primo: sì che continuandosi la rivoluzione e venendo al secondo passo, il lato del maggior poligono DC si adatterà alla parte QX, il KL del minore (avendo

⁹⁰ *tornerà su la*

⁹¹ *trattanto averà*

prima saltato l'arco PY) caderà in YZ, ed il centro, procedendo sempre fuori⁹² della GV, in essa caderà solamente in R, dopo il gran salto CR: ed in ultimo, finita una intera conversione, il maggior poligono avrà calcate sopra la sua AS sei linee eguali al suo perimetro, senza veruna interposizione; il⁹³ poligono minore arà parimente impresse sei linee eguali all'ambito suo, ma discontinue dall'interposizione de' cinque⁹⁴ archi, sotto i quali restano le corde, parti della parallela HT, non tocche dal poligono; e finalmente il centro G non è convenuto mai con la parallela GV, salvo che in sei punti. Di qui potete comprendere come lo spazio passato dal minor poligono è quasi eguale al passato dal maggiore, cioè la linea HT alla AS, della quale è solamente minore quanto è la corda d'uno di questi archi,

⁹² *procedendo fuori*

⁹³ *veruna intermissione; il*

⁹⁴ *interposizione di cinque, s*

intendendo però la linea HT insieme con li spazii de i cinque archi. Ora questo, che vi ho esposto e dichiarato nell'esempio di questi essagoni, vorrei che intendeste accadere di tutti gli altri poligoni, di quanti lati esser si voglino, purchè siano simili, concentrici e congiunti, e che alla conversion del maggiore s'intenda rigirarsi anco l'altro, quanto si voglia minore; che intendeste, dico, le linee da essi passate esser prossimamente eguali, computando nello spazio passato dal minore gl'intervalli sotto gli archetti, non tocchi da parte veruna del perimetro di esso minor poligono. Passa dunque il gran poligono di mille lati, e misura consequentemente, una linea retta eguale al suo ambito; e nell'istesso tempo il piccolo passa una prossimamente egual linea, ma interrottamente composta di mille particelle eguali a i suoi mille lati con l'interposizione di mille spazii vacui, che tali possiamo chiamargli in relazione alle mille lineette toccate⁹⁵ da i lati del poligono: ed il detto sin qui non

⁹⁵ *mille linee rette toccate*

ha veruna difficoltà o dubitazione. Ma ditemi: se intorno a un centro, qual sia, v. g., questo punto A, noi⁹⁶ descriveremo due cerchi concentrici ed insieme uniti, e che da i punti C, B de i lor semidiametri siano tirate le tangenti CE, BF, e ad esse per il centro A la parallela AD, intendendo girato il cerchio maggiore sopra la linea BF (posta eguale alla di lui circonferenza, come parimente le altre due CE, AD), compita che abbia una rivoluzione, che averà fatto il minor cerchio, e che il centro? Questo sicuramente averà scorsa e toccata tutta la linea AD, e la circonferenza di quello averà con li suoi toccamenti misurata tutta la CE, facendo l'istesso che fecero i poligoni di sopra: in questo solamente differenti, che la linea HT non fu tocca in tutte le sue parti dal perimetro del minor poligono, ma ne furon lasciate tante intatte, con l'interposizione de' vacui⁹⁷ saltati, quante furon le parti tocche da i lati; ma qui ne i cerchi

⁹⁶ v. g., A, noi

⁹⁷ *interposizione di vacui*, s

mai non si separa la circonferenza del minor cerchio dalla linea CE, sì che alcuna sua parte non venga tocca, nè mai quello che tocca della circonferenza è manco del toccato nella retta. Or come dunque può senza salti scorrere il cerchio minore una linea tanto maggiore della sua circonferenza?

SAGR. Andava pensando se si potesse dire, che sì come il centro del cerchio, esso solo, stracicato⁹⁸ sopra AD, la tocca tutta, essendo anco un punto solo, così potessero i punti della circonferenza minore, tirati dal moto della maggiore, andare strascicandosi per qualche particella della linea CE.

SALV. Questo non può essere, per due ragioni. Prima, perchè non sarebbe maggior ragione che alcuno de i tocamenti simili al C andassero stracicando⁹⁹ per qualche parte della linea CE, ed altri no; e quando questo fusse, essendo tali tocamenti (perchè son punti)

⁹⁸ *stracicato*

⁹⁹ *strascicando*

infiniti, gli strascichi sopra la CE sarebbero infiniti, ed essendo quanti, farebbero una linea infinita; ma la CE è finita. L'altra ragione è, che mutando il cerchio grande, nella sua conversione, continuamente contatto, non può non mutarlo parimente il minor cerchio, non si potendo da altro punto che dal punto B tirare una linea retta sino al centro A e che passasse per il punto C; sì che mutando contatto la circonferenza grande, lo muta ancora la piccola, nè punto alcuno della piccola tocca più d'un punto della sua retta CE. Oltre che, anco nella conversione de i poligoni nissun punto del perimetro del minore si adattava a più d'un punto della linea che dal medesimo perimetro veniva misurata; come si può facilmente intendere considerando la linea IK esser parallela alla BC, onde sin che la BC non si schiaccia sopra la BQ, la IK resta sollevata sopra la IP, nè prima la calca se non nel medesimo instante che la BC si unisce con la BQ, ed allora tutta insieme la IK si unisce con la OP, e poi immediatamente se gli eleva sopra.

SAGR. Il negozio è veramente molto intrigato, nè a me sovviene scioglimento alcuno: però diteci quello

che a voi sovviene.

SALV.¹⁰⁰ Io ricorrerei alla considerazione de i poligoni sopra considerati, l'effetto de i quali è intelligibile e di già compreso: e direi, che sì come ne i poligoni di cento mila lati alla linea passata e misurata dal perimetro del maggiore, cioè da i cento mila suoi lati continuamente distesi, è eguale la misurata da i cento mila lati del minore, ma con l'interposizione di cento mila spazii vacui traposti; così direi, ne i cerchi (che son poligoni di lati infiniti) la linea passata da gl'infiniti lati del cerchio grande, continuamente disposti, esser pareggiata in lunghezza dalla linea passata da gl'infiniti lati del minore, ma da questi con l'interposizion d'altrettanti vacui tra essi; e sì come i lati non son quanti, ma bene infiniti, così gl'interposti vacui¹⁰¹ non son quanti, ma infiniti: quelli, cioè, infiniti punti tutti pieni; e questi, infiniti punti parte pieni e parte vacui. E qui voglio che notiate,

¹⁰⁰ *quello che a noi conviene. SALV., s*

¹⁰¹ *così i vacui*

come risolvendo e dividendo una linea in parti quante, e per conseguenza numerate, non è possibile disporle in una estensione maggiore di quella che occupavan mentre¹⁰² stavano continuate e congiunte senza l'interposizione d'altrettanti spazii vacui; ma imaginandola risolta in parti non quante, cioè ne' suoi infiniti indivisibili, la possiamo concepire distratta in immenso senza l'interposizione di spazii quanti vacui, ma sì bene d'infiniti indivisibili vacui. E questo, che si dice delle semplici linee, s'intenderà detto delle superficie e de' corpi solidi, considerandogli composti di infiniti atomi non quanti: che mentre¹⁰³ gli vorremo dividere in parti quante, non è dubbio che non potremo disporle in spazii più ampi del primo occupato dal solido se non con l'interposizione di spazii quanti vacui, vacui, dico, almeno della materia del solido; ma se intenderemo l'al-

¹⁰² *che occupava mentre*

¹⁰³ *quanti: mentre, s*

tissima ed ultima risoluzione fatta ne i primi componenti non quanti ed infiniti, potremo concepire tali componenti distratti in spazio immenso senza l'interposizione di spazii quanti vacui, ma solamente di vacui infiniti non quanti: ed in questa guisa non repugna distrarsi, v. g., un piccolo globetto d'oro in uno spazio¹⁰⁴ grandissimo senza ammettere spazii quanti vacui; tutta volta però che ammettiamo, l'oro esser composto di infiniti indivisibili.

SIMP. Parmi che voi caminiate alla via di quei vacui disseminati di certo filosofo antico.

SALV. Ma però voi non soggiungete «il quale negava la Provvidenza divina», come in certo¹⁰⁵ simil proposito, assai poco a proposito, soggiunse un tale antagonista del nostro Accademico.

SIMP. Veddi bene, e non senza stomaco, il livore del

¹⁰⁴ *in spazio*

¹⁰⁵ *in un certo*

mal affetto contraddittore: ma io non solamente per termine di buona creanza non toccherei simili tasti, ma perchè so quanto sono discordi dalla mente ben temperata e bene organizzata di V. S., non solo religiosa e pia, ma cattolica e santa. Ma ritornando su 'l proposito, molte difficoltà sento nascermi da gli auti discorsi, dalle quali veramente io non saprei liberarmi. E per una mi si para avanti questa, che se le circonferenze de i due cerchi sono eguali alle due rette CE, BF, questa continuamente presa, e quella con l'interposizione d'infiniti punti vacui, l'AD descritta dal centro, che è un punto solo, in qual maniera si potrà chiamare ad esso eguale, contenendone infiniti? In oltre, quel comporre la linea di punti, il divisibile di indivisibili, il quanto di non quanti, mi paiono scogli assai duri da passargli; e l'istesso dover ammettere il vacuo, tanto concludentemente reprovato da Aristotele, non manca delle medesime difficoltà.

SALV. Ci sono veramente coteste, e dell'altre: ma¹⁰⁶

¹⁰⁶ *e delle altre difficoltà: ma*

ricordiamoci che siamo tra gl'infiniti e gl'indivisibili, quelli incomprensibili dal nostro intelletto finito per la lor grandezza, e questi per la lor piccolezza. Con tutto ciò veggiamo che l'umano discorso non vuol rimanersi dall'aggirarsegli attorno; dal che pigliando io ancora qualche libertà, produrrei alcuna mia fantasticheria, se non concludente necessariamente, almeno, per la novità, apportatrice di qualche maraviglia. Ma forse il divertir tanto lungamente dal cominciato cammino potrebbe parervi importuno¹⁰⁷, e però poco grato.

SAGR. Di grazia, godiamo del beneficio e privilegio che s'ha dal parlar con i vivi e tra gli amici, e più di cose arbitrarie e non necessarie, differente dal trattar co' i libri morti, li quali ti eccitano mille dubbi e nissuno te ne risolvono. Fateci dunque partecipi di quelle conside-

¹⁰⁷ *tanto del cominciato camino potrebbe parer importuno*

razioni che il corso de i nostri ragionamenti vi suggerisce¹⁰⁸, chè non ci mancherà¹⁰⁹ tempo, mercè dell'esser noi disobbligati da funzioni necessarie, di continuar e risolvere l'altre materie intraprese; ed in particolare i dubbii toccati dal Sig. Simplicio non si trapassino in tutti i modi.

SALV. Così si faccia¹¹⁰, poichè tale è il vostro gusto: e cominciando dal primo, che fu come si possa mai capire che un sol punto sia eguale ad una linea, vedendo di non ci poter far altro per ora, procurerò di quietare¹¹¹ o almeno temperare una improbabilità con un'altra si-

¹⁰⁸ *suggerisce, s*

¹⁰⁹ *non mancherà*

¹¹⁰ *SALV. E così si faccia*

¹¹¹ *per ora, proverò di quietare, s*

mile o maggiore, come talvolta una maraviglia si attutisce con un miracolo. E questo sarà col mostrarvi, due¹¹² superficie eguali, ed insieme due corpi pur eguali e sopra le medesime dette superficie, come basi loro, collocati, andarsi continuamente ed egualmente, e queste e quelli¹¹³, nel medesimo tempo diminuendo, restando sempre tra di loro eguali i loro residui, e finalmente andare, sì le superficie come i solidi, a terminare le lor perpetue egualità precedenti, l'uno de i solidi con l'una delle superficie in una lunghissima linea, e l'altro solido con l'altra superficie in un sol punto, cioè, questi in un sol punto, e quelli in infiniti.

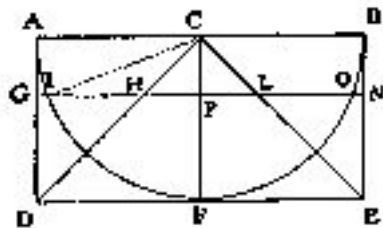
SAGR. Ammirabil proposta veramente mi par cote-
sta: però¹¹⁴ sentiamone l'esplicazione e la dimo-
strazione.

¹¹² *col mostrar, due*

¹¹³ *e questi e quelli*

¹¹⁴ *cotesta e però*

SALV. È necessario farne la figura, perchè la prova è pura geometrica. Per tanto intendasi il mezzo cerchio AFB, il cui centro C, ed intorno ad esso il parallelogrammo rettangolo¹¹⁵ ADEB, e dal centro a i punti D, E siano tirate le rette linee CD, CE; figurandoci poi il semidiametro CF¹¹⁶, perpendicolare a una delle due AB, DE, immobile, intendiamo intorno a quello girarsi tutta



questa figura: è manifesto che dal rettangolo¹¹⁷ ADEB verrà descritto un cilindro, dal semicircolo AFB una mezza sfera, e dal triangolo CDE un cono. Inteso questo, voglio che ci immaginiamo esser levato via l'emisferio, lasciando però il cono e quello che rimarrà del cilindro, il quale,

¹¹⁵ *parallelogrammo rettangolo, s*

¹¹⁶ *semidiametro CF immobile*

¹¹⁷ *rettangolo, s*

dalla figura che riterrà simile a una scodella, chiameremo pure scodella: della quale e del cono prima dimostreremo che sono eguali; e poi, un piano tirato parallelo al cerchio che è base della scodella, il cui diametro è la linea DE e centro F, dimostreremo, tal piano, che passasse, v. g., per la linea GN, segando¹¹⁸ la scodella ne i punti G, I, O, N, ed il cono ne' punti H, L, tagliare la parte del cono CHL eguale sempre alla parte della scodella, il cui profilo ci rappresentano i triangoli GAI, BON; e di più si proverà, la base ancora del medesimo cono, cioè il cerchio il cui diametro HL, esser eguale a quella circular superficie che è base della parte della scodella, che è come se dicessimo un nastro di larghezza quanta è¹¹⁹ la linea GI (notate intanto che cosa sono le definizioni de i matematici, che sono una imposizion di nomi, o vogliam dire abbreviazioni di parlare, ordinate ed introdotte per levar lo stento tedioso

¹¹⁸ *per la linea GH, segando, s*

¹¹⁹ *di larghezza quanto è*

che voi ed io sentiamo di presente per non aver convenuto insieme di chiamar, v. g., questa superficie, *nastro circolare*, e quel solido acutissimo della scodella *rasoio rotondo*): or comunque vi piaccia chiamargli, bastivi intendere che il piano prodotto per qualsivoglia distanza, pur che sia parallelo¹²⁰ alla base, cioè al cerchio il cui diametro DE, taglia sempre i due solidi, cioè la parte del cono CHL e la superior parte della scodella, eguali tra di loro, e parimente le due superficie basi di tali solidi, cioè il detto nastro e 'l cerchio HL, pur tra loro eguali. Dal che ne segue la maraviglia accennata: cioè, che se intendremo il segante piano successivamente inalzato verso la linea AB, sempre le parti de i solidi tagliate sono¹²¹ eguali, come anco le superficie, che son basi¹²² loro, pur

¹²⁰ In G era stato scritto *parallelo* che GALILEO corresse di sua mano in *parallelo*.

¹²¹ *solidi tagliati sono*

¹²² *son le basi*

sempre sono eguali; e finalmente, alzando e alzando tanto li due solidi (sempre eguali) quanto le lor basi (superficie pur sempre eguali), vanno a terminare l'una coppia di loro in una circonferenza di un cerchio, e l'altra in un sol punto, chè tali sono l'orlo supremo della scodella e la cuspidè del cono. Or mentre che nella diminuzione de i due¹²³ solidi si va, sino all'ultimo, mantenendo sempre tra essi la egualità, ben par conveniente il dire che gli altissimi ed ultimi termini di tali menomamenti restino tra di loro eguali, e non l'uno infinitamente maggior dell'altro: par dunque che la circonferenza di un cerchio immenso possa chiamarsi eguale a un sol punto. E questo che accade ne i solidi, accade parimente nelle superficie, basi loro, che esse ancora, conservando nella comune diminuzione sempre la egualità, vanno in fine ad incontrare, nel momento della loro ultima diminuzione, quella per suo termine la circonferenza di un cerchio, e questa un sol punto; li quali

¹²³ *diminuzione di due*

perchè non si devon chiamare eguali, se sono le ultime reliquie e vestigie lasciate da grandezze eguali? E notate appresso, che quando ben fussero tali vasi capaci de gl'immensi emisferii celesti, tanto gli orli loro supremi e le punte de i contenuti coni, servando sempre tra loro l'egualità, andrebbero a terminare, quelli in circonferenze eguali a quelle de i cerchi massimi de gli orbi celesti, e questi in semplici punti. Onde, conforme a quello che tali specolazioni ne persuadono, anco tutte le circonferenze de' cerchi¹²⁴ quanto si voglia diseguali, posson chiamarsi tra loro eguali, e¹²⁵ ciascheduna eguale a un punto solo.

SAGR. La specolazione¹²⁶ mi par tanto gentile e peregrina, che io, quando ben potessi, non me gli vorrei

¹²⁴ *circonferenze di cerchi, s*

¹²⁵ *chiamarsi eguali tra loro, e*

¹²⁶ In G era stato scritto *speculazione*, che GALILEO corresse di sua mano in *specolazione*

opporre, chè mi parrebbe un mezzo sacrilegio lacerar sì bella struttura, calpestandola con qualche pedantesco affronto: però per intera soddisfazione recateci pur la prova, che dite geometrica, del mantenersi sempre l'egualità tra quei solidi e quelle basi loro, che penso che non possa esser se non molto arguta, essendo così sottile la filosofica meditazione che da tal conclusione dipende.

SALV. La dimostrazione è anco breve e facile. Ripigliamo la segnata figura, nella quale, per esser l'angolo IPC retto, il quadrato del semidiametro IC è eguale alli due quadrati de' i lati IP, PC: ma il semidiametro IC è eguale alla AC, e questa alla GP, e la CP è eguale alla PH; adunque il quadrato della linea GP è eguale alli due quadrati delle IP, PH, e 'l quadruplo a i quadrupli, cioè il quadrato del diametro GN è eguale alli due quadrati IO, HL: e perchè i cerchi son tra loro come i quadrati de' lor diametri, il cerchio il cui diametro GN sarà eguale alli due cerchi i cui diametri IO, HL, e tolto via il comune cerchio il cui diametro IO, il residuo del cerchio GN sarà eguale al cerchio il cui diametro è HL. E

questo è quanto alla prima parte: quanto poi all'altra parte, lasceremo per ora la dimostrazione, sì perchè, volendola noi vedere, la troveremo nella duodecima proposizione del libro secondo *De centro gravitatis solidorum* posta dal Sig. Luca Valerio, nuovo Archimede dell'età nostra, il quale per un altro suo proposito se ne servì, sì¹²⁷ perchè nel caso nostro basta l'aver veduto come le superficie già dichiarate siano sempre eguali, e che, diminuendosi sempre egualmente, vadano a terminare l'una in un sol punto e l'altra nella circonferenza d'un cerchio, maggiore anco di qualsivoglia grandissimo, perchè in questa conseguenza sola versa la nostra maraviglia.

SAGR. Ingegnosa la dimostrazione, quanto mirabile la riflessione fattavi sopra. Or sentiamo qualche cosa circa l'altra difficoltà promossa dal Sig. Simplicio¹²⁸, se

¹²⁷ *se ne serve, sì*

¹²⁸ *difficoltà mossa dal Sig. Simplicio*

però avete alcuna particolarità da dirvi sopra, che crederci che non potesse essere, essendo una controversia stata tanto esagitata¹²⁹.

SALV. Avrò qualche mio pensiero particolare, replicando prima quel che poco fa dissi, cioè che l'infinito è per sè solo da noi incomprendibile, come anco gl'indivisibili; or pensate quel che saranno congiunti insieme: e pur se vogliamo compor la linea di punti indivisibili, bisogna fargli infiniti; e così conviene apprendere nel medesimo tempo l'infinito e l'indivisibile. Le cose che in più volte mi son passate per la mente in tal proposito, son molte, parte delle quali, e forse le più considerabili, potrebb'esser che, così improvvisamente, non mi sovvenissero; ma nel progresso del ragionamento potrà accadere che, destando io a voi, ed in particolare al Sig. Simplicio, obiezioni e difficoltà, essi all'incontro mi facessero ricordar di quello che senza tale eccitamento

¹²⁹ In G era scritto *essagitata*, come si legge pur nella stampa; ma nel manoscritto fu corretto, probabilmente da GALILEO stesso, in *esagitata*

restasse dormendo nella fantasia: e però con la solita libertà sia lecito produrre in mezzo i nostri umani capricci, chè tali meritamente possiamo nominargli in comparazione delle dottrine sopranaturali, sole vere e sicure determinatrici delle nostre controversie, e scorte inerranti ne i nostri oscuri e dubbii sentieri o più tosto labirinti.

Tra le prime istanze che si sogliono produrre contro a quelli che compongono il continuo d'indivisibili, suol esser quella che uno indivisibile aggiunto a un altro indivisibile non produce cosa divisibile, perchè, se ciò fusse, ne seguirebbe che anco l'indivisibile fusse divisibile; perchè quando due indivisibili, come, per esempio, due punti, congiunti facessero una quantità, qual sarebbe una linea divisibile, molto più sarebbe tale una composta di tre, di cinque, di sette e di altre moltitudini dispari; le quali linee essendo poi segabili in due parti eguali, rendon segabile quell'indivisibile che nel mezzo era collocato. In questa ed altre obbiezioni di questo genere si dà soddisfazione alla parte con dirgli, che non solamente due indivisibili, ma nè dieci, nè cento, nè mille non compongono una grandezza divisibile e quanta, ma sì bene infiniti.

SIMP. Qui nasce subito il dubbio, che mi pare insolu-

bile: ed è, che sendo noi sicuri trovarsi linee una maggior dell'altra, tutta volta che amendue contenghino punti infiniti, bisogna confessare trovarsi nel medesimo genere una cosa maggior dell'infinito, perchè la infinità de i punti della linea maggiore eccederà l'infinità de i¹³⁰ punti della minore. Ora questo darsi un infinito maggior dell'infinito mi par concetto da non poter esser capito in verun modo.

SALV. Queste son di quelle difficoltà che derivano dal discorrer che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno a gl'infiniti, dandogli quelli attributi che noi diamo alle cose finite e terminate; il che penso che sia inconveniente, perchè stimo che questi attributi di maggioranza, minorità ed egualità non convenghino a gl'infiniti, de i quali non si può dire, uno esser maggiore o minore o eguale all'altro. Per prova di che già mi sovvenne un sì fatto discorso, il quale per più chiara esplicazione proporrò per interrogazioni al Sig. Simplicio, che ha mossa la difficoltà. Io suppongo che voi benissimo sappiate quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.

¹³⁰ *eccederà l'infinito de i*

SIMP. So benissimo che il numero quadrato è quello che nasce dalla moltiplicazione d'un altro numero¹³¹ in sè medesimo: e così il quattro, il nove, etc., son¹³² numeri quadrati, nascendo quello dal dua, e questo dal tre, in sè medesimi moltiplicati.

SALV. Benissimo: e sapete ancora, che sì come i prodotti si dimandano quadrati, i producenti, cioè quelli che si moltiplicano, si chiamano lati o radici; gli altri poi, che non nascono da numeri moltiplicati in sè stessi, non sono altrimenti quadrati. Onde se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?

SIMP. Non si può dir altrimenti.

SALV. Interrogando io di poi, quanti siano i numeri quadrati, si può con verità rispondere, loro esser tanti quante sono le proprie radici, avvenga che ogni quadrato ha la sua radice, ogni¹³³

¹³¹ *d'un numero*

¹³² *il nove son, s.*

¹³³ *ha la sua radice, ed ogni*

radice il suo quadrato, nè quadrato alcuno ha più d'una sola radice, nè radice alcuna più d'un quadrato solo.

SIMP. Così sta.

SALV. Ma se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare che elle non siano quante tutti i numeri, poichè non vi è numero alcuno che non sia radice di qualche quadrato; e stante questo, converrà dire che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poichè tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri¹³⁴: e pur da principio dicemmo, tutti i numeri esser assai più che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati. E pur tuttavia si va la moltitudine de i quadrati sempre con maggior proporzione diminuendo, quanto a maggior numeri si trapassa; perchè sino a cento vi sono dieci quadrati, che è quanto a dire la decima parte esser quadrati; in dieci mila solo la centesima parte son quadrati, in un milione solo la millesima: e pur nel numero infinito, se concepir lo potessimo, bisognerebbe dire, tanti essere i quadrati quanti tutti i numeri insieme.

SAGR. Che dunque si ha da determinare in questa occasione?

SALV. Io non veggo che ad altra decisione si possa venire, che a dire, infiniti essere tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite

¹³⁴ Le parole *poichè tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri* mancano in G.

le loro radici, nè la moltitudine de' quadrati esser minore di quella di tutti i numeri, nè questa maggior di quella, ed in ultima conclusione, gli attributi di eguale maggiore e minore non aver luogo ne gl'infiniti, ma solo nelle quantità terminate. E però quando il Sig. Simplicio mi propone più linee diseguali, e mi domanda come possa essere che nelle maggiori non siano più punti che nelle minori, io gli rispondo che non ve ne sono nè più nè manco nè altrettanti, ma in ciascheduna infiniti: o veramente se io gli rispondessi, i punti nell'una esser quanti sono i numeri quadrati, in un'altra maggiore quanti tutti i numeri, in quella piccolina quanti sono i numeri cubi, non potrei io avergli dato soddisfazione col porne più¹³⁵ in una che nell'altra, e pure in ciascheduna infiniti? E questo è quanto alla prima difficoltà.

SAGR. Fermate in grazia, e concedetemi che io aggiunga al detto sin qui un pensiero, che pur ora mi giugne: e questo è, che, stanti le cose dette sin qui, parmi che non solamente non si possa dire, un infinito esser maggiore d'un altro infinito, ma nè anco che e' sia¹³⁶ maggior d'un finito, perchè se 'l numero infinito fusse maggiore, v. g., del milione, ne seguirebbe, che passando dal

¹³⁵ *col porre più, s.*

¹³⁶ *che sia*

millione ad altri e ad altri continuamente maggiori, si camminasse verso l'infinito; il che non è: anzi, per l'opposito, a quanto maggiori¹³⁷ numeri facciamo passaggio, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; perchè ne i numeri, quanto più si pigliano grandi, sempre più e più rari sono i numeri quadrati in essi contenuti; ma nel numero infinito i quadrati non possono esser manco che tutti i numeri, come pur ora si è concluso; adunque l'andar verso numeri sempre maggiori e maggiori è un discostarsi dal numero infinito.

SALV. E così dal vostro ingegnoso discorso si conclude, gli attributi di maggiore minore o eguale non aver luogo non solamente tra gl'infiniti, ma nè anco tra gl'infiniti e i finiti.

Passo ora ad un'altra considerazione, ed è, che stante che la linea ed ogni continuo sian divisibili in sempre divisibili, non veggo come si possa sfuggire, la composizione essere di infiniti indivisibili, perchè una divisione e subdivisione che si possa proseguir perpetuamente, suppone che le parti siano infinite, perchè altramente la subdivisione sarebbe terminabile; e l'esser le parti infinite si tira in conseguenza l'esser non quante, perchè quanti infiniti fanno un'estensione infinita: e così abbiamo il continuo composto d'infiniti indivisibili.

¹³⁷ *a quanti maggiori*

SIMP. Ma se noi possiamo proseguir sempre la divisione in parti quante, che necessità abbiamo noi di dover, per tal rispetto, introdur le non quante?

SALV. L'istesso poter proseguir perpetuamente la divisione in parti quante, induce la necessità della composizione di infiniti non quanti. Imperò che¹³⁸, venendo più alle strette, io vi domando che resolutamente mi diciate, se le parti quante nel continuo, per vostro credere, son finite o infinite?

SIMP. Io vi rispondo, essere infinite e finite: infinite, in potenza; e finite, in atto: infinite in potenza, cioè innanzi alla divisione; ma finite in atto, cioè dopo che son divise; perchè le parti non s'intendono attualmente esser nel suo tutto, se non dopo esser divise o almeno segnate; altramente si dicono esservi in potenza.

SALV. Sì che una linea lunga, v. g., venti palmi non si dice contener venti linee di un palmo l'una attualmente, se non dopo la divisione in venti parti eguali; ma per avanti si dice contenerle solamente in potenza. Or sia come vi piace; e ditemi¹³⁹ se, fatta

¹³⁸ *Imperoche*, s.

¹³⁹ *piace; ditemi*, s.

l'attual divisione di tali parti, quel primo tutto cresce o diminuisce, o pur resta della medesima grandezza?

SIMP. Non cresce, nè scema.

SALV. Così credo io ancora. Adunque le parti quante nel continuo, o vi siano in atto o vi siano in potenza, non fanno la sua quantità maggiore nè minore: ma chiara cosa è, che parti quante attualmente contenute nel lor tutto, se sono infinite, lo fanno di grandezza infinita: adunque parti quante, benchè in potenza solamente, infinite, non possono esser contenute se non in una grandezza infinita; adunque nella finita parti quante infinite, nè in atto nè in potenza possono esser contenute.

SAGR. Come dunque potrà esser vero che il continuo possa incessabilmente dividersi in parti capaci sempre di nuova divisione?

SALV. Par che quella distinzione d'atto e di potenza vi renda fattibile per un verso quel che per un altro sarebbe impossibile. Ma io vedrò d'aggiustar meglio queste partite con fare un altro computo; ed al quesito che domanda se le parti quante nel continuo terminato sian finite o infinite, risponderò tutto l'opposito di quel che rispose dianzi il Sig. Simplicio, cioè non esser nè finite nè infinite.

SIMP. Ciò non arei saputo mai risponder¹⁴⁰ io, non pensando

¹⁴⁰ *arei mai saputo risponder*

che si trovasse termine alcuno mezzano tra 'l finito e l'infinito, sì che la divisione o distinzione che pone, una cosa o esser finita o infinita, fusse manchevole e difettosa.

SALV. A me par ch'ella sia. E parlando delle quantità discrete, parmi che tra le finite e l'infinito ci sia un terzo medio termine, che è il rispondere ad ogni segnato numero; sì che, domandato, nel presente proposito, se le parti quante nel continuo siano finite o infinite, la più congrua risposta sia il dire, non esser nè finite nè infinite, ma tante che rispondono ad ogni segnato numero: per il che fare è necessario che elle non siano comprese dentro a un limitato numero, perchè non risponderebbono ad un maggiore; ma nè anco è necessario che elle siano infinite, perchè niuno assegnato numero è infinito: e così ad arbitrio del domandante una proposta linea gliela potremo assegnare segata¹⁴¹ in cento parti quante, e in mille e in cento mila, conforme a qual numero più gli piacerà; ma divisa in infinite, questo non già. Concedo dunque a i Signori filosofi che il continuo contiene quante parti quante piace loro, e gli ammetto che le contenga in atto o in potenza, a lor gusto e beneplacito; ma gli soggiungo poi, che nel modo che in una linea di dieci canne si contengono dieci

¹⁴¹ *segata*, che si legge in G, manca nella stampa.

linee d'una canna l'una, e quaranta d'un braccio l'una, e ottanta di mezzo braccio, etc., così¹⁴² contiene ella punti infiniti: chiamateli poi in atto o in potenza, come più vi piace, chè io, Sig. Simplicio, in questo particolare mi rimetto al vostro arbitrio e giudizio.

SIMP. Io non posso non laudare il vostro discorso: ma ho gran paura che questa parità dell'esser contenuti i punti come le parti quante non corra con intera puntualità, nè che a voi sarà così agevole il dividere la proposta linea in infiniti punti, come a quei filosofi in dieci canne o in quaranta braccia: anzi ho per impossibile del tutto il ridurr'ad effetto tal divisione, sì che questa sarà una di quelle potenze che mai non si riducono in atto.

SALV. L'esser una cosa fattibile se non con fatica o diligenza, o in gran lunghezza di tempo, non la rende impossibile, perchè penso che voi altresì non così agevolmente vi sbrighereste¹⁴³ da una divisione da farsi d'una linea in mille parti, e molto meno dovendo dividerla in 937 o altro¹⁴⁴ gran numero primo. Ma se

¹⁴² *braccio, così, s.*

¹⁴³ *sbrigherete*, s. In G era scritto *sbrigarete* e poi, probabilmente da GALILEO, fu aggiunto un *s* tra l'*e* e il *t* della desinenza *etc.*

¹⁴⁴ *o in altro*

questa, che voi per avventura stimate divisione impossibile, io ve la riducessi a così spedita come se altri la dovesse segare in quaranta, vi contentereste voi di ammetterla più placidamente nella nostra conversazione?

SIMP. Io gusto del vostro trattar, come fate talora, con qualche piacevolezza; ed al quesito vi rispondo, che la facilità mi parrebbe grande più che a bastanza, quando il risolverla in punti non fusse più laborioso che il dividerla¹⁴⁵ in mille parti.

SALV. Qui voglio dirvi cosa che forse vi farà maravigliare, in proposito del volere¹⁴⁶ o poter resolver la linea ne' suoi infiniti tenendo quell'ordine che altri tiene nel dividerla¹⁴⁷ in quaranta, sessanta o cento parti, cioè con l'andarla dividendo in due e poi in quattro etc.: col¹⁴⁸ qual ordine chi credesse di trovare i suoi

¹⁴⁵ *che in dividerla*, s. In G era pure scritto *che in dividerla*, e fu corretto, probabilmente da GALILEO stesso, in *che i dividerla*.

¹⁴⁶ *in proposito di volere*

¹⁴⁷ *altri ritiene in dividerla*

¹⁴⁸ *quattro: col*, s.

infiniti punti, s'ingannerebbe indigrosso, perchè con tal progresso nè men alla division di tutte le parti quante si perverrebbe in eterno; ma de gli indivisibili tanto è lontano il poter giugner per cotal strada al cercato termine, che più tosto altri se ne discosta, e mentre pensa, col continuar la divisione e col moltiplicar la moltitudine delle parti, di avvicinarsi alla infinità, credo che sempre più se n'allontani: e la mia ragione è questa. Nel discorso auto poco fa concludemmo, che nel numero infinito bisognava che tanti fossero i quadrati o i cubi quanti tutti i numeri, poichè e questi e quelli tanti sono quante le radici loro, e radici son tutti i numeri. Vedemmo appresso, che quanto maggiori numeri si pigliavano, tanto più radi si trovavano in essi i lor quadrati, e più radi ancora i lor cubi: adunque è manifesto, che a quanto maggiori numeri noi trapassiamo, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; dal che ne séguita che, tornando in dietro (poichè tal progresso sempre più ci allontana dal termine ricercato), se numero alcuno può dirsi infinito, questo sia l'unità. E veramente in essa son quelle condizioni e necessarij requisiti del numero infinito, dico del contener in sè tanti quadrati quanti cubi e quanti tutti i numeri.

SIMP. Io non capisco bene come si deva intender questo negozio.

SALV. Il negozio non ha in sè dubbio veruno, perchè l'unità è quadrato, è cubo, è quadrato quadrato e tutte¹⁴⁹ le altre dignità, nè vi è particolarità veruna essenziale a i quadrati, a i cubi, etc., che non¹⁵⁰ convenga all'uno: come, v. g., proprietà di due numeri quadrati è l'aver tra di loro un numero medio proporzionale; pigliate qualsivoglia numero quadrato per l'uno de' termini e per l'altro l'unità, sempre ci troverete un numero medio proporzionale. Siano due numeri quadrati 9 e 4: eccovi, tra 'l 9 e l'uno, medio proporzionale il 3; fra 'l 4 e l'uno¹⁵¹ media il 2; e tra i due quadrati 9 e 4 vi è il 6 in mezzo. Proprietà de i cubi è l'esser tra essi necessariamente due numeri medii proporzionali: ponete 8 e 27, già tra loro son medii 12 e 18; e tra l'uno e l'8 mediano il 2 e 'l 4; e tra¹⁵² l'uno e 'l 27, il 3 e 'l 9. Concludiamo per tanto, non ci essere altro numero infinito che l'unità. E queste sono delle maraviglie che superano la capacità della nostra immaginazione,

¹⁴⁹ *è cubo, è quadro quadrato e tutte*

¹⁵⁰ *a i cubi, che non, s.*

¹⁵¹ *fra 4 e l'uno*

¹⁵² *4; tra*

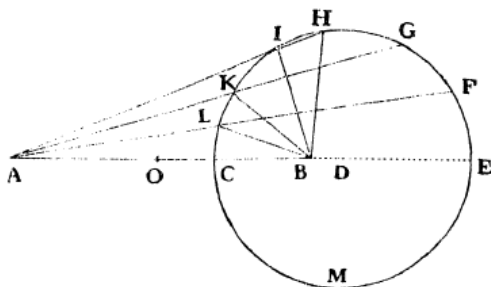
e che devriano farci accorti quanto gravemente si erri mentre altri voglia discorrere intorno a gl'infiniti con quei medesimi attributi che noi usiamo intorno a i finiti, le nature de i quali non hanno veruna convenienza tra di loro.

In proposito di che non voglio tacervi un mirabile accidente che pur ora mi sovviene, esplicante l'infinita differenza, anzi repugnanza e contrarietà di natura, che incontrerebbe una quantità terminata nel trapassar all'infinita. Segniamo questa linea retta AB di qualsivoglia lunghezza; e preso in lei qualsivoglia punto C, che in parti diseguali la divida, dico che partendosi coppie di linee da i termini A, B, che, ritenendo fra di loro la medesima proporzione che hanno le parti AC, BC, vadiano a concorrere insieme, i punti de i lor concorsi cadranno tutti¹⁵³ nella circonferenza di un medesimo cerchio: come, per esempio, partendosi le AL, BL da i punti A, B, ed avendo tra di loro la medesima proporzione¹⁵⁴ che hanno le parti AC, BC, ed andando a concorrere nel punto L, e ritenendo l'istessa proporzione altre due

¹⁵³ *concorsi andranno tutti*, s.

¹⁵⁴ *la proporzione medesima che hanno*

AK, BK, concorrendo in K, altre AI, BI, AH, HB, AG, GB, AF, FB, AE, EB, dico che i punti de i concorsi L, K, I, H, G, F, E cascano tutti nella circonferenza di un istesso cerchio; talchè se ci immagineremo, il punto C muoversi continuamente con tal legge, che le linee da esso prodotte sino a i termini fissi A, B mantenghino sempre la proporzione medesima che hanno le prime parti AC, CB, tal punto C descriverà la circonferenza d'un cerchio, come appresso vi dimostrerò; ed il cerchio in cotal



modo descritto sarà sempre maggiore e maggiore infinitamente¹⁵⁵, secondo che il punto C sarà preso più vicino al punto di mezzo, che sia O, e minore sarà

quel cerchio che dal punto più vicino all'estremità B sarà descritto; in maniera che¹⁵⁶ da i punti infiniti che pigliar si possono

¹⁵⁵ sarà sempre e maggiore, e maggiore infinitamente

¹⁵⁶ descritto; di maniera che

nella linea OB si descriveranno cerchi (movendogli con l'esplacata legge) di qualsivoglia grandezza, minori della luce dell'occhio d'una pulce, e maggiori dell'equinoziale del primo mobile. Ora, se alzandosi qualsivoglia de i punti compresi tra i termini O, B, da tutti si descrivono cerchi, e immensi da i punti prossimi all'O, alzando l'istesso O e continuando di muoverlo con l'osservanza dell'istesso decreto, cioè che le linee da esso prodotte sino a i termini A, B ritenghino la proporzione che hanno¹⁵⁷ le prime linee AO, OB, che linea verrà segnata? Segnerassi la circonferenza d'un cerchio, ma d'un cerchio maggiore di tutti gli altri massimi, di un cerchio, dunque, infinito; ma si segna anco una linea retta e perpendicolare sopra la BA, eretta dal punto O e prodotta in infinito senza mai tornare a riunire il suo termine ultimo col suo primo, come ben tornavano l'altre: imperò che¹⁵⁸ la segnata per il moto limitato del punto C, dopo segnato il mezzo cerchio superiore CHE, continuava di segnare l'inferiore EMC, riunendo insieme i suoi estremi termini nel punto C; ma il punto O, mossosi per segnar, come tutti gli altri della linea AB

¹⁵⁷ *la proporzione istessa che hanno*

¹⁵⁸ *imperocche, s*

(perchè i punti presi nell'altra parte OA descriveranno essi ancora i lor cerchi, ed i massimi i punti prossimi all'O), il suo cerchio, per farlo massimo di tutti, e per conseguenza infinito, non può più ritornare nel suo primo termine, ed in somma descrive una linea retta infinita per circonferenza del suo infinito cerchio. Considerate ora qual differenza sia da un cerchio finito a un infinito, poichè questo muta talmente l'essere, che totalmente perde l'essere e il poter essere: chè già ben chiaramente comprendiamo, non si poter dare un cerchio infinito; il che si tira poi in conseguenza, nè meno poter essere una sfera infinita, nè altro qualsivoglia corpo o superficie figurata e infinita¹⁵⁹. Or che diremo di cotali metamorfosi nel passar dal finito all'infinito? e perchè doviamo sentir repugnanza maggiore, mentre, cercando l'infinito ne i numeri, andiamo a concluderlo nell'uno? e mentre che rompendo un solido in molte parti e seguitando di ridurlo in minutissima polvere, risoluto che si fusse ne gl'infiniti suoi atomi non più divisibili, perchè non potremmo dire¹⁶⁰, quello esser ritornato in un solo continuo, ma forse fluido come l'acqua o 'l mercurio o 'l medesimo metallo liquefatto? e non vediamo noi,

¹⁵⁹ *figurata è infinita*

¹⁶⁰ *non potremo dire*

le pietre liquefarsi in vetro, ed il vetro medesimo, co 'l molto fuoco, farsi fluido più che l'acqua?

SAGR. Doviamo dunque credere, i fluidi esser tali, perchè sono risolti ne i primi infiniti indivisibili, suoi componenti?

SALV. Io non so trovar miglior ripiego per resolver alcune sensate apparenze, tra le quali una è questa. Mentre io piglio un corpo duro, o sia pietra o metallo, e che con martello o sottilissima lima lo vo al possibile dividendo in minutissima ed impalpabile polvere, chiara cosa è che i suoi minimi, ancor che per la lor piccolezza siano impercettibili a uno a uno dalla nostra vista e dal tatto, tuttavia son eglino ancor quanti, figurati e numerabili: e di essi accade che, accumulati insieme, si sostengono ammucchiati; e scavati sino a certo segno, resta la cavità, senza che le parti d'intorno scorrano a riempierla; agitati e commossi, subito si fermano tantosto che il motore esterno gli abbandona: e questi medesimi effetti fanno ancora tutti gli aggregati di corpusculi maggiori e maggiori, e di ogni figura, ancor che sferica, come veggiamo ne i monti di miglio, di grano, di migliarole di piombo e d'ogni altra materia. Ma se noi tenteremo di vedere tali accidenti nell'acqua, nissuno ve ne troveremo; ma, sollevata, immediatamente si spiana, se da vaso o altro esterno ritegno non sia sostenuta; incavata, subito scorre a riempier la cavità; ed agitata, per lunghissimo tempo va fluttuando, e per spazii grandissimi

distendendo le sue onde. Da questo mi par di potere molto ragionevolmente arguire, i minimi dell'acqua, ne i quali ella pur sembra esser risolta (poichè ha minor consistenza di qualsivoglia sottilissima polvere, anzi non ha consistenza nissuna), esser differentissimi¹⁶¹ da i minimi quanti e divisibili; nè saprei ritrovarci altra differenza, che l'esser indivisibili. Parmi anco che la sua esquisitissima trasparenza ce ne porga assai ferma coniettura: perchè se noi piglieremo del più trasparente cristallo che sia e lo cominceremo a rompere e pestare, ridotto in polvere perde la trasparenza, e sempre più quanto più sottilmente si trita; ma l'acqua, che pure è sommamente trita, è anco sommamente diafana. L'oro e l'argento, con acque forti polverizati più sottilmente che con qualsivoglia lima, pur restano in polvere, ma non divengon fluidi, nè prima si liquefanno che gl'indivisibili del fuoco o de i raggi del Sole gli dissolvano¹⁶², credo ne i lor primi altissimi componenti, infiniti, indivisibili.

SAGR. Questo che V. S. ha toccato della luce, ho io più volte veduto con maraviglia; veduto, dico, con uno specchio concavo di tre palmi di diametro, liquefare il piombo in un instante: onde

¹⁶¹ *differentissima*, s.

¹⁶² *gli dissolvono*, *credo*, s.

io son venuto in opinione, che quando lo specchio fusse grandissimo e ben terso e di figura parabolica, liquefarebbe non meno ogni altro metallo in brevissimo tempo, vedendo che quello, nè molto grande nè ben lustro e di cavità sferica, con tanta forza liquefaceva il piombo ed abbruciava ogni materia combustibile; effetti che mi rendon credibili le maraviglie de gli specchi d'Archimede.

SALV. Intorno a gli effetti de gli specchi d'Archimede mi rese credibile ogni miracolo, che si legge in più scrittori, la lettura de i libri dell'istesso Archimede, già da me con infinito stupore letti e studiati; e se nulla di dubbio mi fusse restato, quello che ultimamente ha dato in luce intorno allo specchio ustorio il P. Buonaventura Cavalieri, e che io con ammirazione ho letto, è bastato a cessarmi ogni¹⁶³ difficoltà.

SAGR. Veddi ancor io cotesto trattato, e con gusto e maraviglia grande lo lessi; e perchè per avanti avevo conoscenza della persona, mi andai confermando nel concetto che di esso avevo già preso, ch'ei fusse per riuscire uno de' principali matematici dell'età nostra. Ma tornando all'effetto maraviglioso de i raggi solari nel liquefare i metalli, doviamo noi credere che tale e sì veemente operazione sia senza moto, o pur che sia con moto,

¹⁶³ *a levarmi ogni*

ma velocissimo?

SALV. Gli altri incendi e dissoluzioni veggiamo noi farsi con moto, e con moto velocissimo: veggansi le operazioni de i fulmini, della polvere nelle mine e ne i petardi, ed in somma quanto il velocitar co' i mantici la fiamma de i carboni, mista con vapori grossi e non puri, accresca di forza nel liquefare i metalli: onde io non saprei intendere che l'azione della luce, benchè purissima, potesse esser senza moto, ed anco velocissimo.

SAGR. Ma quale e quanta doviamo noi stimare che sia questa velocità del lume? forse istantanea, momentanea, o pur, come gli altri movimenti, temporanea? nè potremo con esperienza assicurarci qual ella sia?

SIMP. Mostra l'esperienza quotidiana, l'espansion del lume esser istantanea; mentre che vedendo in gran lontananza sparar un'artiglieria, lo splendor della fiamma senza interposizion di tempo si conduce a gli occhi nostri, ma non già il suono all'orecchie, se non dopo notabile intervallo di tempo.

SAGR. Eh, Sig. Simplicio, da cotesta notissima esperienza non si raccoglie altro se non che il suono si conduce al nostro udito in tempo¹⁶⁴ men breve di quello che si conduca il lume; ma non mi assicura, se la venuta del lume sia per ciò istantanea,

¹⁶⁴ *udito con tempo*

più che temporanea ma velocissima. Nè simile osservazione conclude più che l'altra di chi dice: «Subito giunto il Sole all'orizzonte, arriva il suo splendore a gli occhi nostri»; imperò che chi mi assicura che prima non giugnessero i suoi raggi al detto termine, che alla nostra vista?

SALV. La poca concludenza di queste e di altre simili osservazioni mi fece una volta pensare a qualche modo di poterci senza errore accertar, se l'illuminazione, cioè se l'espansion del lume, fusse veramente istantanea; poichè il moto assai veloce del suono ci assicura, quella della luce non poter esser se non velocissima: e l'esperienza che mi sovvenne, fu tale. Voglio che due piglino un lume per uno, il quale, tenendolo dentro lanterna o altro ricetto, possano andar coprendo e scoprendo, con l'interposizion della mano, alla vista del compagno, e che, ponendosi l'uno incontro all'altro in distanza di poche braccia, vadano addestrandosi nello scoprire ed occultare il lor lume alla vista del compagno, sì che quando l'uno vede il lume dell'altro, immediatamente scuopra il suo; la qual corrispondenza, dopo alcune risposte fattesi scambievolmente, verrà loro talmente aggiustata, che, senza sensibile svatio, alla scoperta dell'uno risponderà immediatamente la scoperta dell'altro, sì che quando l'uno scuopre il suo lume, vedrà nell'istesso tempo comparire alla sua vista il lume dell'altro. Aggiustata cotal pratica in questa piccolissima distanza, pongansi i due medesimi compagni con due simili lumi

in lontananza di due o tre miglia, e tornando di notte a far l'istessa esperienza, vadano osservando attentamente se le risposte delle loro scoperte ed occultazioni seguono secondo l'istesso tenore che facevano da vicino; che seguendo, si potrà assai sicuramente concludere, l'espansion del lume essere instantanea: chè quando ella ricercasse tempo, in una lontananza di tre miglia, che importano sei per l'andata d'un lume e venuta dell'altro, la dimora dovrebbe esser assai osservabile. E quando si volesse far tal osservazione in distanze maggiori, cioè di otto o dieci miglia, potremmo servirci¹⁶⁵ del telescopio, aggiustandone un per uno gli osservatori al luogo dove la notte si hanno a mettere in pratica i lumi; li quali, ancor che non molto grandi, e per ciò invisibili in tanta lontananza all'occhio libero, ma ben facili a coprirsi e scoprirsi, con l'aiuto de i telescopii già aggiustati e fermati potranno esser commodamente veduti.

SAGR. L'esperienza mi pare d'invenzione non men sicura che ingegnosa. Ma diteci quello che nel praticarla avete concluso.

SALV. Veramente non l'ho sperimentata, salvo che in lontananza piccola, cioè manco d'un miglio, dal che non ho potuto assicurarmi se veramente la comparsa del lume opposto sia in-

¹⁶⁵ *miglia, potremo servirci*, s.

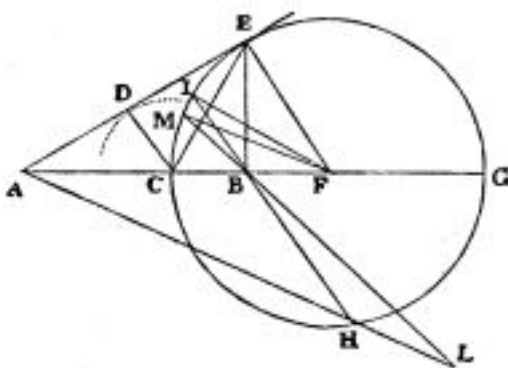
stantanea; ma ben, se non instantanea, velocissima, e direi momentanea, è ella, e per ora l'assimiglierei a quel moto che vegliamo farsi dallo splendore del baleno veduto tra le nugole lontane otto o dieci miglia: del qual lume distinguiamo il principio, e dirò il capo e fonte, in un luogo particolare tra esse nugole, ma bene immediatamente segue la sua espansione amplissima per le altre circostanti; che mi pare argomento, quella farsi con qualche poco di tempo; perchè quando l'illuminazione fusse fatta tutta insieme, e non per parti, non par che si potesse distinguer la sua origine, e dirò il suo centro, dalle sue falde e dilatazioni estreme. Ma in quai pelaghi ci andiamo noi inavvertentemente pian piano ingolfando? tra i vacui, tra gl'infiniti, tra gl'indivisibili, tra i movimenti instantanei, per non poter mai, dopo mille discorsi, giungere a riva?

SAGR. Cose veramente molto sproporzionate al nostro intendimento. Ecco: l'infinito, cercato tra i numeri, par che vadia a terminar nell'unità; da gl'indivisibili nasce il sempre divisibile; il vacuo non par che risegga se non indivisibilmente mescolato tra 'l pieno: ed in somma in queste cose si muta talmente la natura delle comunemente intese da noi, che sin alla circonferenza d'un cerchio doventa una linea retta infinita; che, s'io ho ben tenuto a memoria, è quella proposizione che voi, Sig. Salviati, dovevi con geometrica dimostrazione far manifesta. Però, quando vi piaccia, sarà bene, senza più digredire, arrecarcela.

il seguente problema:

in parti diseguali, descrivere un cerchio, alla cui circonferenza prodotte, a qualsivoglia punto di essa, due linee rette da i termini della data linea, ritenghino la proporzione medesima che hanno tra di loro le parti di essa linea data, sì che omologhe siano quelle che si partono da i medesimi termini.

diseguali nel punto C: bisogna descrivere il cerchio, a qualsivoglia punto della cui circonferenza concorrendo due rette prodotte da i termini A, B, abbiamo tra di loro la proporzion medesima che



hanno tra di loro
le parti AC, BC, sì
che omologhe
sian quelle che si
partono dall'i-
stesso¹⁶⁶ termine.
Sopra 'l centro C,
con l'intervallo

166 *si partano dall'*

della minor parte CB, intendasi descritto un cerchio, alla circonferenza del quale venga tangente dal punto A la retta AD, indeterminatamente prolungata¹⁶⁷ verso E, e sia il contatto in D, e congiungasi la CD, che sarà perpendicolare alla AE; ed alla BA sia perpendicolare la BE, la quale prodotta concorrerà con la AE, essendo l'angolo¹⁶⁸ A acuto; sia il concorso in E, di dove si ecciti la perpendicolare alla AE, che prodotta vadia a concorrere con la AB, infinitamente prolungata, in F: dico primieramente, le due rette FE, FC esser eguali. Imperò che, tirata la EC, aremo ne i due triangoli DEC, BEC li due lati dell'uno DE, EC eguali alli due dell'altro BE, EC, essendo le due DE, EB tangenti del cerchio DB, e le basi DC, CB parimente eguali; onde li due angoli DEC, BEC saranno eguali. E perchè all'angolo BCE per esser retto manca quanto è l'angolo CEB, ed all'angolo CEF, pur per esser retto, manca quanto è l'angolo CED, essendo tali mancamenti eguali, gli angoli FCE, FEC saranno eguali, ed in conseguenza i lati FE, FC; onde fatto centro il punto F, e con l'intervallo FE descrivendo un cerchio, passerà per il punto C. Descriv-

¹⁶⁷ *prolongata*, s

¹⁶⁸ *angulo*, s.

vasi, e sia CEG: dico, questo esser il cerchio ricercato, a qualsivoglia punto della circonferenza del quale ogni coppia di linee che vi concorrano, partendosi da i termini A, B, aranno la medesima proporzione tra di loro che hanno le due parti AC, BC, le quali di già vi concorrono nel punto C. Questo, delle due che concorrono nel punto E, cioè delle AE, BE, è manifesto, essendo l'angolo E del triangolo AEB diviso in mezzo dalla CE; per lo che qual proporzione ha la AC alla CB, tale ha la AE alla BE. L'istesso proveremo delle due AG, BG, terminate nel punto G. Imperò che, essendo (per la similitudine de' triangoli AFE, EFB) come AF ad FE così EF ad FB, cioè come AF ad FC così CF ad FB, sarà, dividendo, come AC a CF (cioè ad FG) così CB a BF, e tutta AB a tutta BG come una CB ad una BF, e, componendo, come AG a GB così CF ad FB, cioè EF ad FB, cioè AE ad EB, ed AC a CB: il che bisognava provare. Prendasi ora qualsivoglia altro punto nella circonferenza, e sia H, al quale concorrano le due AH, BH: dico parimente, come AC a CB, così essere AH ad HB. Prolunghisi HB sino alla circonferenza in I, e congiungasi IF: e perchè già si è visto, come AB a BG, così essere CB a BF, sarà il rettangolo ABF eguale al rettangolo CBG, cioè IBH, e però come AB a BH, così IB a BF; e sono gli angoli al B eguali; adunque AH ad HB sta come IF, cioè EF, ad FB, ed AE

ad EB¹⁶⁹.

Dico, oltre a ciò, che è impossibile che le linee¹⁷⁰ che abbiano tal proporzione, partendosi da i termini A, B, concorrano a verun punto o dentro o fuori del cerchio CEG. Imperò che, se è possibile, concorrano due tali linee al punto L, posto fuori, e siano le AL, BL, e prolunghisi la LB sino alla circonferenza in M, e congiungasi MF. Se dunque la AL alla BL è come la AC alla BC, cioè come la MF alla FB, aremo due triangoli ALB, MFB, li quali intorno alli due angoli ALB, MFB hanno i lati proporzionali, gli angoli alla cima nel punto B eguali, e li due rimanenti FMB, LAB minori che retti (imperò che l'angolo retto al punto M ha per base tutto il diametro CG, e non la sola parte BF; e l'altro al punto A è acuto, perchè la linea AL, omologa della AC, è maggiore della BL, omologa della BC); adunque i triangoli ABL, MBF son simili, e però come AB a BL così MB a BF, onde il rettangolo ABF sarà eguale al rettangolo MBL: ma il rettangolo ABF s'è dimostrato eguale al CBG; adunque il rettangolo MBL

¹⁶⁹ cioè CF, ad FB, cioè come EF ad FB ed AE ad EB.

¹⁷⁰ che linee

è eguale al rettangolo CBG, il che è impossibile: adunque il concorso non¹⁷¹ può cader fuor del cerchio. E nel medesimo modo si dimostrerà, non poter cader dentro: adunque tutti i concorsi cascano nella circonferenza stessa.

Ma è tempo che torniamo a dar sodisfazione al desiderio del Sig. Simplicio, mostrandogli come il resolver la linea ne' suoi infiniti punti non è non solamente impossibile, ma nè meno ha in sè maggior difficoltà che 'l distinguere le sue parti quante, fatto però un supposto, il quale penso, Sig. Simplicio, che non siate per negarmi: e questo è, che non mi ricercherete che io vi separi i punti l'uno dall'altro e ve li faccia veder a uno a uno distinti sopra questa carta, perchè io ancora mi contenterei che, senza staccar l'una dall'altra le quattro o le sei parti d'una linea, mi mostraste le sue divisioni segnate, o al più piegate ad angoli, formandone un quadrato o un essagono; perchè mi persuado pure che allora le chiamereste a bastanza distinte ed attuate.

SIMP. Veramente sì.

SALV. Ora, se l'inflettere una linea ad angoli, formandone ora un quadrato, ora un ottangolo, ora un poligono di quaranta, di cento o di mille angoli, è mutazione bastante a ridurre all'atto quelle quattro, otto, quaranta, cento e mille parti che prima nella

¹⁷¹ *il concorso etc. non*

linea dritta erano, per vostro detto, in potenza, quando io formi di lei un poligono di lati infiniti, cioè quando io la infletta nella circonferenza d'un cerchio, non potrò io¹⁷² con pari licenza dire d'aver ridotto all'atto quelle parti infinite, che voi prima, mentre era retta, dicevi esser in lei contenute in potenza? Nè si può negare, tal risoluzione esser fatta ne' suoi infiniti punti non meno che quella delle sue quattro parti nel formarne un quadrato, o nelle sue mille nel formarne un millagono; imperò che in lei non manca veruna delle condizioni che si trovano nel poligono di mille e di cento mila lati. Questo, applicato a una linea retta, se gli posa sopra toccandola con uno de' suoi lati, cioè con una sua centomillesima¹⁷³ parte; il cerchio, che è un poligono di lati infiniti, tocca la medesima retta con uno de' suoi lati, che è un sol punto, diverso da tutti i suoi collaterali, e perciò da quelli diviso e distinto non meno che un lato del poligono da i suoi conterminali: e come il poligono rivoltato sopra un piano stampa con i toccamenti conseguenti de' suoi lati una linea retta eguale al suo perimetro, così il cerchio girato sopra un tal piano descrive con gl'infiniti suoi successivi contatti una linea retta egual alla propria

¹⁷² *non potrò con*

¹⁷³ *centomillesima*

circonferenza. Non so adesso, Sig. Simplicio, se i Signori Peripatetici, a i quali io ammetto, come verissimo concetto, il continuo esser divisibile in sempre divisibili, sì che continuando una tal divisione e suddivisione mai non si perverrebbe¹⁷⁴ alla fine, si contenteranno di concedere a me, niuna delle tali loro divisioni esser l'ultima, come veramente non è, poichè sempre ve ne resta un'altra, ma bene l'ultima ed altissima esser quella che lo risolve in infiniti indivisibili, alla quale concedo che non si perverrebbe mai dividendo successivamente in maggiore e maggior moltitudine di parti; ma servendosi della maniera che propongo io, di distinguere e risolvere tutta la infinità in un tratto solo (artificio che non mi dovrebbe esser negato), crederei che dovessero quietarsi, ed ammetter questa composizione del continuo di atomi assolutamente indivisibili, e massime essendo questa una strada forse più d'ogni altra corrente per trarci fuori di molto intrigati laberinti, quali sono, oltre a quello già toccato della coerenza delle parti de i solidi, il comprender come stia il negozio della rarefazione e della condensazione, senza incorrer per causa di quella nell'inconveniente di dovere ammettere spazii vacui, e per questa la penetrazione de i corpi: inconvenienti, che amendue mi pare ch'assai destramente vengano schivati con l'ammetter detta

¹⁷⁴ *perverebbe*, s.

composizione d'indivisibili.

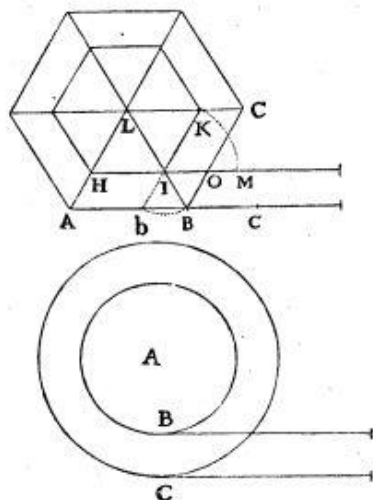
SIMP. Io non so quello che i Peripatetici fusser per dire, atteso che le considerazioni fatte da voi credo che gli giugnerebbero per la maggior parte nuove, e come tali converrebbe esaminarle; e potrebbe accadere che quelli vi ritrovassero risposte e soluzioni potenti a sciorre quei nodi, che io, per la brevità del tempo e per la debolezza del mio ingegno, non saprei di presente risolvere. Però sospendendo per ora questa parte, sentirei ben volentieri come l'introduzione di questi indivisibili faciliti l'intelligenza della condensazione e della rarefazione, schivando nell'istesso tempo il vacuo e la penetrazione de i corpi.

SAGR. Sentirò io ancora con gran brama la medesima cosa, all'intelletto mio tanto oscura; con questo però, che io non rimanga defraudato di sentire, conforme a quello che poco fa disse il Sig. Simplicio, le ragioni d'Aristotele in confutazione del vacuo, ed in conseguenza le soluzioni che voi gli arrecate, come convien fare mentre voi ammettete quello che esso nega.

SALV. Faremo l'uno e l'altro. E quanto al primo, è necessario che, sì come in grazia della rarefazione ci serviamo della linea descritta dal minor cerchio, maggiore della propria circonferenza, mentre vien mosso alla rivoluzione del maggiore, così per intelligenza della condensazione mostriamo come alla conversione fatta dal minor cerchio il maggiore descriva una linea retta minore della sua circonferenza; per la cui più chiara esplicazione,

porremo innanzi la considerazione di quello che accade ne i poligoni.

In una descrizione simile a quell'altra, siano due essagoni circa il comune centro L , che siano questi ABC , HIK , con le linee parallele HOM , AB e c , sopra le quali si abbiano a far le re-



voluzioni; e fermato l'angolo I del poligono minore, volgasi esso poligono sin che il lato IK caschi sopra la parallela, nel qual moto il punto K descriverà l'arco KM , e 'l lato KI si unirà con la parte IM : tra tanto bisogna vedere quel che farà il lato CB del poligono maggiore. E perchè il rivolgimento si fa sopra il punto I , la linea IB col termine suo B descriverà, tornando indietro, l'arco

Bb sotto alla parallela cA , tal che quando il lato KI si congiugnerà con la linea MI , il lato BC si unirà con la linea bc , con l'avanzarsi per l'innanzi solamente quanto è la parte Bc e ritirando in dietro la parte sottesa all'arco Bb , la quale vien sopraposta alla linea BA . Ed intendendo continuarsi nell'istesso modo la conversione fatta dal minor poligono, questo descriverà bene e passerà sopra la

sua parallela una linea eguale al suo perimetro; ma il maggiore passerà una linea minore del suo perimetro la quantità di tante linee bB quanti sono uno manco de' suoi lati; e sarà tal linea prossimamente eguale alla descritta dal poligono minore, eccedendola solamente di quanto è la bB ¹⁷⁵. Qui dunque senza veruna repugnanza si scorge la cagione per la quale il maggior poligono non trapassi (portato dal minore) con i suoi lati linea maggiore della passata dal minore; che è perchè una parte di ciascheduno de' lati si soprappone¹⁷⁶ al suo precedente conterminale.

Ma se considereremo i due cerchi intorno al centro A, li quali sopra le lor parallele posino, toccando il minore la sua nel punto B, ed il maggiore la sua nel punto C, qui nel cominciar a far la rivoluzione del minore non avverrà che il punto B resti per qualche tempo immobile, sì che la linea BC dando in dietro trasporti il punto C, come accadeva ne i poligoni, che restando fisso il punto I sin che il lato KI cadesse sopra la linea IM, la linea IB riportava in dietro il B, termine del lato CB, sino in b , onde il lato BC cadeva in bc , soprapponendo alla linea BA la parte Bb e solo

¹⁷⁵ *la linea bB.*

¹⁷⁶ *ciascheduno si soprappone*

avanzandosi per l'innanzi la parte Bc, eguale alla IM, cioè a un lato del poligono minore; per le quali soprapposizioni, che sono gli eccessi de i lati maggiori sopra i minori, gli avanzi che restano, eguali a i lati del minor poligono, vengono a comporre nell'intera rivoluzione la linea retta eguale alla segnata e misurata dal poligono minore. Ma qui dico, che se noi vorremo applicare un simil discorso all'effetto de i cerchi, converrà dire, che dove¹⁷⁷ i lati di qualsivoglia poligono son compresi da qualche numero, i lati del cerchio sono infiniti: quelli son quanti e divisibili; questi, non quanti e indivisibili: i termini de i lati del poligono nella rivoluzione stanno per qualche tempo fermi, cioè ciascheduno tal parte del tempo di una intera conversione, qual parte esso è di tutto il perimetro; ne i cerchi similmente le dimore de' termini de' suoi infiniti lati son momentanee¹⁷⁸, perchè tal parte è un istante d'un tempo quanto, qual è un punto d'una linea, che ne contiene infiniti: i regressi in dietro fatti da i lati del maggior poligono sono non di tutto 'l lato, ma solamente dell'eccesso suo

¹⁷⁷ *dire, dove*, s. Così era stato scritto anche in G, ma GALILEO di suo pugno corresse *dire, che dove*.

¹⁷⁸ *momentanee, che tal*, s. Così si leggeva anche in G, ma GALILEO di sua mano corresse *che in perchè*.

sopra 'l lato del minore, acquistando per l'innanzi tanto di spazio quanto è il detto minor lato; ne i cerchi il punto o lato C, nella quiete instantanea del termine B, si ritira in dietro¹⁷⁹ quanto è il suo eccesso sopra 'l lato B, acquistando per l'innanzi quanto è il medesimo B: ed in somma gl'infiniti lati indivisibili del maggior cerchio con gl'infiniti indivisibili ritiramenti loro, fatti nell'infinita instantanea dimore de gl'infiniti termini de gl'infiniti lati del minor cerchio, e con i loro infiniti progressi, eguali a gl'infiniti lati di esso minor cerchio, compongono e disegnano una linea eguale alla descritta dal minor cerchio, contenente in sè infinite sovrapposizioni non quante, che fanno una costipazione e condensazione senza veruna penetrazione di parti quante, quale non si può intendere farsi nella linea divisa in parti quante, quale è il perimetro di qualsivoglia poligono, il quale, disteso in linea retta, non si può ridurre in minor lunghezza se non col far che i lati si sovrapponghino e penetrino l'un l'altro. Questa costipazione di parti non quante ma infinite, senza penetrazione di parti quante, e la prima distrazione di sopra dichiarata de gl'infiniti indivisibili con l'interposizione di vacui indivisibili, credo che sia il più che dir si possa per la condensazione e rarefazione de i corpi, senza

¹⁷⁹ *si tira in dietro*

necessità d'introdurre la penetrazione de i corpi e gli spazii¹⁸⁰ quanti vacui. Se ci è cosa che vi gusti, fatene capitale; se no, reputatela¹⁸¹ vana, e 'l mio discorso ancora, e ricercate da qualche altro esplicazione di maggior quiete per l'intelletto. Solo queste due parole¹⁸² vi replico, che noi siamo tra gl'infiniti e gl'indivisibili.

SAGR. Che il pensiero sia sottile, ed a' miei orecchi nuovo e peregrino, lo¹⁸³ confesso liberamente; se poi nel fatto stesso la natura proceda con tal ordine, non saprei che risolvermi: vero è che sin ch'io non sentissi cosa che maggiormente mi quietassi, per non rimaner muto affatto, m'atterrei a questa. Ma¹⁸⁴ forse il

¹⁸⁰ *de i corpi o gli spazii, s.*

¹⁸¹ *se non, reputatela*

¹⁸² *queste parole*

¹⁸³ *e pellegrino, lo*

¹⁸⁴ *a questo. Ma*

Sig. Simplicio avrà (quello che sin qui¹⁸⁵ non ho incontrato) modo di esplicare l'esplicazione che in materia così astrusa da i filosofi si arreca; chè in vero quel che sin qui ho letto circa la condensazione è per me così¹⁸⁶ denso, e quel della rarefazione così sottile, che la mia debil vista questo non comprende e quello non penetra.

SIMP. Io son pieno di confusione, e trovo duri intoppi nell'un sentiero e nell'altro, ed in particolare in questo nuovo: perchè, secondo questa regola, un'oncia d'oro si potrebbe rarefare e distrarre in una mole maggiore di tutta la Terra, e tutta la Terra condensare e ridurre in minor mole di una noce¹⁸⁷, cose che io non credo, nè credo che voi medesimo crediate; e le considerazioni e dimostrazioni sin qui fatte da voi, come che son cose matematiche, astratte e separate dalla materia sensibile, credo che applicate alle materie fisiche e naturali non camminerebbero secondo coteste regole.

SALV. Che io vi sia per far vedere l'invisibile, nè io lo saprei

¹⁸⁵ *che in sin qui*

¹⁸⁶ *condensazione per me è così*

¹⁸⁷ *in mole d'una noce*

fare, nè credo che voi lo ricerchiate; ma per quanto da i nostri sensi può esser compreso, già che voi avete nominato l'oro, non veggiam noi farsi immensa¹⁸⁸ distrazione delle sue parti? Non so se vi sia occorso di veder¹⁸⁹ le maniere che¹⁹⁰ tengono gli artefici in condur l'oro tirato, il quale non è veramente oro se non in superficie, ma la materia interna è argento: ed il modo del condurlo è tale. Pigliano un cilindro, o volete dire una verga, d'argento, lunga circa mezzo braccio e grossa per tre o quattro volte il dito pollice, e questa indorano con foglie d'oro battuto, che sapete esser così sottile che quasi va vagando per l'aria, e di tali foglie ne soprappongono otto o dieci, e non più. Dorato che è, cominciano a tirarlo con forza immensa, facendolo passare per fori della filiera¹⁹¹; e tornando a farlo ripassare molte e molte

¹⁸⁸ *farsi una immensa*

¹⁸⁹ *occorso il veder*, s. Così era stato scritto anche in G; ma il fu corretto, probabilmente da GALILEO, in *di*.

¹⁹⁰ *veder la maniere che*

¹⁹¹ *filiera, tornando... angustì, sì che dopo*, s. Così si leggeva anche in G; ma GALILEO corresse di suo pugno conforme abbiamo stampato nel testo.

volte successivamente per fori più angusti, dopo molte e molte ripassate lo riducono alla sottigliezza d'un capello di donna, se non maggiore: e tuttavia resta dorato in superficie. Lascio ora considerare a voi quale sia¹⁹² la sottigliezza e distrazione alla quale si è ridotta la sustanza dell'oro.

SIMP. Io non veggo che da questa operazione venga in conseguenza un assottigliamento della materia dell'oro da farne quelle maraviglie che voi vorreste: prima, perchè già la prima doratura fu di dieci foglie d'oro, che vengono a far notabile grossezza; secondariamente, se ben, nel tirare e assottigliar quell'argento, cresce in lunghezza¹⁹³, scema però anco tanto in grossezza, che, compensando l'una dimensione con l'altra, la superficie non si agumenta tanto, che per vestir l'argento di oro, bisogna ridurlo a sottigliezza maggiore di quella delle prime foglie.

SALV. V'ingannate d'assai, Sig. Simplicio, perchè l'accrescimento della superficie è sudduplo dell'allungamento, come io potrei geometricamente dimostrarvi¹⁹⁴.

¹⁹² *a voi quanta sia*

¹⁹³ *cresce la lunghezza*

¹⁹⁴ *dimostrare*

SAGR. Io, e per me¹⁹⁵ e per il Sig. Simplicio, vi pregherei a recarci tal dimostrazione, se però credete che da noi possa esser capita.

SALV. Vedrò se così improvvisamente mi torna a memoria. Già è manifesto, che quel primo grosso cilindro d'argento ed il filo lunghissimo tirato sono due cilindri eguali, essendo l'istesso argento; tal che s'io mostrerò¹⁹⁶ qual proporzione abbiano tra di loro le superficie de i cilindri eguali, averemo l'intento. Dico per tanto che¹⁹⁷:

Le superficie de i cilindri eguali, trattone le basi, son tra di loro in sudduplicata proporzione delle loro lunghezze.

Siano due cilindri eguali, l'altezze de i quali AB, CD, e sia la

¹⁹⁵ *Io, per me*

¹⁹⁶ *se io dimostrerò*

¹⁹⁷ In G manca *Dico per tanto che*; ma dopo *l'intento* erano state scritte altre parole, che furono accuratamente cancellate, com'è probabile da GALILEO, e delle quali non si distinguono più che le prime (*Ma per più facile dimostrazione la faremo...*).

linea E media proporzionale tra esse: dico, la superficie del cilindro AB, trattone le basi, alla superficie del cilindro CD, trattone parimente le basi, aver la medesima proporzione che la linea¹⁹⁸ AB alla linea E, che è suddupla della proporzione di AB a CD. Taglisi la parte del cilindro AB in F, e sia l'altezza AF eguale alla CD: e perchè le basi de' cilindri eguali rispondon contrariamente alle loro altezze, il cerchio base del cilindro CD al cerchio base del cilindro AB sarà come l'altezza BA alla DC; e perchè i cerchi son tra loro come i quadrati de i diametri, aranno detti¹⁹⁹ quadrati la medesima proporzione che la BA alla CD; ma come BA a CD, così il quadrato BA al quadrato della E: son dunque tali quattro quadrati proporzionali; e però i lor lati ancora saranno proporzionali, e come la linea AB alla E, così il diametro del cerchio C al diametro del cerchio A. Ma come i diametri, così sono le circonferenze, e come le circonferenze così sono ancora le superficie de' cilindri egualmente alti: adunque come la linea AB alla E²⁰⁰, così la superficie del cilindro CD alla superficie del ci-

¹⁹⁸ *che ha la linea*

¹⁹⁹ *aranno i detti*

²⁰⁰ *alla linea E*

lindro AF. Perchè dunque l'altezza AF alla AB sta come la superficie AF alla superficie AB; e come l'altezza AB alla linea E, così la superficie CD alla AF²⁰¹; sarà, per la perturbata, come l'altezza AF alla E, così la superficie CD alla superficie AB: e convertendo, come la superficie del cilindro AB alla superficie del cilindro CD, così la linea E alla AF²⁰², cioè alla CD, o vero la AB alla E, che è proporzione suddupla della AB alla CD: che è quello che bisognava provare.

Ora, se noi applicheremo questo, che si è dimostrato, al nostro proposito, presupposto che quel cilindro d'argento, che fu dorato mentre non era più lungo di mezzo braccio e grosso tre o quattro volte più del dito pollice, assottigliato alla finezza d'un capello si sia allungato sino in venti mila braccia (che sarebbe anche più assai), troveremo, la sua superficie esser cresciuta dugento volte più di quello che era; ed in conseguenza quelle foglie d'oro, che furon sopraposte dieci in numero, distese in superficie dugento volte maggiore, ci assicurano, l'oro, che cuopre la

²⁰¹ *alla superficie AF*

²⁰² *alla linea AF*

superficie delle tante²⁰³ braccia di filo, restar non più grosso²⁰⁴ che la ventesima parte d'una foglia dell'ordinario oro battuto. Considerate ora voi qual sia la sua sottigliezza, e se è possibile concepirla fatta senza una immensa distrazione di parti, e se questa vi pare una esperienza che tenda anche ad una composizione d'infiniti indivisibili nelle materie fisiche: se ben di ciò non mancano altri più gagliardi e concludenti rincontri²⁰⁵.

SAGR. La dimostrazione mi par tanto bella, che quando non avesse forza di persuader quel primo intento per il quale è stata prodotta (che pur mi par che ve l'abbia grande), ad ogni modo benissimo si è impiegato questo breve tempo che per sentirla si è speso.

SALV. Già che veggo che gustate tanto di queste geometriche dimostrazioni, apportatrici di guadagni sicuri, vi dirò la compagna di questa, che sodisfà ad un quesito curioso assai²⁰⁶. Nella

²⁰³ *superficie di tante*

²⁰⁴ *filo, non restar più grosso*

²⁰⁵ *concludenti incontri*

²⁰⁶ *quesito assai curioso. Nella*

passata aviamo quello che accaggia de i cilindri eguali, ma diversi di altezze²⁰⁷ o vero lunghezze: è ben sentire quello che avvenga a i cilindri eguali di superficie, ma diseguali d'altezze²⁰⁸; intendendo sempre delle superficie sole che gli circondano intorno, cioè non comprendendo le due basi, superiore e inferiore. Dico dunque che:

I cilindri retti²⁰⁹, le superficie de i quali, trattone le basi, siano eguali, hanno fra di loro la medesima proporzione che le loro altezze contrariamente prese.

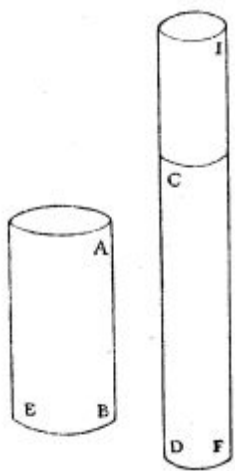
Siano eguali le superficie de i due cilindri AE, CF, ma l'altezza di questo CD maggiore dell'altezza dell'altro AB: dico, il cilindro AE al cilindro CF aver la medesima proporzione che l'altezza CD alla AB. Perchè dunque la superficie CF è eguale alla superficie AE, sarà il cilindro CF minore dell'AE, perchè se li fusse eguale, la sua superficie, per la passata proposizione, sarebbe maggiore della superficie AE, e molto più se il medesimo cilindro CF fusse maggiore dell'AE. Intendasi il cilindro ID eguale

²⁰⁷ *accaggia ne i prismi ecilindri eguali, ma di diverse altezze*

²⁰⁸ *a' cilindri o prismi di superficie eguali, ma di diseguali altezze*

²⁰⁹ *I prismi e cilindri*

all'AE; adunque, per la precedente, la superficie del cilindro ID alla superficie dell'AE starà come²¹⁰ l'altezza IF alla media tra IF, AB. Ma essendo, per il dato, la superficie AE eguale alla CF, ed avendo la superficie ID alla CF la medesima proporzione che l'altezza IF alla CD, adunque la CD è media tra le IF, AB; in oltre,



essendo il cilindro ID eguale al cilindro AE, aranno amendue la medesima proporzione al cilindro CF: ma l>ID al CF sta come l'altezza IF alla CD: adunque il cilindro AE al cilindro CF arà la medesima proporzione che la linea IF alla CD, cioè che la CD alla AB, che è l'intento. Di qui s'intende la ragione d'un accidente che non senza maraviglia vien sentito dal popolo; ed è, come possa essere che il medesimo pezzo di tela più lungo per un verso

che per l'altro²¹¹, se se ne facesse un sacco da tenervi dentro del grano, come si costuma fare²¹² con un fondo di tavola, terrà più

²¹⁰ *AE sarà come*

²¹¹ *che per un altro, chi ne facesse*

²¹² *si costumano fare*, s. Così era stato scritto anche in G; ma poi

servendoci²¹³ per l'altezza del sacco della minor misura della tela e con l'altra circondando la tavola del fondo²¹⁴, che facendo per l'opposito²¹⁵: come se, v. g., la tela per un verso fusse sei braccia e per l'altro dodici, più terrà quando con la lunghezza di dodici si circonda la tavola del fondo, restando il sacco alto braccia sei, che se si circondasse²¹⁶ un fondo di sei braccia, avendone dodici per altezza. Ora, da quello che si è dimostrato, alla generica notizia del capir più per quel verso che per questo, si aggiugne la specifica e particolare scienza del quanto ei contenga più²¹⁷; che

costumano fu corretto, probabilmente da GALILEO, in *costuma*.

²¹³ Dapprima in G era stato scritto *servendomi*, che GALILEO corresse, di suo pugno, in *servendosi*.

²¹⁴ *circondando l'asse del fondo*

²¹⁵ *l'opposito, cioè facendo il sacco più alto, ma più stretto: come*

²¹⁶ *verso fosse lunga 12 braccia e per l'altro 6, più terrà il sacco con le 12 braccia circonda la tavola del fondo, restando alto 6 braccia, che se circondasse*

²¹⁷ *ei tenga più*

è, che tanto più terrà quanto sarà più basso, e tanto meno quanto più alto²¹⁸: e così, nelle misure assegnate essendo la tela il doppio più lunga che larga, cucita per la lunghezza²¹⁹ terrà la metà manco che per l'altro verso; e parimente avendo una stuoia, per fare una bugnola, lunga venticinque braccia e larga, v. g., sette, piegata per lo lungo terrà solamente sette misure di quelle che per l'altro verso ne terrebbe venticinque.

SAGR. E così con nostro gusto particolare andiamo continuamente acquistando nuove cognizioni curiose e non ignude di utilità. Ma nel proposito toccato adesso, veramente non credo che tra quelli che mancano di qualche cognizione di geometria se ne trovassero quattro per cento che non restassero a prima giunta ingannati, che quei corpi che da superficie eguali son contenuti, non fussero ancora in tutto eguali; sì come nell'istesso errore incorrono parlando²²⁰ delle superficie, che per determinar, come spesse volte accade, delle grandezze di diverse città, intera

²¹⁸ *quanto più è alto*

²¹⁹ *larga, cucito per lunghezza*

²²⁰ *incorrono anco parlando*

cognizione gli par d'averne qualunque volta sanno la quantità de i recinti di quelle, ignorando che può essere un recinto eguale a un altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello: il che accade non solamente tra le superficie irregolari²²¹, ma tra le regolari, delle quali quelle di più lati son sempre più capaci di quelle di manco lati, sì che in ultimo il cerchio, come poligono di lati infiniti, è capacissimo sopra tutti gli altri poligoni di egual circuito; di che mi ricordo averne con gusto particolare veduta²²² la dimostrazione studiando la Sfera del Sacrobosco con un dottissimo commentario sopra.

SALV. È verissimo²²³: ed avendo io ancora incontrato cotesto

²²¹ *regolari, tra le quali*, s. Così era stato scritto anche in G, ma GALILEO corresse di suo pugno *tra le in delle*.

²²² *mi ricordo con gusto particolare aver veduta*

²²³ e seg. In luogo del tratto da *SALV. È verissimo a che si doveva dimostrare* (pag. 104, lin. 8) nel cod. G si legge, di mano del copista, il seguente brano, che fa cancellato da GALILEO:

SALV. È verissimo: ed avendo io ancora incontrato cotesto luogo, mi dette occasione di ritrovare, come con una sola e breve dimostrazione si concluda, il cerchio esser maggiore di tutte le figure regolari isoperimetre.

SAGR. Ed io, che sento tanto diletto in certe dimostrazioni e proposizioni

scelte e non triviali, importunandovi vi prego che me ne faciate [sic] partecipe, e massime essendo (secondo che dite) breve.

SALV. In pochissime parole mi spedisco. Siano il cerchio A ed il poligono regolare B isoperimetri: dico, il cerchio esser maggiore del poligono. Intendasi, intorno al cerchio esser descritto un poligono simile al B, e dal contatto d'uno de' suoi lati sia tirato il semidiametro AC: è manifesto, il cerchio A esser eguale al triangolo rettangolo, de' lati del quale che sono intorno all'angolo retto, uno sia eguale alla circonferenza, e l'altro al semidiametro AC: ma il poligono circoscritto esso ancora è eguale al triangolo rettangolo che intorno all'angolo retto abbia un lato eguale al suo perimetro, e l'altro al semidiametro medesimo AC: adunque il poligono circoscritto ha al cerchio la medesima proporzione che il suo perimetro alla circonferenza del cerchio, cioè al perimetro del poligono B, che si pone eguale alla detta circonferenza. Ma il circoscritto al suo simile poligono B ha doppia proporzione di quella che ha il suo perimetro al perimetro del poligono B; adunque il cerchio è proporzionale di mezzo tra li due poligoni: ma il poligono circoscritto è maggiore del cerchio: adunque il cerchio è maggior del poligono B.

A questo brano cancellato GALILEO sostituì, sempre nel cod. G, su di una carta aggiunta e scritta tutta di suo pugno, una seconda stesura, che differisce da quella della stampa soltanto per le seguenti, varianti: pag. 101, lin. 23 - pag. 102, lin. 3, *cotesto luogo, e parendomi che il tutto assai più succintamente si potesse dimostrare, sotto una sola dimostrazione lo ridussi, con illazioni molto da quelle differenti.* SAGR. *Ed io, che sento;* pag. 102, lin. 4, *scielte;* lin. 7-8, *cioè che: Il cerchio;* lin. 11, *tutti i suoi isoperimetri;* lin. 16, *l'altro B al medesimo cerchio;* lin. 16-17, *esser tra essi*

luogo, mi dette occasione di ritrovare, come con una sola e breve dimostrazione si concluda, il cerchio esser maggiore di tutte le figure regolari isoperimetre; e, dell'altre, quelle di più lati, maggiori di quelle di manco.

SAGR. Ed io, che sento tanto diletto in certe proposizioni e dimostrazioni scelte e non triviali, importunandovi vi prego che me ne facciate partecipe.

SALV. In brevi parole vi spedisco, dimostrando il seguente teorema, cioè:

Il cerchio è medio proporzionale tra qualsivogliano due poligoni regolari tra di loro simili, de i quali uno gli sia circoscritto e l'altro gli sia isoperimetro. In oltre, essendo egli

medio proporzionale. Imperò che, lin. 20, alla sua circonferenza; e similmente essendo il poligono circoscritto eguale; pag. 103, lin. 2-4, al perimetro suo medesimo; è manifesto; lin. 12, al poligono B ha duplicata proporzione; lin. 15, maggiore dell'inscritto cerchio A; lin. 15-16, cerchio esser; lin. 16, in conseguenza; lin. 17, poligoni suoi; lin. 20, ma all'incontro; lin. 23, pongasi AD esser, per esempio, la metà; lin. 25, e, centro O, con l'intervallo; pag. 104, lin. 1-2, pentagono isoperimetro; lin. 2-3, ettagono; mentre si è provato; lin. 7-8, ettagono: il che bisognava dimostrare.

S'avverta ancora che a pag. 103, lin. 35, l'edizione originale legge *Intendosi*, corretto, nella *Tavola de gli errori della stampa* la quale è appiè dell'edizione stessa, in *Intendasi*, e che noi abbiamo rettificato, conforme alla stesura autografa, in *Intendansi*.

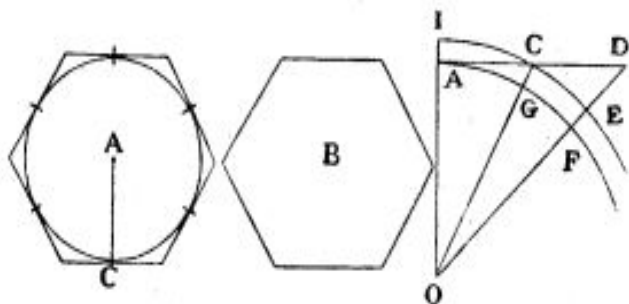
minore di tutti i circoscritti, è all'incontro massimo di tutti gl'isoperimetri. De i medesimi poi circoscritti, quelli che hanno più angoli son minori di quelli che ne hanno manco; ma all'incontro, de gl'isoperimetri quelli di più angoli son maggiori.

Delli due poligoni simili A, B sia l'A circoscritto al cerchio A, e l'altro B ad esso cerchio sia isoperimetro: dico, il cerchio esser medio proporzio-

nale tra essi. Imperò che (tirato il semidiametro

AC), essendo il cerchio eguale a quel triangolo ret-

tangolo, de i lati del quale che sono intorno all'angolo retto, uno sia eguale al semidiametro AC e l'altro alla circonferenza; e similmente essendo il poligono A eguale al triangolo rettangolo, che intorno all'angolo retto ha uno de i lati eguale alla medesima retta AC, e l'altro al perimetro del medesimo poligono; è manifesto, il circoscritto poligono aver al cerchio la medesima proporzione che ha il suo perimetro alla circonferenza di esso cerchio, cioè al perimetro del poligono B, che alla circonferenza detta si pone eguale: ma il poligono A al B ha doppia proporzione che 'l suo perimetro al perimetro di B (essendo figure simili): adunque il



cerchio A è medio proporzionale tra i due poligoni A, B. Ed essendo il poligono A maggior del cerchio A, è manifesto, esso cerchio A esser maggiore del poligono B, suo isoperimetro, ed in conseguenza massimo di tutti i poligoni regolari suoi isoperimetri.

Quanto all'altra parte, cioè di provare che de i poligoni circoscritti al medesimo cerchio, quello di manco lati sia maggior di quello di più lati; ma che all'incontro, de i poligoni isoperimetri quello di più lati sia maggiore di quello di manco lati; dimostremo così. Nel cerchio, il cui centro O, semidiametro OA, sia la tangente AD, ed in essa pongasi, per esempio, AD esser la metà del lato del pentagono circoscritto, ed AC metà del lato dell'ettagono, e tirinsi le rette OGC, OFD, e, centro O, intervallo OC, descrivasi l'arco ECI. E perchè il triangolo DOC è maggiore del settore EOC, e l settore COI maggior del triangolo COA, maggior proporzione arà il triangolo DOC al triangolo COA, che l settore EOC al settore COI, cioè che l settore FOG al settore GOA; e componendo e permutando, il triangolo DOA al settore FOA arà maggior proporzione che il triangolo COA al settore GOA, e dieci triangoli DOA a dieci settori FOA aranno maggior proporzione che quattordici triangoli COA a quattordici settori GOA, cioè il pentagono circoscritto arà maggior proporzione al cerchio che non gli ha l'ettagono; e però il pentagono sarà maggior dell'ettagono. Intendansi ora un ettagono ed un pentagono

isoperimetri al medesimo cerchio: dico, l'ettagono esser maggior del pentagono. Imperò che, essendo l'istesso cerchio medio proporzionale tra 'l pentagono circoscritto e 'l pentagono suo isoperimetro, e parimente medio tra 'l circoscritto e l'isoperimetro ettagono; essendosi provato, il circoscritto pentagono esser maggiore del circoscritto ettagono; avrà esso pentagono maggior proporzione al cerchio che l'ettagono, cioè il cerchio arà maggior proporzione al suo isoperimetro pentagono che all'isoperimetro ettagono: adunque il pentagono è minore dell'isoperimetro ettagono: che si doveva dimostrare.

SAGR. Gentilissima dimostrazione²²⁴ e molto acuta²²⁵. Ma dove siamo trascorsi a ingolfarci nella geometria? mentre eramo su 'l considerare le difficoltà promosse dal Sig. Simplicio, che veramente son di gran considerazione; ed in particolare quella della

²²⁴ *dimostrazione. Ma dove*

²²⁵ Dopo *e molto acuta* GALILEO aggiunse all'edizione originale, sull'esemplare del quale parliamo nell'Avvertimento, quanto appresso:
e che ritiene una quasi contradizion nel primo aspetto; poichè la cagione dell'esser il poligono di più lati maggior del suo isoperimetro di manco lati, proviene dall'esser il circoscritto di più lati minor del circoscritto di manco lati.

condensazione mi par²²⁶ durissima.

SALV. Se la condensazione e la rarefazione²²⁷ son moti opposti, dove si vegga una immensa rarefazione, non si potrà negare una non men grandissima condensazione; ma rarefazioni immense, e, quel che accresce²²⁸ la maraviglia, quasi che momentanee, le veggiamo noi tutto 'l giorno. E quale sterminata rarefazione è quella di una poca quantità di polvere d'artiglieria, risolta in una mole vastissima di fuoco? e quale, oltre²²⁹ a questa, l'espansione, direi quasi senza termine, della sua luce? E se quel fuoco e questo lume si riunissero insieme, che pur non è impossibile, poichè dianzi stettero dentro quel piccolo spazio, qual condensamento sarebbe questo? Voi, scorrendo, troverete mille di tali rarefazioni, che sono molto più in pronto ad esser

²²⁶ *condensazione, che mi par*

²²⁷ *e rarefazione*

²²⁸ *che più accresce*

²²⁹ *quale è, oltre*

osservate che le condensazioni, perchè le materie dense son²³⁰ più trattabili e sottoposte a i nostri sensi, che ben maneggiamo le legne e le vediamo risolvere in fuoco e in luce²³¹, ma non così veggiamo il fuoco e 'l lume condensarsi a costituire il legno; veggiamo i frutti, i fiori²³² e mille altre solide materie risolversi in gran parte in odori, ma non così osserviamo gli atomi odorosi concorrere alla costituzione de i solidi odorati. Ma dove manca la sensata osservazione, si deve supplir col discorso, che basterà per farci capaci non men del moto alla rarefazione e risoluzione de i solidi, che alla condensazione²³³ delle sustanze tenui e rarissime. In oltre, noi trattiamo come si possa far la condensazione e rarefazione de i corpi che si possono rarefare e condensare, specolando in qual maniera ciò possa esser fatto senza l'introduzione del vacuo e della penetrazione de i corpi; il che non

²³⁰ In G il copista scrisse *perchè le materie dure son*; GALILEO aggiunse di suo *pugno e dense dopo dure*

²³¹ *il fuoco, il lume*

²³² *i frutti, e' fiori*

²³³ *moto della rarefazione... solidi, che della condensazione*

esclude che in natura possano esser materie che non ammettono tali²³⁴ accidenti, ed in conseguenza non danno luogo a quelli che voi chiamate inconvenienti e impossibili. E finalmente, Sig. Simplicio, io, in grazia di voi altri, Signori filosofi, mi sono affaticato in specolare come si possa intendere, farsi la condensazione e la rarefazione senza ammetter la penetrazione de i corpi e l'introduzione de gli spazii²³⁵ vacui, effetti da voi negati ed aborriti; che quando voi gli voleste concedere, io non vi sarei così duro contraddittore. Però, o ammettete questi inconvenienti, o gradite le mie specolazioni, o trovatene di più aggiustate.

SAGR. Alla negativa della penetrazione son io del tutto con i filosofi peripatetici. A quella del vacuo vorrei sentir ben ponderare la²³⁶ dimostrazione d'Aristotele, con la quale ei l'impugna, e quello che voi, Sig. Salviati, gli opponete. Il Sig. Simplicio mi farà grazia di arrear puntualmente la prova del Filosofo, e voi, Sig. Salviati, la risposta.

²³⁴ *natura possono esser... non ammettano [sic] tali*

²³⁵ *introduzione di spazii*

²³⁶ *sentir ponderar bene la*

SIMP. Aristotele, per quanto mi sovviene, insorge contro alcuni antichi, i quali introducevano il vacuo come necessario per il moto, dicendo che questo senza quello non si potrebbe fare. A questo contrapponendosi Aristotele, dimostra che, all'opposto, il farsi (come veggiamo) il moto distrugge la posizione del vacuo; e 'l suo progresso è tale. Fa due supposizioni: l'una è di mobili diversi in gravità, mossi nel medesimo mezzo; l'altra è dell'istesso mobile mosso in diversi mezzi. Quanto al primo, suppone che mobili diversi in gravità si muovano nell'istesso mezzo con diseguali velocità, le quali mantengano tra di loro la medesima proporzione che le gravità; sì che, per esempio, un mobile dieci volte più grave di un altro si muova dieci volte più velocemente. Nell'altra posizione piglia che le velocità del medesimo mobile in diversi mezzi ritengano tra di loro la proporzione contraria di quella che hanno le grossezze o densità di essi mezzi; talmente che, posto, v. g., che la crassizie dell'acqua fusse dieci volte maggiore di quella dell'aria, vuole che la velocità nell'aria sia dieci volte più che la velocità nell'acqua. E da questo secondo supposto trae la dimostrazione in cotal forma: Perchè la tenuità del vacuo supera d'infinito intervallo la corpulenza, ben che sottilissima, di qualsivoglia mezzo pieno, ogni mobile che nel mezzo pieno si movesse per qualche spazio in qualche tempo, nel vacuo

dovrebbe muoversi in uno istante; ma farsi moto in uno istante è impossibile; adunque darsi il vacuo²³⁷ in grazia del moto è impossibile.

SALV. L'argomento si vede che è *ad hominem*, cioè contro a quelli che volevano il vacuo come necessario per il moto: che se io concederò l'argomento come concludente, concedendo insieme che nel vacuo non si farebbe il moto²³⁸, la posizion del vacuo, assolutamente presa e non in relazione al moto, non vien distrutta. Ma per dire quel che per avventura potrebb'rispondere quegli antichi, acciò meglio si scorga quanto concluda la dimostrazione d'Aristotele, mi par che si potrebbe andar contro a gli²³⁹ assunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo, io grandemente dubito che Aristotele non sperimentasse mai quanto sia vero che due pietre, una più grave dell'altra dieci volte, lasciate nel medesimo²⁴⁰ istante cader da un'altezza, v. g., di

²³⁷ *darsi vacuo*

²³⁸ *farebbe moto*

²³⁹ *contro gli*

²⁴⁰ In G il copista scrisse *lasciate in medesimo*, che GALILEO corresse di sua mano in *lasciate in un medesimo*.

cento braccia, fusser talmente differenti nelle lor velocità, che all'arrivo della maggior in terra, l'altra si trovasse non avere nè anco sceso dieci braccia.

SIMP. Si vede pure dalle sue parole ch'ei mostra d'averlo sperimentato, perchè ei dice: *Veggiamo il più grave*²⁴¹; or quel *vedersi* accenna l'averne fatta²⁴² l'esperienza.

SAGR. Ma io, Sig. Simplicio, che n'ho fatto la prova²⁴³, vi assicuro che una palla d'artiglieria, che pesi cento, dugento e anco più libbre, non anticiperà di un palmo solamente l'arrivo in terra della palla d'un moschetto, che ne pesi una mezza, venendo anco dall'altezza di dugento braccia.

SALV. Ma, senz'altre esperienze, con breve e concludente dimostrazione possiamo chiaramente provare, non esser vero che un mobile più grave si muova più velocemente d'un altro men

²⁴¹ *grave etc.; or*

²⁴² *l'aver fatta*

²⁴³ *ne ho fatta la*

grave, intendendo di mobili²⁴⁴ dell'istessa materia, ed in somma di quelli de i quali parla Aristotele. Però ditemi, Sig. Simplicio, se voi ammettete che di ciascheduno corpo grave cadente sia una da natura determinata velocità, sì che accrescergliela²⁴⁵ o diminuirgliela non si possa se non con usargli violenza o opporgli qualche impedimento.

SIMP. Non si può dubitare che l'istesso mobile nell'istesso mezzo abbia una statuita e da natura determinata velocità, la quale non se gli possa accrescere se non con nuovo impeto conferitogli, o diminuirgliela salvo che con qualche impedimento che lo ritardi.

SALV. Quando dunque noi avessimo due mobili, le naturali velocità de i quali fussero ineguali, è manifesto che se noi congiugnessimo il più tardo col più veloce, questo dal più tardo sarebbe in parte ritardato, ed il tardo in parte velocitato dall'altro più veloce²⁴⁶. Non concorrete voi meco in quest'opinione?

²⁴⁴ *intendendo de mobili*

²⁴⁵ *sì che l'accrescergliela*, s. In G era stato scritto dal copista *sì che accelerargliela*, e GALILEO corresse di suo pugno *accelerargliela* in *accresciargliela*.

²⁴⁶ In G era stato scritto dal copista: *questo sarebbe in parte ritardato*

SIMP. Parmi che così debba indubitabilmente seguire.

SALV. Ma se questo è, ed è insieme vero che una pietra grande si muova, per esempio, con otto gradi di velocità, ed una minore con quattro, adunque, congiugnendole amendue insieme, il composto di loro si moverà con velocità minore di otto gradi: ma le due pietre, congiunte insieme, fanno una pietra maggiore che quella prima, che si moveva con otto gradi di velocità: adunque questa maggiore si muove men velocemente che la minore²⁴⁷; che è contro alla vostra supposizione. Vedete dunque come dal suppor che 'l mobile più grave si muova più velocemente del men grave, io vi concludo, il più grave muoversi men velocemente.

dal più tardo, ed il medesimo in parte velocitato dal più veloce. GALILEO aggiunse, di suo pugno, veloce dopo questo, e corresse medesimo in più tardo.

²⁴⁷ In luogo di *adunque questa maggiore si muove men velocemente che la minore*, che si legge nel cod. G e nell'edizione originale, GALILEO, sull'esemplare di questa edizione del quale parliamo nell'Avvertimento, sostituì:

adunque questo composto (che pure è maggiore che quella prima sola) si muoverà più tardamente che la prima sola, che è minore.

SIMP. Io mi trovo avviluppato, perchè mi par pure che la pietra minore aggiunta alla maggiore le aggiunga peso, e, aggiugnendole peso, non so come non debba aggiugnerle²⁴⁸ velocità, o almeno non diminuirgliela.

SALV. Qui commettete un altro errore, Sig. Simplicio, perchè non è vero che quella minor pietra accresca peso²⁴⁹ alla maggiore.

SIMP. Oh, questo passa bene ogni mio concetto.

SALV. Non lo passerà altrimenti, fatto ch'io v'abbia accorto dell'equivoco nel quale voi andate fluttuando: però avvertite che

²⁴⁸ Nell'edizione originale era stato stampato *maggiore gli aggiunga... aggiugnendogli... aggiugnerli*; e nella *Tavola de gli errori della stampa*, che è in fine dell'edizione stessa, gli fu corretto, queste tre volte, in *le*. Non così invece a lin. 15 (*soprapporgli*), e altrove. In G si legge *maggiore gli aggiunga... aggiungendoli... aggiungerli*.

²⁴⁹ *pietra aggiunga peso*

bisogna distinguere i gravi posti in moto da i medesimi²⁵⁰ costituiti in quiete. Una gran pietra²⁵¹ messa nella bilancia non solamente acquista peso maggiore col soprapporgli un'altra pietra, ma anco la giunta di un²⁵² penneccchio di stoppa la farà pesar più quelle sei o dieci once²⁵³ che peserà la stoppa; ma se voi lascerete liberamente cader da un'altezza la pietra legata con la stoppa, credete voi che nel moto la stoppa graviti sopra la pietra, onde gli debba accelerar il suo moto, o pur credete che ella la ritarderà, sostenendola in parte? Sentiamo gravitarci su le spalle mentre vogliamo opporci al moto che farebbe quel peso che ci sta addosso; ma se noi scendessimo con quella velocità che quel tal grave naturalmente scenderebbe, in che modo volete che ci prema e graviti sopra? Non vedete che questo sarebbe un voler ferir con la lancia colui che vi corre innanzi con tanta velocità,

²⁵⁰ *medesimi posti in*

²⁵¹ *Una pietra*, s. Così era stato scritto anche in G; ma GALILEO aggiunse, di suo pugno, *gran*.

²⁵² *anco l'aggiunta d'un*

²⁵³ *quelle 8 o 10 oncie*

con quanta o con maggiore di quella con la quale voi lo seguite? Concludete²⁵⁴ pertanto che nella libera e naturale caduta la minor pietra non gravita sopra la maggiore, ed in conseguenza non le accresce²⁵⁵ peso, come fa nella quiete.

SIMP. Ma chi posasse la maggior sopra la minore?

SALV. Le accrescerebbe peso, quando il suo moto fusse più veloce: ma già si è concluso che quando la minore fusse più tarda, ritarderebbe in parte la velocità della maggiore, tal che il lor composto si moverebbe men veloce, essendo maggiore dell'altra; che è contro al vostro²⁵⁶ assunto. Concludiamo per ciò, che i mobili grandi e i piccoli ancora, essendo della medesima gravità in spezie, si muovono con pari velocità.

²⁵⁴ voi la [sic] seguitate? Concludete

²⁵⁵ L'edizione originale ha *gli accresce* e, a pag. 109, lin. 1, *Gli accrescerebbe*, e nella *Tavola de gli errori della stampa* è indicato, per tutt'e due i luoghi, di correggere *gli* in *le*. In G si legge *gli accresce* e a pag. 109, lin. 1 *Gli accrescerebbe*, e nel primo passo *gli* è aggiunto di mano di GALILEO stesso.

²⁵⁶ contro 'l vostro

SIMP. Il vostro discorso procede benissimo veramente: tuttavia mi par duro a credere che una lagrima di piombo si abbia a muover così veloce come una palla d'artiglieria.

SALV. Voi dovevi dire, un grano di rena come²⁵⁷ una macina da guado. Io non vorrei, Sig. Simplicio, che voi faceste come molt'altri fanno²⁵⁸, che, divertendo il discorso dal principale intento, vi attaccaste a un mio detto che mancasse dal vero quant'è un capello, e che sotto questo capello voleste nasconder un difetto d'un altro, grande quant'una gomona da nave. Aristotele dice: «Una palla di ferro di cento libbre, cadendo dall'altezza di cento braccia, arriva in terra prima che una di una libbra sia scesa un sol braccio»; io dico ch'ell'arrivano nell'istesso²⁵⁹ tempo; voi trovate, nel farne l'esperienza²⁶⁰, che la maggiore anticipa due

²⁵⁷ *grano d'arena come*

²⁵⁸ *come alcuni altri fanno*, s. In G era stato scritto *come altri fanno*, e GALILEO aggiunse di suo pugno *molt'*.

²⁵⁹ *io dico che le arivano* [sic] *in un istesso*

²⁶⁰ *nel farne l'esperienza* manca nella stampa. In G è stato aggiunto di mano di GALILEO.

dita la minore, cioè che quando la grande percuote in terra, l'altra ne è lontana due dita: ora²⁶¹ vorreste dopo queste²⁶² due dita appiattare le novantanove braccia d'Aristotele, e parlando solo del mio minimo errore, metter sotto silenzio l'altro massimo. Aristotele pronunzia che mobili di diversa gravità nel medesimo mezzo si muovono (per quanto dipende dalla gravità) con velocità proporzionate a i pesi loro, e l'esemplifica con mobili ne i quali si possa scorgere il puro ed assoluto effetto del peso, lasciando l'altre considerazioni sì delle figure come de i minimi momenti, le quali cose grande alterazione ricevono dal mezzo, che altera il semplice effetto della sola gravità: che perciò si vede l'oro, gravissimo sopra tutte l'altre materie²⁶³, ridotto in una sottilissima foglia andar vagando per aria; l'istesso fanno i sassi pestati in sottilissima polvere. Ma se voi volete mantenere la proposizione universale, bisogna che voi mostriate, la proporzione delle velocità osservarsi in tutti i gravi, e che un sasso di venti

²⁶¹ *dita: voi ora*, s. In G si leggeva pure così, ma *voi* fu cancellato, probabilmente da GALILEO.

²⁶² *ora vorrete doppo queste*

²⁶³ *tutte le materie*

libbre si muova dieci volte più veloce che uno di due; il che vi dico esser falso, e che, cadendo dall'altezza di cinquanta o cento braccia, arrivano in terra nell'istesso momento.

SIMP. Forse da grandissime altezze di migliaia di braccia seguirebbe quello che in queste altezze minori non si vede accadere.

SALV. Se Aristotele avesse inteso questo, voi gli addossereste un altro errore, che sarebbe una bugia; perchè²⁶⁴, non si tro-

²⁶⁴ Il cod. G legge: *SALV. Se Aristotile avesse inteso questo, voi gli addossereste 2 altri errori; ed io di 3 gliene levo 2, perchè veramente non gli commette. L'uno de i 2 sarebbe una bugia; perchè ecc.*, come nella stampa (lin. 8 e seg.); e dopo *si vede* (lin. 11) aggiunge: *L'altro errore sarebbe che, introducendo egli queste considerazioni di proporzioni di velocità, che accascano ne i mezz'i pieni, per venir poi a mostrar l'inconveniente che seguirebbe dal mantenerle ne i mezz'i vacui, non si trovando quelle fuorchè ne i mezz'i di smisurate profondità di migliaia di braccia, non potrebbe concluder altro se non che simili immensi spazii vacui non si trovano in natura o almeno non si trovano dove i gravi hanno per costume di moversi; conclusione che gli sarebbe, per quanto stimo, concessuta da i filosofi antichi ed anco da i moderni;* dopo di che seguita, come nella stampa (lin. 12): *SIMP. Aristotele veramente ecc.*

vando in terra tali altezze perpendicolari, chiara cosa è che Aristotele non ne poteva aver fatta esperienza²⁶⁵: e pur ci vuol persuadere d'averla fatta, mentre dice che tale effetto si vede.

SIMP. Aristotele veramente non si serve di questo principio, ma di quell'altro, che non credo che patisca queste difficoltà.

SALV. E l'altro ancora non è men falso di questo; e mi maraviglio che per voi stesso non penetriate la fallacia, e che non v'accorgiate che quando fusse vero che l'istesso mobile in mezzi di differente sottilità e rarità, ed in somma di diversa cedenza, quali, per esempio, son l'acqua e l'aria, si movesse con velocità nell'aria maggiore che nell'acqua secondo la proporzione della rarità dell'aria a quella dell'acqua, ne seguirebbe che ogni mobile che scendesse per aria, scenderebbe anco nell'acqua: il che è tanto falso, quanto che moltissimi corpi scendono nell'aria²⁶⁶, che nell'acqua non pur non scendono, ma sormontano all'in su.

SIMP. Io non intendo la necessità della vostra conseguenza; e più dirò che Aristotele parla di quei mobili gravi che scendono nell'un mezzo e nell'altro, e non di quelli che scendono

²⁶⁵ *aver fatto esperienza*

²⁶⁶ *scendono per l'aria*

nell'aria, e nell'acqua vanno all'in su.

SALV. Voi arrecate per il Filosofo di quelle difese che egli assolutamente non produrrebbe, per non aggravar il primo errore. Però ditemi se la corpulenza dell'acqua, o quel che si sia che ritarda il moto, ha qualche proporzione alla corpulenza dell'aria, che meno lo ritarda; ed avendola, assegnatela a vostro beneplacito.

SIMP. Halla, e ponghiamo ch'ella sia²⁶⁷ in proporzione decupla; e che però la velocità di un grave che descenda in²⁶⁸ amenable gli elementi, sarà dieci volte più tardo nell'acqua che nell'aria.

SALV. Piglio adesso²⁶⁹ un di quei gravi che vanno in giù nell'aria, ma nell'acqua no, qual sarebbe una palla di legno, e vi domando che voi gli assegniate qual velocità più vi piace, mentre scende per aria.

SIMP. Ponghiamo che ella si muova con venti gradi di velocità.

²⁶⁷ *che la sia*

²⁶⁸ *che descende in*

²⁶⁹ *SALV. Pigliamo adesso* [sic]

SALV. Benissimo. Ed è manifesto che tal velocità a qualche altra minore può aver la medesima proporzione che la corpulenza dell'acqua a quella dell'aria, e che questa sarà la velocità di due soli gradi; tal che veramente, a filo e a dirittura, conforme all'assunto d'Aristotele, si dovrebbe concludere che la palla di legno, che nell'aria, dieci volte più cedente dell'acqua, si muove scendendo con venti gradi di velocità, nell'acqua dovrebbe scendere con due, e non venir a galla dal fondo, come fa: se già voi non voleste dire che nell'acqua il venir ad alto, nel legno, sia l'istesso che 'l calare a basso con due gradi di velocità; il che non credo. Ma già che la palla del legno non cala al fondo, credo pure che mi concederete che qualche altra palla d'altra materia, diversa dal legno, si potrebbe trovare, che nell'acqua scendesse con due gradi di velocità.

SIMP. Potrebbe senza dubbio, ma di materia notabilmente più grave del legno.

SALV. Questo è quel ch'io vo cercando. Ma questa seconda palla, che nell'acqua scende con due gradi di velocità, con quanta velocità scenderà nell'aria? Bisogna (se volete servir la regola d'Aristotele) che rispondiate che si moverà con venti gradi: ma venti gradi di velocità avete voi medesimo assegnati

alla palla di legno: adunque questa e l'altra assai più grave si moveranno²⁷⁰ per l'aria con egual velocità. Or come accorda il Filosofo questa conclusione con l'altra sua, che i mobili di diversa gravità nel medesimo mezzo si muovano con diverse velocità, e diverse tanto quanto le gravità loro? Ma senza molto profonde contemplazioni, come avete voi fatto a non osservar accidenti frequentissimi e palpabilissimi, e non badare²⁷¹ a due corpi che nell'acqua si moveranno l'uno cento volte più velocemente dell'altro, ma che nell'aria poi quel più veloce non supererà l'altro di un sol centesimo? come, per esempio, un uovo di marmo scenderà nell'acqua cento volte più presto che alcuno di²⁷² gallina, che per l'aria nell'altezza di venti braccia non l'anticiperà di quattro dita; ed in somma tal grave andrà al fondo in tre ore in dieci braccia d'acqua, che in aria le passerà in una battuta o due di polso, e tale (come sarebbe una palla di piombo) le passerà in

²⁷⁰ *si muovono*

²⁷¹ *osservare certi accidenti frequentissimi, e non badare*

²⁷² *che alcuni di*

tempo facilmente men che doppio²⁷³. E qui so ben, Sig. Semplice, che voi comprendete che non ci ha luogo distinzione o risposta veruna. Concludiamo per tanto, che tale argomento non conclude nulla²⁷⁴ contro al vacuo; e quando concludesse, distruggerebbe solamente gli spazii notabilmente grandi, quali nè io nè credo che quelli antichi supponessero naturalmente darsi, se ben forse con violenza si possan fare, come par che da varie esperienze si raccolga, le quali troppo lungo sarebbe il voler al presente arrecare.

²⁷³ *nulla* In luogo di *e tale (come sarebbe una palla di piombo) le passerà in tempo facilmente men che doppio*, che si legge in G e nell'edizione originale, GALILEO, sull'esemplare di questa del quale parliamo nell'Avvertimento, sostituì:

dalla quale esperienza seguirebbe che la densità dell'acqua superasse a più di mille doppi quella dell'aria: ed all'incontro, un altro corpo (qual sarebbe una palla di piombo) passerà nell'acqua le medesime 10 braccia in tempo per avventura poco più che doppio del tempo nel quale passerà altrettanto spazio per l'aria; talchè da questa seconda esperienza si dovrebbe concludere che la densità dell'acqua fosse poco più che doppia di quella dell'aria.

²⁷⁴ *per tanto, tale argomento non concluder*

SAGR. Vedendo che il Sig. Simplicio tace, piglierò io campo di dire alcuna cosa. Già che assai apertamente avete dimostrato, come non è altrimenti vero che mobili disegualmente gravi si muovano nel medesimo mezzo con velocità proporzionate alle gravità loro, ma con eguale, intendendo de i gravi dell'istessa materia o vero dell'istessa gravità in specie, ma non già (come credo) di gravità differenti in specie (perchè non penso che voi intendiate di concluderci ch'una palla di sughero si muova con pari velocità ch'una di piombo); ed avendo, di più, dimostrato molto chiaramente, come non è vero che 'l medesimo mobile in mezzi di diverse resistenze ritenga nelle velocità e tardità sue la medesima proporzione che le resistenze; a me sarebbe cosa gratissima il sentire, quali siano le proporzioni che nell'un caso e nell'altro vengono osservate.

SALV. I quesiti son belli, ed io ci ho molte volte pensato: vi dirò il discorso fattoci attorno, e quello che ne ho in ultimo ritratto. Dopo essermi certificato, non esser vero che il medesimo mobile in mezzi di diversa resistenza osservi nella velocità la proporzione delle cedenze di essi mezzi; nè meno che nel medesimo mezzo mobili di diversa gravità ritengano nelle velocità loro la proporzione di esse gravità (intendendo anco delle gravità diverse in specie); cominciai a comporre insieme amendue questi accidenti, avvertendo quello che accadesse de i mobili differenti

di gravità posti in mezzi di diverse resistenze: e m'accorsi, le disegualità delle velocità trovarsi tuttavia maggiori ne i mezzi più resistenti che ne i più cedenti, e ciò con diversità tali, che di due mobili che scendendo per aria pochissimo differiranno in velocità di moto, nell'acqua l'uno si moverà dieci volte più veloce dell'altro; anzi che tale che nell'aria velocemente scende, nell'acqua non solo non scenderà, ma resterà del tutto privo di moto, e, quel che è più, si moverà all'in su: perchè si potrà tal volta trovare qualche sorte di legno, o qualche nodo o radica²⁷⁵ di quello, che nell'acqua potrà stare in quiete, che nell'aria velocemente scenderà.

SAGR. Io più volte mi son messo con una estrema flemma per veder di ridurre una palla di cera, che per sè stessa non va a fondo, con l'aggiugnergli grani di rena, a segno tale di gravità simile all'acqua, che nel mezzo di quella si fermasse; nè mai, per diligenza usata, mi successe il poterlo conseguire: onde non so se altra materia solida si ritrovi tanto naturalmente simile in gravità all'acqua, che, posta in essa, in ogni luogo potesse fermarsi.

SALV. Sono in questo, come in mille altre operazioni, assai più diligenti molti animali, che non siamo noi altri. E nel vostro

²⁷⁵ o radice di

caso i pesci vi arebber potuto porger qualche documento, essendo in questo esercizio così dotti, che ad arbitrio loro si equilibrano non solo con un'acqua, ma con differenti notabilmente o per propria natura o per una sopravveniente torbida o per sal-sedine, che fa differenza assai grande; si equilibrano, dico, tanto esattamente, che senza punto muoversi restano in quiete in ogni luogo; e ciò, per mio credere, fanno eglino servendosi dello strumento datogli dalla natura a cotal fine, cioè di quella vescichetta che hanno in corpo, la quale per uno assai angusto meato risponde alla lor bocca, e per quello a posta loro o mandano fuori parte dell'aria che in dette vesciche si contiene, o, venendo col nuoto²⁷⁶ a galla, altra ne attraggono, rendendosi con tale arte or più or meno gravi dell'acqua, ed a lor beneplacito equilibrando-segli.

SAGR. Io con un altro²⁷⁷ artificio ingannai alcuni amici, appresso i quali mi ero vantato di ridurre quella palla di cera al giusto equilibrio con l'acqua; ed avendo messo nel fondo²⁷⁸ del vaso

²⁷⁶ *venendo con nuoto*

²⁷⁷ *con altro*

²⁷⁸ *messo in fondo*

una parte di acqua salata, e sopra quella della dolce, mostrai loro la palla che a mezz'acqua si fermava, e spinta nel fondo o sospinta²⁷⁹ ad alto nè in questo nè in quel sito restava, ma ritornava nel mezzo.

SALV. Non è cotesta esperienza priva di utilità: perchè trattandosi da i medici in particolare delle diverse qualità di acque, e tra l'altre principalmente della leggerezza o gravità più di questa che di quella, con una simil palla, aggiustata sì che resti ambigua, per così dire, tra lo scendere e 'l salire in un'acqua, per minima che sia la differenza di peso tra due acque, se, in una, tal palla²⁸⁰ scenderà, nell'altra, che sia più grave, salirà; ed è talmente esatta cotale esperienza, che la giunta di due grani di sale solamente, che²⁸¹ si mettino in sei libbre d'acqua, farà risalire dal fondo alla superficie quella palla che vi era pur allora scesa. E più vi voglio dire, in confermazione dell'esattezza di questa esperienza ed insieme²⁸² per chiara prova della nulla resistenza dell'acqua all'esser

²⁷⁹ *fondo e sospinta*

²⁸⁰ *se in una tale la palla*

²⁸¹ *che l'aggiunta di 2 grani solamente di sale, che*

²⁸² *ed insieme insieme per*

divisa, che non solamente l'ingravidarla, con la mistione di qualche materia più grave di lei, induce tanto notabil differenza, ma il riscaldarla o raffreddarla²⁸³ un poco produce il medesimo effetto, e con sì sottile operazione, che l'infonder quattro goccioline d'altra acqua un poco più calda o un poco più fredda delle sei libbre, farà che la palla vi scenda o vi sormonti: vi scenderà infondendovi la calda, e monterà per l'infusione della fredda. Or vedete quanto s'ingannino quei filosofi che voglion metter nell'acqua viscosità o altra congiunzione di parti, che la facciano resistente alla divisione e penetrazione²⁸⁴.

SAGR. Veddi molto concludenti discorsi intorno a questo argomento in un trattato del nostro Accademico: tuttavia mi resta un tagliando scrupolo, il quale non so rimuovere; perchè se nulla

²⁸³ o *'l raffreddarla* [sic]

²⁸⁴ *divisione o penetrazione*, s. Così era stato scritto anche in G, ma poi o fu corretto, probabilmente dalla mano di GALILEO, in *e*.

di tenacità e coerenza risiede tra le parti dell'acqua, come possono sostenersi assai²⁸⁵ grandi pezzi e molto rilevati, in particolare sopra le foglie de i cavoli, senza spargersi e spianarsi?

SALV. Ancor che vero sia che colui che ha²⁸⁶ dalla sua la conclusione vera, possa risolvere tutte l'istanze che vengono opposte in contrario, non però mi arrogherei io il poter ciò fare; nè la mia impotenza deve denigrare la candidezza della verità. Io, primieramente, vi confesso che non so come vadia il negozio del sostenersi quei globi d'acqua assai²⁸⁷ rilevati e grandi, se bene io so di certo che da tenacità interna, che sia tra le sue parti, ciò non deriva; onde resta necessario che la cagione di cotal effetto risegga fuori. Che ella non sia interna, oltre all'esperienze mostrate ve lo posso confermare con un'altra efficacissima. Se le parti di quell'acqua che, rilevata, si sostiene mentre è circondata dall'aria, avessero cagione interna per ciò fare, molto più si sosterebbono circondate che fussero da un mezzo nel quale avessero minor propensione di descendere che nell'aria ambiente

²⁸⁵ *sostenersi in assai*

²⁸⁶ *sia che quello che ha*

²⁸⁷ *globi assai*

non hanno: ma un mezzo tale sarebbe ogni fluido più grave dell'aria, come, v. g., il vino²⁸⁸; e però infondendo intorno a quel globo d'acqua del vino, se gli potrebbe alzare intorno intorno, senza che le parti dell'acqua, conglutinate dall'interna viscosità, si dissolvessero: ma ciò non accad'egli; anzi non prima se gli accosterà il liquore sparsogli intorno, che, senza aspettar che molto se gli elevi intorno, si dissolverà²⁸⁹ e spianerà, restandogli di sotto, se sarà vino rosso: è dunque esterna, e forse dell'aria ambiente, la cagione di tale effetto. E veramente si osserva una gran dissensione tra l'aria e l'acqua, la quale ho io in un'altra esperienza osservata; e questa è, che s'io²⁹⁰ empio d'acqua una palla di cristallo, che abbia un foro angusto quant'è la grossezza d'un fil di paglia, e così piena la volto con la bocca all'in giù, non però l'acqua, benchè gravissima e pronta a scender per aria, e l'aria,²⁹¹

²⁸⁸ *come,... il vino* manca in G.

²⁸⁹ *molto si elevi, si dissolverà*

²⁹⁰ *è: S'io*, s. Così era stato scritto anche in G, ma GALILEO aggiunse, di suo pugno, *che* tra *è* e *s'io*.

²⁹¹ *per aria, nè l'aria*, s. E così si leggeva anche in G. dove di mano di GALILEO fu corretto *nè* in *e*.

altrettanto disposta a salire, come leggerissima, per l'acqua, si accordano, quella a scendere uscendo per il foro, e questa a salire entrandovi, ma restano amendue ritrose e contumaci; all'incontro poi, se io presenterò a quel foro un vaso con del vino rosso, che quasi insensibilmente è men grave dell'acqua, lo vedremo subito con tratti rosseggianti lentamente ascendere per mezzo l'acqua, e l'acqua con pari tardità scender per il vino, senza punto mescolarsi, sin che finalmente la palla si empirà tutta di vino e l'acqua calerà tutta nel fondo del vaso di sotto. Or che si deve qui dire o che argumentarne, fuor che una disconvenienza tra l'acqua e l'aria, occulta a me, ma forse...

SIMP. Mi vien quasi da ridere nel veder la grande antipatia che ha il Sig. Salviati con l'antipatia, che nè pur vuol nominarla; e pur è tanto accommodata a scior la difficoltà.

SALV. Or sia questa, in grazia del Sig. Simplicio, la soluzione del nostro dubbio: e lasciato il digredire, torniamo al nostro proposito. Veduto come la differenza di velocità, ne i mobili di gravità diverse, si trova esser sommamente maggiore ne i mezzi più e più resistenti; ma che più? nel mezzo dell'argento vivo l'oro non solamente va in fondo più velocemente del piombo, ma esso solo vi discende, e gli altri metalli e pietre tutti vi si muovono in

su e vi galleggiano, dove che tra palle²⁹² d'oro, di piombo, di rame, di porfido, o di altre materie gravi, quasi del tutto insensibile sarà la disegualità del moto per aria, chè sicuramente una palla d'oro nel fine della scesa di cento braccia non preverrà una di rame di quattro dita; veduto, dico, questo, cascai in opinione che se si levasse totalmente la resistenza del mezzo, tutte le materie scenderebbero con eguali velocità.

SIMP. Gran detto è questo, Sig. Salviati. Io non crederò mai che nell'istesso vacuo, se pur vi si desse il moto, un fiocco di lana si movesse così veloce come un pezzo di piombo.

SALV. Pian piano, Sig. Simplicio: la vostra difficoltà non è tanto recondita, nè io così inavveduto, che si debba credere che non mi sia sovvenuta, e che in conseguenza io non vi abbia trovato ripiego. Però, per mia dichiarazione e vostra intelligenza, sentite il mio discorso²⁹³. Noi siamo su 'l volere investigare quello che accaderebbe a i mobili²⁹⁴ differentissimi di peso in un mezzo dove la resistenza sua fusse nulla, sì che tutta la differenza

²⁹² *tra le palle*

²⁹³ *sentite... discorso* manca in G.

²⁹⁴ *accaderebbe a due mobili*

di velocità, che tra essi mobili si ritrovasse²⁹⁵, referir si dovesse alla sola disuguaglianza di peso; e perchè solo uno spazio del tutto voto d'aria e di ogni altro corpo, ancor che tenue e cedente, sarebbe atto a sensatamente mostrarci quello che ricerchiamo, già che manchiamo di cotale spazio, andremo osservando ciò che accaggia ne i mezzi più sottili e meno resistenti, in comparazione di quello che si vede accadere ne gli altri manco sottili e più resistenti: chè se noi troveremo in fatto, i mobili differenti di gravità meno e meno differir di velocità secondo che in mezzi²⁹⁶ più e più cedenti si troveranno, e che finalmente, ancor che estremamente diseguali di peso, nel mezzo più d'ogni altro tenue, se ben non voto, piccolissima si scorga e quasi inosservabile la diversità della velocità, parmi che ben potremo con molto probabilit²⁹⁷ coniettura²⁹⁸ credere che nel vacuo sarebbero le velocità²⁹⁹

²⁹⁵ *si trovasse*

²⁹⁶ *che i mezzi*

²⁹⁷ *con probabil*

²⁹⁸ *coniectura, s*

²⁹⁹ *sarebbero nelle velocità*

loro del tutto eguali. Per tanto consideriamo ciò che accade nell'aria: dove, per aver una figura di superficie ben terminata e di materia leggierissima, voglio che pigliamo una vescica gonfiata, nella quale l'aria che vi sarà dentro peserà, nel mezzo dell'aria stessa, niente o poco, perchè poco vi si potrà comprimere; talchè la gravità è solo quella³⁰⁰ poca della stessa pellicola, che non sarebbe la millesima parte del peso d'una mole di piombo grande quanto la medesima vescica gonfiata. Queste, Sig. Simplicio, lasciate dall'altezza³⁰¹ di quattro o sei braccia, di quanto spazio stimereste che 'l piombo fusse per anticipare la vescica nella sua scesa? siate sicuro che non l'anticiperebbe del triplo, nè anco del doppio, se ben già l'aresti fatto mille volte più veloce.

SIMP. Potrebbe esser che nel principio del moto, cioè nelle prime quattro o sei braccia, accadesse cotesto che dite: ma nel progresso ed in una lunga continuazione, credo che 'l piombo se la lascerebbe indietro non solamente delle dodici parti dello spazio le sei, ma anco le otto e le dieci.

³⁰⁰ *è sola quella*

³⁰¹ *Questa, Sig. Simplicio, lasciata dall'*

SALV. Ed io ancora credo l'istesso, e non dubito che in distanze grandissime potesse il piombo aver passato cento miglia di spazio³⁰², prima che la vescica ne avesse passato un solo: ma questo, Sig. Simplicio mio, che voi proponete come effetto contrariante alla mia proposizione, è quello che massimamente la conferma. È (torno a dire) l'intento mio dichiarare, come delle diverse velocità di mobili di differente gravità³⁰³ non ne sia altramente causa la diversa gravità, ma che ciò dependa da accidenti esteriori³⁰⁴ ed in particolare dalla resistenza del mezzo, sì che, tolta questa, tutti i mobili si moverebber con i medesimi gradi di velocità: e questo deduco io principalmente da quello che ora voi stesso ammettete e che è verissimo, cioè che di mobili differentissimi di peso le velocità più e più differiscono secondo che maggiori e maggiori sono gli spazii che essi van trapassando; effetto che non³⁰⁵ seguirebbe quando ei dependesse dalle diffe-

³⁰² *spazio, che, s*

³⁰³ *di differenti gravità*

³⁰⁴ *accidenti esterni ed*

³⁰⁵ *trapassando [sic]; il che non*

renti gravità. Imperò che, essendo esse sempre le medesime, medesima dovrebbe mantenersi sempre la proporzione tra gli spazi passati, la qual proporzione noi veggiamo andar, nella continuazion del moto, sempre³⁰⁶ crescendo; poichè l'un mobile gravissimo nella scesa d'un braccio non anticiperà il leggerissimo della decima parte di tale spazio, ma nella caduta di dodici braccia lo preverrà della terza parte, in quella di cento l'anticiperà di 90\100, etc.³⁰⁷

SIMP. Tutto bene: ma, seguitando le vostre vestigie, se la differenza di peso in mobili di diversa gravità non può cagionare la mutazion di proporzione nelle velocità loro, atteso che le gravità non si mutano, nè anco il mezzo, che sempre si suppone mantenersi l'istesso, potrà cagionar alterazion alcuna nella proporzione delle velocità.

SALV. Voi acutamente fate istanza contro al mio detto, la quale è ben necessario di risolvere. Dico per tanto che un corpo grave ha da natura intrinseco principio di muoversi verso 'l co-

³⁰⁶ *veggiamo, nella continuazion del moto, andar sempre*

³⁰⁷ etc. manca nella stampa.

mun centro de i gravi, cioè del nostro globo terrestre, con movimento continuamente accelerato, ed accelerato sempre egualmente, cioè che in tempi eguali si fanno aggiunte eguali di nuovi momenti e gradi di velocità³⁰⁸. E questo si deve intender verificarsi tutta volta che si rimovessero tutti gl'impedimenti accidentarii ed esterni, tra i quali uno ve ne ha che noi rimuover non possiamo, che è l'impedimento del mezzo pieno, mentre dal mobile cadente deve esser aperto e lateralmente mosso: al qual moto trasversale il mezzo, benchè fluido cedente e quieto, si oppone con resistenza or minore ed or maggiore e maggiore, secondo che lentamente o velocemente ei deve aprirsi per dar il transito al mobile; il quale, perchè, come ho detto, si va per sua natura continuamente accelerando, vien per conseguenza ad incontrar continuamente resistenza maggiore nel mezzo, e però ritardamento e diminuzione nell'acquisto di nuovi gradi di velocità, sì che finalmente la velocità perviene a tal segno, e la resistenza del mezzo a tal grandezza, che, bilanciandosi fra loro, levano il più accelerarsi, e riducono il mobile in un moto equabile ed uniforme, nel quale egli continua poi di mantenersi sempre. È dunque, nel mezzo, accrescimento di resistenza, non perchè si muti la sua essenza, ma perchè si altera la velocità con la quale ei

³⁰⁸ *di nuovi gradi e momenti di velocità*

deve aprirsi e lateralmente muoversi per cedere il passaggio al cadente, il quale va successivamente accelerandosi³⁰⁹. Ora il vedere che la resistenza dell'aria al poco momento della vescica è grandissima, ed al gran peso del piombo è piccolissima, mi fa tener per fermo che chi la rimovesse del tutto, con l'arrecare alla vescica grandissimo comodo, ma ben poco al piombo, le velocità loro si pareggerebbero. Posto dunque questo principio, che nel mezzo dove, o per esser vacuo o per altro, non fusse resistenza veruna che ostasse alla velocità del moto, sì che di tutti i mobili le velocità fosser pari; potremo assai congruamente assegnar le proporzioni delle velocità di mobili simili e dissimili nell'istesso ed in diversi mezzi pieni, e però resistenti: e ciò conseguiremo col por mente quanto la gravità del mezzo detrae alla gravità del mobile, la qual gravità è³¹⁰ lo strumento col quale il mobile si fa strada, rispingendo le parti del mezzo alle bande, operazione che non accade nel mezzo vacuo, e che però differenza niuna³¹¹ si ha da attendere dalla diversa gravità; e perchè è manifesto, il mezzo detrarre alla gravità del corpo da lui contenuto

³⁰⁹ *il quale si va successivamente accelerando. Ora*

³¹⁰ *la quale è*

³¹¹ *differenza niuna si*

quant'è il peso d'altrettanta della sua materia, scemando con tal proporzione le velocità de i mobili, che nel mezzo non resistente sarebbero (come si è supposto) eguali, aremo l'intento. Come, per esempio, posto che il piombo sia dieci mila volte più grave dell'aria, ma l'ebano mille volte solamente; delle velocità di queste due materie, che, assolutamente prese, cioè rimossa ogni resistenza, sarebbero eguali, l'aria al piombo detrae delli dieci mila gradi uno, ma all'ebano suttrae de' mille gradi uno, o vogliam dire dei diecimila³¹² dieci: quando dunque il piombo e l'ebano scenderanno per aria da qualsivoglia altezza, la quale, rimosso l'ritardamento dell'aria, avrebbon passata nell'istesso tempo, l'aria alla velocità del piombo detrarrà de i dieci mila gradi uno; ma all'ebano detrae de i diecimila dieci; che è quanto a dire, che divisa quella altezza, dalla quale si partono tali mobili, in dieci mila parti, il piombo arriverà in terra restando in dietro l'ebano dieci, anzi pur nove, delle dette dieci mila parti. E che altro è questo, salvo che, cadendo una palla di piombo da una torre alta dugento braccia, trovar che ella anticiperà una d'ebano di manco di quattro dita? Pesa l'ebano mille volte più dell'aria; ma quella vescica così gonfia pesa solamente quattro volte tanto: l'aria, dunque,

³¹² *ebano de i 10000*

dalla intrinseca e naturale velocità dell'ebano detrae de' mille gradi uno; ma a quella che pur della vescica assolutamente sarebbe stata l'istessa, l'aria ne toglie delle quattro parti una: allora dunque che la palla d'ebano, cadendo dalla torre, giugnerà in terra, la vescica ne averà passati i tre quarti solamente. Il piombo è più grave dell'acqua dodici volte, ma l'avorio il doppio solamente: l'acqua, dunque, alle assolute velocità loro, che sarebbero eguali, toglie al piombo la duodecima parte, ma all'avorio la metà: nell'acqua adunque, quando il piombo arà sceso undici braccia, l'avorio ne arà scese sei. E scorrendo con tal regola, credo che troveremo, l'esperienze molto più aggiustatamente risponder a cotal computo che a quello d'Aristotele. Con simil progresso troveremo la proporzione tra le velocità del medesimo mobile in diversi mezzi fluidi, paragonando non le diverse resistenze de i mezzi, ma considerando gli eccessi di gravità del mobile sopra le gravità de i mezzi: v. g., lo stagno è mille volte più grave dell'aria, e dieci³¹³ più dell'acqua; adunque, divisa la velocità assoluta dello stagno in mille gradi, nell'aria, che glie ne detrae la millesima parte, si moverà con gradi novecento novanta nove³¹⁴, ma

³¹³ *aria, è dieci, s*

³¹⁴ *novecento nonanta nove, s; 999, G*

nell'acqua con novecento solamente, essendo che l'acqua gli detrae solo la decima parte della sua gravità, e l'aria la millesima. Posto un solido poco più grave dell'acqua, qual sarebbe, v. g., il legno di rovere, una palla del quale pesando, diremo, mille dramme, altrettanta acqua ne pesasse novecentocinquanta, ma tanta aria ne pesasse due, è manifesto, che posto che la velocità sua assoluta fusse di mille gradi, in aria resterebbe di novecentonovant'otto, ma in acqua solamente cinquanta, atteso che l'acqua de i mille gradi di gravità glie ne toglie novecentocinquanta, e glie ne lascia solamente cinquanta³¹⁵: tal solido dunque si moverebbe quasi venti volte più velocemente in aria che in acqua, sì come l'eccesso della gravità sua sopra quella dell'acqua è la vigesima parte della sua propria. E qui voglio che consideriamo, che non potendo muoversi in giù nell'acqua se non materie più gravi in specie di lei, e, per conseguenza, per molte centinaia di volte più gravi dell'aria, nel ricercare qual sia la proporzione delle velocità loro in aria e in acqua, possiamo senza notabile errore far conto che l'aria non detragga cosa di momento dalla assoluta gravità, ed in conseguenza dall'assoluta velocità, di tali materie; onde, speditamente trovato l'eccesso della gravità loro sopra la gravità dell'acqua, diremo, la velocità loro per aria alla velocità loro per

³¹⁵ *lascia solo 50*

acqua aver la medesima proporzione che la loro totale gravità all'eccesso di questa sopra la gravità dell'acqua. Per esempio, una palla d'avorio pesa venti once, altrettanta acqua pesa once diciassette; adunque la velocità dell'avorio in aria alla sua velocità in acqua è, prossimamente, come venti a tre.

SAGR. Grandissimo acquisto ho fatto in una materia per sè stessa curiosa e nella quale, ma senza profitto, ho molte volte affaticata³¹⁶ la mente; nè mancherebbe altro, per poter anche praticare queste specolazioni, se non il trovar modo di poter venire in cognizione di quanta sia la gravità dell'aria rispetto all'acqua, ed in conseguenza all'altre materie gravi.

SIMP. Ma quando si trovasse che l'aria, in vece di gravità, avesse leggerezza, che si dovrebbe dire de gli auti discorsi, per altro molto ingegnosi?

SALV. Converrebbe dire che fussero stati veramente aerei, leggieri e vani. Ma vorrete voi dubitare se l'aria sia grave, mentre avete il testo chiaro d'Aristotele che l'afferma, dicendo che tutti gli elementi, eccetto il fuoco³¹⁷, hanno gravità, anco l'aria stessa?

³¹⁶ *volte affaticato la*

³¹⁷ *eccetto il fuoco* manca nella stampa. In G è stato aggiunto in margine, di mano di GALILEO.

segno di che (soggiugne egli) ne è che l'otro gonfiato pesa più che sgonfiato.

SIMP. Che l'otro o pallone gonfiato pesi più, crederei io che procedesse non da gravità che sia nell'aria, ma ne i molti vapori grossi tra essa mescolati in queste nostre regioni basse; mercè de i quali direi io che cresce la gravità dell'otro.

SALV. Non vorrei che lo diceste voi, e molto meno che lo faceste dire ad Aristotele; perchè, parlando egli de gli elementi e volendomi persuadere che l'elemento dell'aria è grave, facendomelo veder con l'esperienza, se nel venire alla prova ei mi dicesse: «Piglia un otro e empilo di vapori grossi, ed osserva che il suo peso crescerà», io gli direi che più ancora peserebbe chi l'empiesse di semola; ma soggiugnerei dopo, che tali esperienze provano che le semole ed i vapori grossi son gravi, ma quanto all'elemento dell'aria resterei nel medesimo dubbio di prima. L'esperienza, dunque, di Aristotele è buona, e la proposizion vera. Ma non direi già così³¹⁸ di cert'altra ragione, presa pure *a signo*, di un tal³¹⁹ filosofo del quale non mi sovviene il nome, ma so che l'ho letta, il quale argomenta, l'aria esser più grave che leggiera,

³¹⁸ *direi così*

³¹⁹ *a signo da un tal*

perchè più facilmente porta i gravi all'in giù che i leggieri all'in su.

SAGR. Bene, per mia fè. Adunque, per questa ragione, l'aria sarà molto più grave dell'acqua, avvenga che tutti i gravi son portati più facilmente in giù per aria che per acqua, e tutti i leggieri più agevolmente in questa che in quella; anzi infiniti gravi scendono per l'aria, che nell'acqua ascendono, ed³²⁰ infinite materie salgono per acqua, che per aria calano a basso. Ma sia la gravità dell'otro, Sig. Simplicio, o per i vapori grossi o per l'aria pura, questo niente osta al proposito nostro, che cerchiamo quel che accade a mobili che si muovono in questa nostra regione vaporosa. Però, ritornando a quello che più mi preme, vorrei, per intera ed assoluta istruzione della presente materia, non solo restare assicurato che l'aria sia (come io tengo³²¹ per fermo) grave, ma vorrei, se è possibile, saper quanta sia la sua gravità. Però, Sig. Salviati, se avete da sodisfarmi in questo ancora, vi prego a farmene favore.

SALV. Che nell'aria risegga gravità positiva, e non altrimenti, come alcuni hanno creduto, leggerezza, la quale forse in veruna

³²⁰ *infiniti.... ed* manca nella stampa.

³²¹ *come tengo*

materia non si ritrova, assai concludente argomento ce ne porge l'esperienza del pallone gonfiato, posta da Aristotele; perchè se qualità di assoluta e positiva leggerezza fusse nell'aria, moltiplicata e compressa l'aria, crescerebbe la leggerezza, e 'n conseguenza la propensione di andare in su: ma l'esperienza mostra l'opposito. Quanto all'altra domanda, che è del modo d'investigare la sua gravità, io l'ho praticato in cotal maniera³²². Ho preso un fiasco di vetro assai capace e col collo strozzato, al quale ho applicato un ditale di cuoio, legato bene stretto nella strozzatura del fiasco, avendo in capo al detto ditale inserta e saldamente fermata un'animella da pallone, per la quale con uno schizzatoio ho per forza fatto passar nel fiasco molta quantità d'aria; della quale, perchè patisce d'esser assaissimo condensata, se ne può cacciare due e tre altri fiaschi oltre a quella che naturalmente vi capisce. In una esattissima bilancia ho io poi³²³ pesato molto precisamente tal fiasco con l'aria dentrovi compressa, aggiungendo il peso con minuta arena. Aperta poi l'animella e dato l'esito all'aria, violentemente nel vaso contenuta, e rimessolo in

³²² *in tal maniera*

³²³ *ho poi*

bilancia, trovandolo notabilmente alleggerito, sono andato detraendo dal contrappeso³²⁴ tant'arena, salvandola da parte, che la bilancia resti in equilibrio col residuo contrappeso, cioè col fiasco: e qui non è dubbio che 'l peso della rena salvata è quello dell'aria che forzatamente fu messa nel fiasco e che ultimamente n'è uscita. Ma tale esperienza sin qui non mi assicura d'altro, se non che l'aria contenuta violentemente nel vaso pesò quanto la salvata arena; ma quanto risolutamente e determinatamente pesi l'aria rispetto all'acqua o ad altra materia grave, non per ancora so io, nè posso sapere, se io non misuro la quantità di quell'aria compressa: ed a questa investigazione bisogna trovar regola, nella quale ho trovato di potere in due maniere procedere. L'una delle quali è di pigliar un altro simil fiasco, pur, come 'l primo, strozzato, alla strozzatura del quale sia strettamente legato un altro ditale, che dall'altra sua testa abbracci l'animella dell'altro, e intorno a quella con saldissimo nodo sia legato. Questo secondo fiasco convien che nel fondo sia forato, in modo che per tal foro si possa mettere uno stile di ferro, con il quale si possa, quando vorremo, aprir la detta animella per dar l'esito alla soverchia aria

³²⁴ *detraendo del contrappeso*, s. Anche in G era stato scritto, a quanto pare, *del*, ma poi fu corretto, probabilmente dalla mano di GALILEO, in *dal*.

dell'altro vaso, pesata ch'ella sia: ma deve questo secondo fiasco esser pieno d'acqua. Apparecchiato il tutto nella maniera detta ed aprendo con lo stile l'animella, l'aria, uscendo con impeto e passando nel vaso dell'acqua, la caccerà fuori per il foro del fondo; ed è manifesto, la quantità dell'acqua che in tal guisa verrà cacciata, esser eguale alla mole e quantità d'aria che dall'altro vaso sarà uscita. Salvata dunque tale acqua, e tornato a pesare il vaso alleggerito dell'aria compressa (il quale suppongo che fusse pesato anche prima, con detta aria sforzata), e detratto, al modo già dichiarato, l'arena superflua, è manifesto, questa essere il giusto peso di tanta aria in mole, quanta è la mole dell'acqua scacciata e salvata; la quale peseremo, e vedremo quante volte il peso suo conterrà³²⁵ il peso della serbata arena, e senza errore potremo affermar, tante volte esser più grave l'acqua dell'aria: la quale non sarà dieci volte altrimenti, come par che stimasse Aristotele, ma ben circa quattrocento, come tale esperienza ne mostra. L'altro modo è più speditivo, e puossi fare con un vaso solo, cioè col primo, accomodato nel modo detto; nel quale non voglio che mettiamo altra aria oltre a quella che naturalmente vi si ritrova, ma voglio che vi cacciamo dell'acqua senza lasciare uscir punto di aria, la quale, dovendo cedere alla sopravveniente acqua, è

³²⁵ *conterà, s*

forza che si comprima. Spintavi dunque più acqua che sia possibile, che pure senza molta violenza vi se ne potrà mettere i tre quarti della tenuta del fiasco, mettasi su la bilancia, e diligentissimamente si pesi; il che fatto, tenendo il vaso col³²⁶ collo in su, si apra l'animella, dando l'uscita all'aria, della quale ne scapperà fuori giustamente quanta è l'acqua contenuta nel fiasco. Uscita che sia l'aria, si torni a metter il vaso in bilancia, il quale per la partita dell'aria si troverà alleggerito; e detratto dal contrappeso il peso superfluo, da esso aremo la gravità di tant'aria quanta è l'acqua del fiasco.

SIMP. Gli artifizii ritrovati da voi non si può dire che non siano sottili e molto ingegnosi: ma mentre mi pare che in apparenza diano intera soddisfazione all'intelletto, mi metton per un altro verso in confusione. Imperò che, essendo indubitabilmente vero che gli elementi nelle proprie regioni non sono nè leggieri nè gravi, non posso intender come e dove quella porzione d'aria che parve pesasse³²⁷, v. g., quattro dramme di rena, debba poi realmente aver tal gravità nell'aria, nella quale ben la ritiene³²⁸ la

³²⁶ *tenendo il fiasco col*

³²⁷ *pesassi, s*

³²⁸ *retiene, s*

rena che la contrappesò; e però mi pare che l'esperienza dovesse esser praticata non nell'elemento dell'aria, ma in un mezzo dove l'aria stessa potesse esercitare il suo talento del peso, se ella veramente ne possiede.

SALV. Acuta certo è l'opposizione del Sig. Simplicio, e però è necessario o che ella sia insolubile o che la soluzione sia non men sottile. Che quell'aria la quale, compressa, mostrò pesare quanto quella rena, posta in libertà nel suo elemento non sia più per pesare³²⁹, ma sì ben la rena, è cosa chiarissima: e però per far tale esperienza conveniva eleggere un luogo e un mezzo, dove l'aria, non men che la rena, potesse gravitare; perchè, come più volte si è detto, il mezzo detrae dal peso d'ogni materia che vi s'immerge, tanto quant'è il peso d'altrettanta parte dell'istesso mezzo, quant'è la mole immersa, sì che l'aria all'aria leva tutta la gravità: l'operazione dunque, acciò fusse fatta esattamente, converrebbe farla nel vacuo, dove ogni grave eserciterebbe il suo momento senza diminuzione alcuna. Quando dunque, Sig. Simplicio³³⁰,

³²⁹ *non sia per più pesare*

³³⁰ *Sig. Simplicio manca in G.*

noi pesassimo una porzione d'aria nel vacuo, restereste allora sincerato e assicurato del fatto?

SIMP.³³¹ Veramente sì; ma questo è un desiderare o richieder l'impossibile.

SALV. E però grandissimo converrà che sia l'obbligo che mi dovrete, qual volta per amor vostro io effettui un impossibile. Ma io non voglio vendervi quel che già vi ho donato, perchè di già nell'addotta esperienza pesiamo noi l'aria nel vacuo, e non nell'aria o in altro mezzo pieno. Che alla mole, Sig. Simplicio, che nel mezzo fluido s'immerge, venga dall'istesso mezzo detratto della gravità, ciò proviene perchè ei resiste all'esser aperto, discacciato e finalmente sollevato; segno di che ne dà la prontezza sua nel ricorrer subito a riempier lo spazio che l'immersa mole in lui occupava³³², qualunque volta essa ne parta: che quando di tale immersione ei nulla sentisse, niente opererebbe egli contro di quella. Ora ditemi: mentre che voi avete in aria il fiasco di già pieno della medesima aria naturalmente contenutavi, qual divisione, scacciamento, o in somma qual mutazione, riceve l'aria esterna ambiente dalla seconda aria che nuovamente s'infonde

³³¹ *vacuo, allora sì che restereste sincerato... fatto. SIMP.*

³³² *che in lui l'immersa mole occupava*

con forza nel vaso? Forse s'ingrandisce il fiasco, onde l'ambiente debba maggiormente ritirarsi per cedergli luogo? certo no: e però possiam dire che la seconda aria non si immerge nell'ambiente, non vi occupando ella spazio, ma è come se si mettesse nel vacuo; anzi pur vi si mette ella realmente, e si trapone³³³ ne i vacui non ben ripieni dalla prima³³⁴ aria non condensata. E veramente non so conoscere differenza nissuna tra due costituzioni d'ambito ed ambiente, mentre in questa l'ambiente niente preme l'ambito, ed in quella l'ambito punto non spinge contr'all'ambiente³³⁵: e tali sono la locazione di qualche materia nel vacuo e la seconda aria compressa nel fiasco. Il peso, dunque, che si trova in tal aria condensata, è quello che ella arebbe liberamente sparsa nel vacuo. Ben è vero che 'l peso della rena che la contrappesò, come quella che era nell'aria libera, nel vacuo sarebbe stato un poco più del giusto; e però convien dire che l'aria

³³³ *e si intrapone ne i*

³³⁴ *ripieni della prima*

³³⁵ *contro l'ambiente*

pesata sia veramente alquanto men grave della rena³³⁶ che la contrappesò, cioè tanto quanto peserebbe altrettanta³³⁷ aria nel vacuo³³⁸.

³³⁶ *sia alquanto men grave che la rena*

³³⁷ *quanto sarebbe altrettant'*

³³⁸ Qui GALILEO aggiunse all'edizione originale, sull'esemplare del quale parliamo nell'Avvertimento, il tratto seguente, che manca anche in G:

SAGR. Acuta veramente speculazione, la quale in sè comprende la risoluzione di un problema il quale pare avere dell'ammirando, mentre che, ristretto in sustanza ed in poche parole, ci mostra il modo di trovare la gravità di un corpo pesato nel vacuo, non lo pesando noi se non nel mezzo pieno d'aria; e l'esplicazione è tale. L'aria ad ogni corpo grave che in essa è locato detrae dalla assoluta sua gravità tanto di peso, quanta è la gravità di altrettanta mole di aria quanta è la mole del medesimo corpo: adunque chi potesse accoppiare col medesimo corpo tanta aria quanta è la sua mole senza punto ingrandirlo, pesandolo si avrebbe quella assoluta sua gravità che egli avrebbe nel vacuo, atteso che, senza crescerlo di mole, se gli aggiunge il peso che dal mezo dell'aria gli veniva sottratto.

Quando dunque nel fiasco già pieno di aria naturalmente contenutavi ci si infonde una quantità di acqua, senza lasciarne uscire niente dell'aria già contenutavi, è manifesto che questa aria naturalmente contenutavi si restringe e condensa in minor mole, per dar luogo all'acqua infusa, ed è manifesto che la mole dell'aria che si restringe è eguale alla mole dell'acqua infusavi. Quando dunque si pesa nell'aria il vaso così accommodato, è manifesto che il peso dell'acqua viene accompagnato con altrettanta aria; del qual peso ne è parte quello dell'acqua insieme di quello di altrettanta aria, che è quel medesimo peso che l'acqua sola avrebbe nel vacuo. Quando dunque, pesato tutto il vaso e notato da parte tutto il peso, e dando l'esito a l'aria compressa e ripesando tutto il rimanente, che, per l'esito dell'aria, sarà diminuito di peso, presa la differenza di questi due pesi, avremo la gravità di quell'aria compressa che in mole era eguale all'acqua; pigliando poi il peso dell'acqua sola ed a quello aggiungendo questo peso che metteremo a parte, e che era dell'aria compressa, avremo il peso della medesima acqua sola nel vacuo. Trovar poi quanto sia il peso dell'acqua, sarà col cavare dal vaso l'acqua, e pesando il vaso solo, detrarre questo peso da quello che fu del vaso e dell'acqua, pesato innanzi; che è manifesto, il rimanente essere il peso dell'acqua sola in aria.

SIMP. Pur mi pareva che nell'addotte esperienze³³⁹ vi fusse qualche cosa da desiderare; ma ora mi quieto interamente.

SALV. Le cose da me sin qui prodotte, ed in particolare questa, che la differenza di gravità, ben che grandissima, non abbia parte veruna nel diversificare le velocità de i mobili, sì che, per quanto da quella dipende, tutti si moverebbero con egual celebrità, è tanto nuova e, nella prima apprensione, remota dal verisimile, che quando non si avesse³⁴⁰ modo di dilucidarla e renderla più chiara che 'l Sole, meglio sarebbe il tacerla che 'l pronunziarla: però, già che me la sono lasciata scappar di bocca, convien ch'io non lasci indietro esperienza o ragione che possa corroborarla.

SAGR. Non questa sola, ma molte altre insieme delle vostre proposizioni son così remote dalle opinioni e dottrine comunemente ricevute, che spargendosi in publico vi conciterebber numero³⁴¹ grande di contraddittori, essendo che l'innata condizione de gli uomini non vede con buon occhio che altri nel loro

³³⁹ *nella addotta esperienza*

³⁴⁰ *avessi, s*

³⁴¹ *conciterebber un numero*

esercizio scuopra verità o falsità non scoperte da loro; e col dar titolo di innovatori di dottrine, poco grato a gli orecchi di molti, s'ingegnano di tagliar quei nodi che non possono sciorre, e con mine sotterranee³⁴² dissipar quelli edifizii che sono stati, con gli strumenti consueti, da pazienti artefici costrutti. Ma con esso noi, lontani da simili pretensioni, l'esperienze e le ragioni sin qui addotte bastano³⁴³ a quietarci: tuttavia, quando abbiate altre più³⁴⁴ palpabili esperienze e ragioni³⁴⁵ più efficaci, le sentiremo molto volentieri³⁴⁶.

SALV. L'esperienza fatta con due mobili quanto più si possa

³⁴² *suterranee*, s

³⁴³ *l'esperienze vostre e le ragioni bastano*, s. Così era stato scritto anche in G; ma poi, di mano di GALILEO, fu corretto *l'esperienze e le ragioni sin qui addotte bastano*.

³⁴⁴ *abbiate più*

³⁴⁵ *esperienze o ragioni*

³⁴⁶ *sentiremo volentieri*

differenti di peso, col fargli scendere da un'altezza³⁴⁷ per osservare se la velocità loro sia eguale, patisce qualche difficoltà: imperò che se l'altezza sarà grande, il mezzo, che dall'impeto del cadente deve esser aperto e lateralmente spinto, di molto maggior pregiudizio sarà al piccol momento del mobile leggerissimo che alla violenza del gravissimo, per lo che per lungo spazio il leggero rimarrà indietro; e nell'altezza piccola si potrebbe dubitare se veramente non vi fusse³⁴⁸ differenza, o pur se ve ne fusse, ma inosservabile. E però sono andato pensando di reiterar tante volte la scesa da piccole³⁴⁹ altezze, ed accumulare insieme tante di quelle minime differenze di tempo, che potessero intercedere tra l'arrivo al termine del grave e l'arrivo del leggero, che così congiunte facessero un tempo non solo osservabile, ma grandemente osservabile. In oltre, per potermi prevaler di moti quanto si possa tardi, ne i quali manco lavora la resistenza del mezzo in alterar l'effetto che dipende dalla semplice gravità, sono andato pensando di fare scendere i mobili sopra un piano declive, non

³⁴⁷ *scendere per un'*

³⁴⁸ *veramente vi fusse*

³⁴⁹ *scesa di piccole*

molto elevato sopra l'orizzontale; chè sopra questo, non meno che nel perpendicolo, potrà scorgersi quello che facciano i gravi differenti di peso: e passando più avanti, ho anco voluto liberarmi da qualche impedimento che potesse nascer dal contatto di essi mobili su 'l detto piano declive: e finalmente ho preso due palle, una di piombo ed una di sughero, quella ben più di cento volte più grave di questa, e ciascheduna di loro ho attaccata a due sottili spaghetti eguali, lunghi quattro o cinque braccia, legati ad alto; allontanata poi l'una e l'altra palla dallo stato perpendicolare, gli ho dato l'andare nell'istesso momento, ed esse, scendendo per le circonferenze de' cerchi³⁵⁰ descritti da gli spaghi eguali, lor semidiametri, passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro; e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate e le tornate, hanno sensatamente mostrato, come la grave va talmente sotto il tempo della leggiera, che nè in ben cento vibrazioni, nè in mille, anticipa il tempo d'un minimo momento, ma camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l'operazione del mezzo, il quale, arrecando qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrazioni del sughero che quelle del piombo, ma non però che le renda più o

³⁵⁰ *circonferenze di cerchi, s*

men frequenti; anzi quando gli archi passati dal sughero non fossero più che di cinque³⁵¹ o sei gradi, e quei del piombo di cinquanta³⁵² o sessanta³⁵³, son eglin passati sotto i medesimi tempi.

SIMP. Se questo è, come dunque non sarà la velocità del piombo maggiore della velocità del sughero, facendo quello sessanta gradi di viaggio nel tempo che questo ne passa appena sei?

SALV. Ma che direste, Sig. Simplicio, quando amendue spedissero nell'istesso tempo i lor viaggi, mentre il sughero, allontanato dal perpendicolo trenta gradi, avesse a passar l'arco di sessanta, e 'l piombo, slargato dal medesimo punto di mezzo due soli gradi, scorresse l'arco di quattro? non sarebbe allora altrettanto più veloce il sughero? e pur l'esperienza mostra ciò avvenire. Però notate: slargato il pendolo del piombo, v. g., cinquanta gradi dal perpendicolo e di lì lasciato in libertà, scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta, descrive l'arco di quasi cento gradi, e ritornando per sè stesso indietro, descrive un altro poco minore arco, e continuando le sue vibrazioni, dopo

³⁵¹ *più di 5*

³⁵² *piombo cinquanta, s*

³⁵³ *50 e 60*

gran numero di quelle si riduce³⁵⁴ finalmente alla quiete. Ciascheduna di tali vibrazioni si fa sotto tempi eguali, tanto quella di novanta gradi, quanto quella di cinquanta, di venti, di dieci e di quattro³⁵⁵; sì che, in conseguenza, la velocità del mobile vien sempre languendo, poichè sotto tempi eguali va passando successivamente archi sempre minori e minori. Un simile, anzi l'istesso, effetto fa il sughero pendente da un filo altrettanto lungo, salvo che in minor numero di vibrazioni si conduce alla quiete, come meno atto, mediante la sua leggerezza, a superar l'ostacolo dell'aria³⁵⁶: con tutto ciò tutte le vibrazioni³⁵⁷, grandi e piccole, si fanno sotto tempi eguali tra di loro, ed eguali ancora a i tempi delle vibrazioni del piombo. Onde è vero che, se mentre il piombo passa un arco di cinquanta gradi, il sughero ne passa uno di dieci, il sughero allora è più tardo del piombo; ma accaderà ancora, all'incontro, che il sughero passi l'arco di cinquanta,

³⁵⁴ *reduce*, s

³⁵⁵ *cinquanta o di venti, di dieci, di quattro*, s

³⁵⁶ *del'aria*, s

³⁵⁷ *tutte le sue vibrazioni*

quando il piombo passi quel di dieci o di sei: e così, in diversi tempi, or sarà più veloce il piombo ed ora il sughero. Ma se gli stessi mobili passeranno ancora, sotto i medesimi tempi eguali, archi eguali, ben sicuramente si potrà dire allora essere le velocità loro eguali.

SIMP. Mi pare e non mi pare che questo discorso sia concludente, e mi sento nella mente una tal qual confusione³⁵⁸, che mi nasce dal muoversi, e l'uno³⁵⁹ e l'altro mobile, or veloce or tardo ed or tardissimo³⁶⁰, che non mi lascia ridurre in chiaro come vero sia che le velocità loro sian sempre eguali.

SAGR. Concedami in grazia, Sig. Salviati, che io dica due parole. E ditemi, Sig. Simplicio, se voi ammettete che dir si possa con assoluta verità, le velocità del sughero e del piombo essere eguali ogni volta che, partendosi amendue nell'istesso momento dalla quiete e movendosi per le medesime inclinazioni, passassero sempre spazii eguali in tempi eguali?

³⁵⁸ *tal confusione*

³⁵⁹ *muoversi, l'uno*

³⁶⁰ *or veloce ed or tardo ed or tardissimo*

SIMP. In questo non si può dubitare, nè se gli può contradire.

SAGR. Accade ora ne i pendoli, che ciaschedun di loro passi or sessanta gradi, or cinquanta, or trenta, or dieci, or otto, or quattro³⁶¹, or due, etc.; e quando³⁶² amendue passano l'arco di sessanta gradi, lo passano nell'istesso tempo; nell'arco di cinquanta, metton l'istesso tempo l'uno che l'altro mobile; così nell'arco di trenta, di dieci, e ne gli³⁶³ altri: e però si conclude, che la velocità del piombo nell'arco di sessanta gradi è eguale alla velocità del sughero nell'arco medesimo di sessanta, e che le velocità nell'arco di cinquanta son pur tra loro eguali, e così ne gli altri. Ma non si dice già che la velocità che si esercita nell'arco di sessanta, sia eguale alla velocità che si esercita nell'arco di cinquanta, nè questa a quella dell'arco di trenta, etc.; ma son³⁶⁴ sempre minori le velocità ne gli archi minori: il che si raccoglie dal veder noi sensatamente, il medesimo mobile metter tanto tempo

³⁶¹ *or 10, or 6, or 4*

³⁶² *otto, quattro; e quando, s*

³⁶³ *e de gli, s, G*

³⁶⁴ *di trenta; ma son*

nel passar l'arco grande de i sessanta gradi³⁶⁵, quanto nel passare il minor di cinquanta o 'l minimo di dieci, ed in somma nell'esser passati tutti sempre sotto tempi eguali. È vero dunque che ben vanno, e 'l piombo³⁶⁶ e 'l sughero, ritardando il moto secondo la diminuzione de gli archi, ma non però alterano la concordia loro nel mantener l'egualità della velocità in tutti i medesimi archi da loro passati. Ho voluto dir questo più per sentire se ho ben capito il concetto del Sig. Salviati, che per bisogno ch'io credessi che avesse il Sig. Simplicio di più chiara esplicazione di quella del Sig. Salviati, che è, come in tutte le sue cose, lucidissima, e tale che, sciogliendo egli il più delle volte questioni non solo in apparenza oscure, ma repugnanti alla natura ed al vero, con ragioni o osservazioni o esperienze tritissime e familiari ad ogn'uno, ha (come da diversi ho inteso) dato occasione a tal uno de i professori più stimati di far minor conto delle sue novità, tenendole come a vile, per dependere da troppo bassi e popolari fondamenti; quasi che la più ammirabile e più da stimarsi condizione

³⁶⁵ *grande di 60 gradi*

³⁶⁶ *vanno, il piombo*

delle scienze dimostrative non sia lo scaturire e pullulare da principii notissimi, intesi e conceduti³⁶⁷ da tutti. Ma seguitiamo pur noi d'andarci pascendo di questi cibi leggieri: e posto che il Sig. Simplicio sia restato appagato nell'intender ed ammettere come l'interna gravità de i diversi mobili non abbia parte alcuna nel diversificar le velocità loro, sì che tutti, per quanto da quella dipende, si moverebber con l'istesse velocità, diteci, Sig. Salviati, in quello che voi riponete le sensate ed apparenti disegualità di moto, e rispondete a quell'istanza che oppone il Sig. Simplicio, e ch'io parimente confermo, dico del vedersi una palla³⁶⁸ d'artiglieria muoversi più velocemente d'una migliarola di piombo; chè poca sarà la differenza di velocità rispetto a quella che v'oppongo io, di mobili dell'istessa materia, de i quali alcuni de i maggiori scenderanno in meno d'una battuta di polso, in un mezzo, quello spazio che altri minori non lo passeranno in un'ora, nè in quattro, nè in venti; quali sono le pietre e la minuta rena, e massime quella³⁶⁹ sottilissima che intorbida l'acqua, nel qual mezzo

³⁶⁷ *notissimi e conceduti*

³⁶⁸ *vedersi non solamente una palla*

³⁶⁹ *quella che*

in molte ore non scende per due braccia, che pietruzze, nè molto più grandi³⁷⁰, passano in una battuta di polso.

SALV. Quel che operi il mezzo nel ritardar più i mobili, secondo che tra di loro sono in spezie men gravi, già³⁷¹ si è dichiarato, mostrando ciò accadere dalla suttrazione di peso: ma³⁷² come il medesimo mezzo possa con sì gran differenza scemar la velocità ne i mobili differenti solo in grandezza, ancor che siano della medesima materia e dell'istessa figura, ricerca per sua dichiarazione discorso più sottile di quello che basta per intender come la figura del mobile più dilatata, o 'l moto del mezzo che sia fatto contro³⁷³ al mobile, ritarda la velocità di quello. Io del presente problema riduco la cagione alla scabrosità e porosità, che comunemente, e per lo più necessariamente, si ritrova

³⁷⁰ *molto grandi*

³⁷¹ *son men gravi in specie, già*

³⁷² *peso etc.: ma*

³⁷³ *fatto incontro al*

nelle³⁷⁴ superficie de i corpi solidi, le quali scabrosità nel moto di essi vanno urtando nell'aria o altro mezzo ambiente: di che segno evidente ce ne porge il sentir noi ronzar i corpi, ancor che quanto più si possa rotondati, mentre velocissimamente scorrono per l'aria; e non solo ronzare, ma sibilare e fischiare si sentono, se qualche più notabil cavità o prominenza sarà in essi. Vedesi³⁷⁵ anco nel girar sopra 'l torno ogni solido rotondo far un poco di vento. Ma che più? non sentiam noi notabil³⁷⁶ ronzio, ed in tuono molto acuto, farsi dalla trottola, mentre per terra con somma celerità va girando? l'acutezza del qual sibilo si va ingravendo secondo che la velocità della vertigine va di grado in grado languendo: argomento parimente necessario de gl'intoppi nell'aria delle scabrosità, ben che minime, delle superficie loro. Queste non si può dubitare che, nello scendere i mobili, soffregandosi con l'ambiente fluido, apporteranno ritardamento alla velocità, e tanto maggiore quanto la superficie sarà più grande, quale è quella de i solidi minori paragonati a i maggiori.

³⁷⁴ *si ritrova nelle*

³⁷⁵ *prominenza in essi sarà. Vedesi*

³⁷⁶ *noi più notabil*

SIMP. Fermate, in grazia, perchè qui comincio a confondermi. Imperò che, se bene io intendo ed ammetto che la conficazione del mezzo con la superficie del mobile ritardi il moto, e che più lo ritardi dove, *ceteris paribus*, la superficie sia maggiore, non capisco però con qual fondamento voi chiamate maggiore la superficie de i solidi minori; ed oltre a ciò, se, come voi affermate, la maggior superficie deve arrecar maggior ritardo, i solidi maggiori devriano³⁷⁷ esser più tardi, il che non è. Ma questa istanza facilmente si toglie con dire, che se bene il maggiore ha maggior superficie, ha anco maggior gravità, contro la quale l'impedimento della maggior superficie non ha a prevalere all'impedimento della superficie minore contro alla minor gravità, sì che la velocità del solido maggiore ne divenga minore. E però non veggo ragione per la quale si debba alterare l'egualità delle velocità, mentre che, quanto si diminuisce la gravità movente, altrettanto si diminuisce la facoltà della superficie ritardante.

SALV. Risolverò congiuntamente tutto quello che opponete. Per tanto voi, Sig. Simplicio, senza controversia ammettete, che quando di due mobili eguali, della stessa materia³⁷⁸ e simili di

³⁷⁷ *dovriano*

³⁷⁸ *dell'istessa materia*

figura (i quali indubitabilmente si moverebber egualmente veloci), all'uno di loro si diminuisse tanto la gravità quanto la superficie (ritenendo però la similitudine della figura), non perciò si scemerebbe la velocità nel rimpiccolito.

SIMP.³⁷⁹ Veramente parmi che così dovrebbe seguire, stando però nella vostra dottrina³⁸⁰, che vuol che la maggiore³⁸¹ o minor gravità non abbia azione nell'accelerare o ritardar il moto.

SALV. E questo confermo io, e vi ammetto anco 'l vostro detto, dal qual mi par che in conseguenza si ritragga³⁸², che quando la gravità si diminuisse più che la superficie, nel mobile in tal maniera diminuito si introdurrebbe qualche ritardamento di moto, e maggiore e maggiore quanto a proporzione maggior fusse la diminuzion del peso che la diminuzion della superficie.

³⁷⁹ *nel rimpiccolirlo* [sic]. SIMP.

³⁸⁰ *nella nostra dottrina*, s.

³⁸¹ *maggior*, s. E così il copista aveva scritto in G; ma GALILEO di suo pugno corresse *maggiore*

³⁸² *si tragga*

SIMP. In ciò non ho io repugnanza veruna.

SALV. Or sappiate, Sig. Simplicio, che non si può ne i solidi diminuir tanto la superficie quanto 'l peso, mantenendo la similitudine delle figure. Imperò che, essendo manifesto che nel diminuir un solido grave tanto scema il suo peso quanto la mole, ogni volta che la mole venisse sempre diminuita più che la superficie (nel conservarsi massime la similitudine di figura), la gravità ancora più che la superficie verrebbe diminuita. Ma la geometria c'insegna che molto maggior proporzione è tra la mole e la mole, ne i solidi simili, che tra le loro superficie: il che per vostra maggiore intelligenza vi esplicherò in³⁸³ qualche caso particolare. Però figuratevi, per esempio, un dado, un lato del quale sia, v. g., lungo due dita, sì che una delle sue faccie sarà quattro dita quadre, e tutte e sei³⁸⁴, cioè tutta la sua superficie, venti quattro dita quadre; intendete poi, il medesimo dado esser con tre tagli segato in otto piccoli dadi: il lato di ciascun de' quali sarà un dito, e una sua faccia un dito quadro, e tutta la sua superficie sei dita quadre, delle quali l'intero dado ne conteneva venti quattro in superficie. Or vedete come la superficie del piccol dado è la

³⁸³ *vi esemplificherò in*

³⁸⁴ *tutte 6, ciò è*

quarta parte della superficie del grande (che tanto è sei di venti quattro); ma l'istesso dado solido è solamente l'ottava; molto più dunque cala la mole, ed in conseguenza il peso, che la superficie. E se voi suddividerete il piccol dado in altri otto, aremo³⁸⁵ per l'intera superficie di un di questi un dito e mezzo quadro, che è la sedicesima parte della superficie del primo dado; ma la sua mole è solamente la sessantaquattresima. Vedete per tanto come in queste sole due divisioni le moli scemano quattro volte più che le loro superficie; e se noi andremo seguitando la suddivisione sino che si riduca il primo solido in una minuta polvere, troveremo la gravità dei minimi atomi diminuita centinaia e centinaia di volte più che le loro superficie. E questo, che vi ho esemplificato ne i cubi, accade in tutti i solidi tra di loro simili³⁸⁶, le moli de i quali sono³⁸⁷ in sesquialtera proporzione delle lor superficie. Vedete dunque con quanto maggior³⁸⁸ proporzione

³⁸⁵ *in 8 aremo*

³⁸⁶ *solidi simili*, s. E così era stato scritto in G; ma GALILEO di proprio pugno aggiunse *tra di loro*.

³⁸⁷ *simili, de i quali le moli sono*

³⁸⁸ *con quanta maggior*

cresce l'impedimento del contatto della superficie del mobile col mezzo ne i mobili piccoli che ne i maggiori; e se noi aggiungeremo che le scabrosità nelle superficie piccolissime delle polveri sottili non son forse minori di quelle delle superficie de i solidi maggiori che siano con diligenza puliti, guardate quanto bisognerà che 'l mezzo sia fluido e privo onninamente di resistenza all'esser aperto, per dover cedere il passo a così debil virtù. E in tanto notate, Sig. Simplicio, ch'io non equivocai quando poco fa dissi, la superficie de' solidi minori esser più grande in comparazione di quella de i maggiori.

SIMP. Io resto interamente appagato: e mi credano certo che se io avessi a ricominciare i miei studii, vorrei seguire il consiglio di Platone e cominciarli dalle matematiche, le quali veggo che procedono molto scrupolosamente, nè vogliono ammetter per sicuro fuor che quello che concludentemente dimostrano.

SAGR. Ho auto gusto grande di questo discorso; ma prima che passiamo più avanti, arei caro di restar capace d'un termine che mi giunse nuovo, quando pur ora diceste che i solidi simili son tra di loro in sesquialtera proporzione delle lor superficie: perchè ho ben veduto e inteso³⁸⁹ la proposizione, con la sua dimostrazione, nella quale si prova, le superficie de' solidi simili

³⁸⁹ *veduta e intesa*

esser in duplicata proporzione de i lor lati, e l'altra che prova, i medesimi solidi esser in tripla proporzione de i medesimi lati; ma la proporzione de i solidi con le lor superficie non mi sovvien nè anco³⁹⁰ d'averla sentita nominare.

SALV. V. S. medesima da per sè si³⁹¹ risponde, e dichiara il dubbio. Imperò che quello che è triplo d'una cosa, della quale un altro è doppio, non vien egli ad esser sesquialtero di questo doppio? certo sì. Or se le superficie sono in doppia proporzione delle linee, delle quali i solidi sono in proporzione tripla, non possiam noi dire, i solidi essere in sesquialtera proporzion delle superficie?

SAGR. Ho inteso benissimo. E se bene alcuni altri particolari, attenenti alla materia di cui si tratta, mi resterebbero da domandare, tuttavia, quando ce n'andassimo così di digressione in digressione, tardi verremmo alle quistioni principalmente intese, che appartengono alle diversità de gli accidenti delle resistenze de i solidi all'esser spezzati: e però, quando così piaccia loro, potremo ritornare su 'l primo filo, che si propose da principio.

³⁹⁰ *sovviene anco*

³⁹¹ *da per lei si*

SALV. V. S. dice molto bene: ma le cose tante e tanto varie che si sono esaminate, ci han rubato tanto tempo, che poco ce n'avanzerà per questo giorno da spendere nell'altro nostro principal argomento, che è pieno di dimostrazioni geometriche, da esser con attenzione considerate; onde stimerei che fusse meglio differire il congresso a dimane, sì per questo che ho detto, come ancora perchè potrei portar meco alcuni fogli, dove ho per ordine notati i teoremi e problemi ne i quali³⁹² si propongono e dimostrano le diverse passioni di tal soggetto, che forse alla memoria, col necessario metodo, non mi sovverrebbero.

SAGR. Io molto bene mi accomodo a questo consiglio, e tanto più volentieri, quanto che, per finire la sessione odierna, arò tempo di sentir la dichiarazione d'alcuni dubbi che mi restavano nella materia che ultimamente trattavamo. De i quali uno è, se si deve stimare che l'impedimento del mezzo possa esser bastante a por termine all'accelerazione a' corpi di materia gravissima, e grandissimi³⁹³ di mole, e di figura sferica; e dico *sferica*, per pigliar quella che è contenuta sotto la minima superficie,

³⁹² *notati problemi e teoremi ne i quali*

³⁹³ *gravissima, grandissimi*, s. Così si leggeva pure in G; ma GALILEO aggiunse di suo pugno l'*e*.

e però meno soggetta al ritardamento. Un altro sarà circa le vibrazioni de i pendoli, e questo ha più capi: l'uno è, se³⁹⁴ tutte, e grandi e mediocri e minime, si fanno veramente e precisamente sotto tempi eguali; ed un altro, qual sia la proporzione de i tempi de i mobili appesi a fili diseguali, de i tempi, dico, delle lor vibrazioni.

SALV. I quesiti son belli, e, sì come avviene di tutti i veri, dubito che trattandosi di qualsisia di loro³⁹⁵, si tirerà dietro tante altre vere e curiose conseguenze, che non so se l'avanzo di questo giorno ci basterà per discuterle tutte.

SAGR. S'elle saranno del sapore delle passate, più grato mi sarebbe l'impiegarvi tanti giorni, non che tante ore, quante restano sino a notte; e credo che il Sig. Simplicio non si ristuccherà di tali ragionamenti.

SIMP. Sicuramente no, e massime quando si trattano quistioni

³⁹⁴ *l'uno sarà, se, s.* E così era stato scritto in G, dove GALILEO corresse *sarà* in *e*.

³⁹⁵ *che trattando di qualsivoglia di loro*

naturali intorno alle quali non si leggono³⁹⁶ opinioni o discorsi³⁹⁷ d'altri filosofi.

SALV. Vengo dunque alla prima, affermando senza veruna dubitazione, non essere sfera sì grande, nè di materia sì grave, che la renitenza del mezzo, ancor che tenuissimo, non³⁹⁸ raffreni la sua accelerazione, e che nella continuazion del moto non lo riduca all'equabilità: di che possiamo ritrar molto chiaro argomento dall'esperienza stessa. Imperò che, se alcun mobile cadente fusse abile, nella sua continuazion di moto, ad acquistar qualsivoglia grado di velocità, nissuna velocità che da motore esterno gli fusse conferita, potrebbe esser così grande, che egli la recusasse e se ne spogliasse mercè dell'impedimento del mezzo; e così una palla d'artiglieria che fusse scesa per aria, v. g., quattro braccia, ed avesse, per esempio, acquistato dieci gradi di velocità, e che con questi entrasse nell'acqua, quando l'impedimento dell'acqua non fusse potente a vietare alla palla un tale

³⁹⁶ *non si leggano*

³⁹⁷ In G pare che prima fosse scritto *o discorsi*, e che poi *o* fosse corretto in *e*.

³⁹⁸ *ancor che tenuissima, non*

impeto, ella l'accrescerebbe³⁹⁹, o almeno lo continuerebbe sino al fondo: il che non si vede seguire; anzi l'acqua, benchè non fusse più che poche braccia profonda, l'impedisce e debilita in modo, che leggerissima percossa farà nel letto del fiume o del lago. È dunque manifesto, che quella velocità della quale l'acqua l'ha potuta spogliare in un brevissimo viaggio, non glie la lascerebbe già mai⁴⁰⁰ acquistare anco nella profondità di mille braccia. E perchè permettergli 'l guadagnarsela in mille, per levargliela poi in quattro braccia? Ma che più? non si ved'egli⁴⁰¹, l'immenso impeto della palla, cacciata dall'istessa artiglieria, esser talmente rintuzzato dall'interposizione di pochissime braccia d'acqua, che senza veruna offesa della nave appena si conduce a percuoterla? L'aria ancora, benchè cedentissima, pur reprime la velocità del mobile cadente, ancor che molto⁴⁰² grave, come possiamo con

³⁹⁹ *impeto, l'accrescerebbe*

⁴⁰⁰ *glie lo lascerebbe giamai*, s.

⁴⁰¹ *vede egli*, s. Così leggeva pure in G, ma fu corretto, probabilmente dalla mano di GALILEO, in *ved'egli*

⁴⁰² *ancor molto*, s

simili esperienze comprendere: perchè se dalla cima d'una torre molto alta tireremo un'archibusata in giù, questa farà minor botta in terra, che se scaricheremo l'archibuso, alto dal piano solamente quattro o sei braccia; segno evidente che l'impeto con che la palla uscì della canna⁴⁰³, scaricata nella sommità della torre, andò diminuendosi nello scender per aria. Adunque lo scender da qualunque grandissima altezza non basterà per fargli acquistare quell'impeto, del quale la resistenza dell'aria la priva quando già in qualsivoglia modo gli sia stato conferito. La rovina parimente che farà in una muraglia un colpo d'una palla cacciata da una colubrina dalla lontananza di venti braccia, non credo che⁴⁰⁴ la facesse venendo a perpendicolo da qualsivoglia altezza immensa. Stimo per tanto, esser termine all'accelerazione di qualsivoglia mobile naturale che dalla quiete si parta, e che l'impedimento del mezzo finalmente lo riduca all'egualità, nella quale ben poi sempre si mantenga⁴⁰⁵.

⁴⁰³ *uscì dalla canna*

⁴⁰⁴ *non credo io che*, s. E così si leggeva in G; ma *io* fu cancellato, probabilmente da GALILEO.

⁴⁰⁵ *nella quale poi ben sempre si mantenga*

SAGR. L'esperienze veramente mi par che siano molto a proposito; nè ci è altro se non che l'avversario potrebbe farsi forte col negar che si debbano⁴⁰⁶ verificar nelle moli grandissime e gravissime, e che⁴⁰⁷ una palla d'artiglieria venendo dal concavo della Luna, o anco dalla suprema region dell'aria, farebbe percossa maggiore che uscita dal cannone.

SALV. Non è dubbio che molte cose si posson opporre, e che non tutte si possono con esperienze redarguire: tuttavia in questa contradizione, alcuna cosa par che si possa metter in⁴⁰⁸ considerazione, cioè che molto ha del verisimile che 'l grave cadente da un'altezza acquisti tanto d'impeto nell'arrivar in terra, quanto fusse bastante a tirarlo a quell'altezza; come chiaramente si vede in un pendolo assai grave, che slargato cinquanta o sessanta gradi dal perpendicolo, guadagna quella velocità e virtù che basta precisamente a sospignerlo ad altrettanta elevazione, trattone però quel poco che gli vien tolto dall'impedimento dell'aria. Per costituir dunque la palla dell'artiglieria in tanta altezza che bastasse

⁴⁰⁶ *si debbono*, s.

⁴⁰⁷ *nelle moli gravissime, e che*

⁴⁰⁸ *contradizione, par che si possa alcuna cosa metter in*

per l'acquisto di tanto impeto quanto è quello che gli dà il fuoco nell'uscir del pezzo, dovrebbe bastar il tirarla in su a perpendicolo con l'istessa artiglieria, osservando poi se nella ricaduta ella facesse colpo eguale a quello della percossa fatta da vicino nell'uscire; che credo veramente che non sarebbe, a gran segno, tanto gagliardo: e però stimo che la velocità che ha la palla vicino all'uscita del pezzo, sarebbe di quelle che l'impedimento dell'aria non gli lascerebbe conseguire già mai mentre con moto naturale scendesse, partendosi dalla quiete, da qualsivoglia grand'altezza.

Vengo ora a gli altri quesiti, attenenti a i pendoli, materia che a molti parrebbe assai arida, e massime a quei filosofi che stanno continuamente occupati nelle più profonde quistioni delle cose naturali; tuttavia non gli voglio disprezzare, inanimito dall'esempio d'Aristotele medesimo, nel quale io ammiro sopra tutte le cose il non aver egli lasciato, si può dir, materia alcuna, degna in qualche modo di considerazione, che e' non l'abbia toccata. Ed ora, mosso da i quesiti⁴⁰⁹ di V. S., penso che potrò dirvi qualche mio pensiero sopra alcuni problemi attenenti alla musica, mate-

⁴⁰⁹ *che e' non abbia toccata. Ed ora, da i quesiti*, s. Così si leggeva pure in G; ma GALILEO di suo pugno corresse come abbiamo stampato nel testo.

ria nobilissima, della quale hanno scritto tanti grand'uomini e l'istesso Aristotele, e circa di essa considera molti problemi curiosi; talchè se io ancora da così facili e sensate esperienze trarrò ragioni di accidenti maravigliosi in materia de i suoni, posso sperare che i miei ragionamenti siano per esser graditi da voi.

SAGR. Non solamente graditi, ma da me in particolare sommamente desiderati, come⁴¹⁰ quello che, sendomi dilettrato di tutti gli strumenti musici, ed assai filosofato intorno alle consonanze, son sempre restato incapace e perplesso onde avvenga che più mi piaccia e diletta questa che quella, e che alcuna non solo non mi diletta, ma sommamente m'offenda. Il problema poi trito delle due corde tese all'unisono, che al suono dell'una l'altra si muova e attualmente risuoni, mi resta ancora irresoluto, come anco non ben chiare le forme delle consonanze ed altre particolarità.

SALV. Vedremo se da questi nostri pendoli si possa cavare qualche soddisfazione a tutte queste difficoltà. E quanto al primo dubbio, che è, se veramente e puntualissimamente l'istesso pendolo fa tutte le sue vibrazioni, massime, mediocri e minime, sotto tempi precisamente eguali, io mi rimetto a quello che intesi già dal nostro Accademico; il quale dimostra bene, che 'l mobile

⁴¹⁰ *desiderati, e come*

che descendesse per le corde sottese a qualsivoglia arco, le passerebbe necessariamente tutte in tempi eguali, tanto la sottesa sotto cent'ottanta gradi (cioè tutto il diametro), quanto le sottese di cento, di sessanta, di dieci, di due, di mezzo⁴¹¹ e di quattro minuti, intendendo che tutte vadano a terminar nell'infimo punto, toccante il piano orizzontale. Circa poi i descendenti per gli archi delle medesime corde elevati sopra l'orizzonte, e che non siano maggiori d'una quarta, cioè di novanta gradi, mostra parimente l'esperienza, passarsi tutti in tempi eguali, ma però più brevi de i tempi de' passaggi per le corde; effetto che in tanto ha del maraviglioso, in quanto nella prima apprensione par che dovrebbe seguire il contrario: imperò che, sendo comuni i termini del principio e del fine del moto, ed essendo la linea retta la brevissima che tra i medesimi termini si comprende, par ragionevole che il moto fatto per lei s'avesse a spedire nel più breve tempo; il che poi non è, ma il tempo brevissimo, ed in conseguenza il moto velocissimo, è quello che si fa per l'arco del quale essa linea retta è corda. Quanto poi alla proporzione de i tempi delle vibrazioni di mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, o vogliam dire le lunghezze esser in duplicata proporzion de i

⁴¹¹ *di un mezzo*

tempi, cioè son come i quadrati de i tempi: sì che volendo, v. g., che 'l tempo d'una vibrazione d'un pendolo sia doppio del tempo d'una vibrazione d'un altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo; ed allora, nel tempo d'una vibrazione di quello, un altro ne farà tre, quando la corda di quello sarà nove volte più lunga dell'altra: dal che ne séguita che le lunghezze delle corde hanno fra di loro la proporzione che hanno i quadrati de' numeri delle vibrazioni che si fanno nel medesimo tempo.

SAGR. Adunque, se io ho ben inteso, potrò speditamente sapere la lunghezza d'una corda pendente da qualsivoglia grandissima altezza, quando bene il termine sublime dell'attaccatura mi fusse invisibile e solo si vedesse l'altro estremo basso. Imperò che, se io attaccherò qui da basso un assai grave peso a detta corda e farò che si vada vibrando in qua e in là⁴¹², e che un amico vadia numerando alcune delle sue vibrazioni e che io nell'istesso tempo vadia parimente contando le vibrazioni che farà un altro mobile⁴¹³ appeso a un filo di lunghezza precisamente d'un brac-

⁴¹² *in qua in là*

⁴¹³ *un altro mio mobile*

cio, da i numeri delle vibrazioni di questi pendoli, fatte nell'istesso tempo, troverò la lunghezza della corda: come, per esempio, ponghiamo che nel tempo che l'amico mio abbia contate venti vibrazioni della corda lunga, io ne abbia contate dugenquaranta del mio filo, che è lungo un braccio; fatti i quadrati delli due numeri venti e dugenquaranta, che sono 400 e 57600, dirò, la lunga corda contener 57600 misure di quelle che il mio filo ne contien 400; e perchè il filo è un sol braccio, partirò 57600 per 400, che ne viene 144; e 144 braccia dirò esser lunga quella corda⁴¹⁴.

SALV. Nè vi ingannerete d'un palmo, e massime se piglierete moltitudini grandi di vibrazioni.

SAGR. V. S. mi dà pur frequentemente occasione d'ammirare la ricchezza ed insieme la somma liberalità della natura, mentre da cose tanto comuni, e direi anco in certo modo vili, ne andate traendo notizie molto curiose e nuove, e bene spesso remote da ogni immaginazione. Io ho ben mille volte posto cura alle vibrazioni, in particolare, delle lampade pendenti in alcune chiese da lunghissime corde, inavvertentemente state mosse da alcuno; ma⁴¹⁵ il più che io cavassi da tale osservazione, fu l'improbabilità

⁴¹⁴ *lunga la corda.*

⁴¹⁵ *da alcuni; ma*

dell'opinione di quelli che vogliono che simili moti vengano mantenuti e continuati dal mezzo, cioè dall'aria, perchè mi parrebbe bene che l'aria avesse un gran giudizio, ed insieme una poca faccenda, a consumar le ore e le ore di tempo in sospingere⁴¹⁶ con tanta regola in qua e in là un peso pendente: ma che io fussi per apprenderne che quel mobile medesimo, appeso a una corda di cento braccia di lunghezza, slontanato dall'imo punto una volta novanta gradi ed un'altra un grado solo o mezzo⁴¹⁷, tanto tempo spendesse in passar questo minimo, quanto in passar quel massimo arco, certo non credo che mai l'avrei incontrato, chè ancor ancora mi par che tenga dell'impossibile. Ora sto aspettando di sentire che queste medesime semplicissime minuzie mi assegnino ragioni tali di quei problemi musicali, che mi possino, almeno in parte, quietar la mente.

SALV. Prima d'ogni altra cosa bisogna avvertire che ciaschedun pendolo ha il tempo delle sue vibrazioni talmente limitato e prefisso, che impossibil cosa è il farlo muover sotto altro periodo che l'unico suo naturale. Prenda pur chi si voglia in mano la

⁴¹⁶ *tempo a sospingere*

⁴¹⁷ *o un mezzo*

corda ond'è attaccato il peso, e tenti quanto gli piace d'accrescerli o scemargli la frequenza delle sue vibrazioni; sarà fatica buttata in vano: ma ben all'incontro ad un pendolo, ancor che grave e posto in quiete, col solo soffiarvi dentro conferiremo noi moto, e moto anche assai grande col reiterare i soffi, ma sotto 'l tempo che è proprio quel delle sue vibrazioni; che se al primo soffio l'aremo rimosso dal perpendicolo mezzo dito, aggiugnendogli il secondo dopo che, sendo ritornato verso noi, comincerebbe la seconda vibrazione, gli conferiremo nuovo moto, e così successivamente con altri soffi, ma dati a tempo, e non quando il pendolo ci vien incontro (chè così gl'impediremmo, e non aiuteremmo⁴¹⁸, il moto); e seguendo, con molti impulsi gli conferiremo impeto tale, che maggior forza assai che quella d'un soffio ci bisognerà a cessarlo.

SAGR. Ho da fanciullo osservato, con questi impulsi dati a tempo un uomo solo far sonare una grossissima campana, e nel volerla poi fermare, attaccarsi⁴¹⁹ alla corda quattro e sei altri e tutti esser levati in alto, nè poter tanti insieme arrestar quell'impeto che un solo con regolati tratti gli aveva conferito.

⁴¹⁸ *e non gli aiuteremmo*

⁴¹⁹ *attacarsi*, s, G.

SALV. Esempio che dichiara 'l mio intento non meno accomiamente di quel che questa mia premessa si accomodi a render la ragione⁴²⁰ del maraviglioso problema della corda della cetera o del cimballo, che muove e fa realmente sonare quella non solo che all'unisono gli è concorde, ma anco all'ottava e alla quinta. Toccata, la corda comincia e continua le sue vibrazioni per tutto 'l tempo che si sente durar la sua risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare e tremare l'aria che gli è appresso, i cui tremori e increspamenti si distendono per grande spazio e vanno a urtare in tutte le corde del medesimo strumento, ed anco di altri vicini: la corda che è tesa all'unisono con la tocca, essendo disposta a far le sue vibrazioni sotto 'l medesimo tempo, comincia al primo impulso a muoversi un poco; e sopraggiugnendogli⁴²¹ il secondo, il terzo, il ventesimo e più altri, e tutti ne gli aggiustati e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar⁴²² dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice. Quest'ondeggiamento che si

⁴²⁰ *accomodi al render ragione*

⁴²¹ *sopraggiugnendovi*

⁴²² *si vede chiaramente andar*

va distendendo⁴²³ per l'aria, muove e fa vibrare non solamente le corde, ma qualsivoglia altro corpo disposto a tremare⁴²⁴ e vibrarsi sotto quel tempo della tremante corda; sì che se si ficcheranno nelle sponde dello strumento diversi pezzetti di setole o di altre materie flessibili, si vedrà, nel sonare il cimbalo, tremare or questo or quel corpuscolo, secondo che verrà toccata quella corda le cui vibrazioni van sotto 'l medesimo tempo: gli altri non si muoveranno al suono di questa corda, nè quello tremerà al suono d'altra corda. Se con l'archetto si toccherà gagliardamente una corda grossa d'una viola, appressandogli un bicchiere di vetro sottile e pulito, quando il tuono della corda sia all'unisono del tuono del bicchiere, questo tremerà e sensatamente risonerà. Il diffondersi poi amplamente l'increspamento del mezzo intorno al corpo risonante, apertamente si vede nel far sonare il bicchiere, dentro 'l quale⁴²⁵ sia dell'acqua, fregando il polpastrello⁴²⁶

⁴²³ *si va stendendo per*

⁴²⁴ *disposto al tremare*

⁴²⁵ *dentro al quale*

⁴²⁶ *fregando col polpastrello*

del dito sopra l'orlo; imperò che l'acqua contenuta con regolatissimo ordine si vede andar ondeggiando: e meglio ancora si vedrà l'istesso effetto fermando il piede del bicchiere nel fondo di qualche vaso assai largo, nel quale sia dell'acqua sin presso all'orlo del bicchiere; chè parimente, facendolo risonare con la confricazione del dito, si vedranno gl'increspamenti nell'acqua regolatissimi, e con gran velocità spargersi in gran distanza intorno al bicchiere: ed io più volte mi sono incontrato, nel fare al modo detto sonare un bicchiere assai grande e quasi pieno d'acqua, a veder prima le onde nell'acqua con estrema egualità formate, ed accadendo tal volta che 'l tuono del bicchiere salti un'ottava più alto, nell'istesso momento ho visto ciascheduna delle dette onde dividersi in due; accidente che molto chiaramente conclude, la forma dell'ottava esser la dupla.

SAGR. A me ancora è intervenuto l'istesso più d'una volta con mio diletto ed anco utile: imperò che stetti lungo tempo perplesso intorno a queste forme delle consonanze, non mi parendo che la ragione che comunemente se n'adduce da gli autori che sin qui hanno scritto dottamente della musica, fusse concludente a bastanza. Dicono essi, la diapason, cioè l'ottava, esser contenuta dalla dupla, la diapente, che noi diciamo la quinta⁴²⁷, dalla

⁴²⁷ *diciamo 5^a*

sesquialtera, etc.; perchè⁴²⁸, distesa sopra il monocordo⁴²⁹ una corda, sonandola tutta e poi sonandone la metà, col mettere un ponticello in mezzo, si sente l'ottava, e se il ponticello si metterà al terzo di tutta la corda, toccando l'intera e poi li due terzi, ci rende la quinta; per lo che l'ottava dicono esser contenuta tra 'l due e l'uno, e la quinta tra il tre e 'l dua. Questa ragione, dico, non mi pareva concludente per poter assegnar iuridicamente la dupla e la sesquialtera per forme naturali della diapason e della diapente: e 'l mio motivo era tale. Tre sono le maniere con le quali noi possiamo inacutire il tuono a una corda: l'una è lo scorciarla; l'altra, il tenderla più, o vogliam dir tirarla⁴³⁰; il terzo è l'assottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza e grossezza della corda, se vorremo sentir l'ottava, bisogna scorciarla la metà, cioè toccarla tutta, e poi mezza: ma se, ritenendo la medesima lunghezza e grossezza, vorremo farla montare all'ottava col tirarla più, non basta tirarla il doppio più, ma ci bisogna il quadruplo,

⁴²⁸ *sesquialtera; perchè, s.*

⁴²⁹ *sopra al monocordo*

⁴³⁰ *vogliam dire il tirarla*

sì che se prima era tirata dal peso d'una libbra, converrà attaccarvene quattro per inacutirla all'ottava: e finalmente se, stante la medesima lunghezza e tiratezza, vorremo una corda che, per esser più sottile, renda l'ottava, sarà necessario che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell'altra più grave. E questo che dico dell'ottava, cioè che la sua forma presa dalla tensione o dalla grossezza della corda è in duplicata proporzione di quella che si ha dalla lunghezza, intendasi di tutti gli altri intervalli musicali: imperò che quello che ci dà la lunghezza con la proporzion sesquialtera, cioè col sonarla tutta e poi li due terzi, volendolo cavar dalla tiratezza o dalla sottigliezza, bisogna duplicar la proporzione sesquialtera, pigliando la dupla sesquiquarta, e se la corda grave era⁴³¹ tesa da quattro libbre di peso, attaccarne all'acuta non sei, ma nove, e quanto⁴³² alla grossezza, far la corda grave più grossa dell'acuta secondo la proporzione di nove a quattro, per aver la quinta. Stante queste verissime esperienze, non mi pareva scorger ragione alcuna per la quale avesser i sagaci filosofi a stabilir, la forma dell'ottava esser più la dupla che la quadrupla, e della quinta più la sesquialtera che la dupla sesquiquarta. Ma

⁴³¹ *la corda era*

⁴³² *peso, attaccarvene [sic] 9, e quanto*

perchè il numerar le vibrazioni d'una corda, che nel render la voce le fa frequentissime, è del tutto impossibile, sarei restato sempre ambiguo se vero fusse che la corda dell'ottava, più acuta, facesse nel medesimo tempo doppio numero di vibrazioni di quelle della più grave, se le onde permanenti per quanto tempo ci piace, nel far sonare e vibrare il bicchiere, non m'avessero sensatamente mostrato come nell'istesso momento che alcuna volta si sente il tuono saltare all'ottava, si veggono nascere altre onde più minute, le quali con infinita pulitezza tagliano in mezzo ciascuna di quelle prime.

SALV. Bellissima osservazione per poter distinguer ad una ad una le onde nate dal tremore del corpo che risuona, che son poi quelle che, diffuse per l'aria, vanno a far la titillazione su 'l timpano del nostro orecchio, la quale nell'anima ci doventa suono. Ma dove che il vederle ed osservarle nell'acqua non dura se non quanto si continua la confricazione del dito, ed anco in questo tempo non sono permanenti, ma continuamente si fanno e si dissolvono, non sarebbe bella cosa quando se ne potesse far⁴³³ con grand'esquisitezza di quelle che restassero lungo tempo, dico mesi ed anni, sì che desser⁴³⁴ commodità di poterle misurare ed

⁴³³ *se ne potesser far*

⁴³⁴ *sì che desse*, s. Così era stato scritto anche in G; ma GALILEO

agiatamente numerare?

SAGR. Veramente io stimerei sommamente una tale invenzione.

SALV. L'invenzione fu del caso, e mia fu solamente l'osservazione e 'l far di essa capitale e stima come di riprova di nobil contemplazione, ancor che fattura in sè stessa assai vile. Raschiando con uno scarpello di ferro tagliente una piastra d'ottone per levarle alcune macchie, nel muoverti sopra lo scarpello con velocità, sentii una volta e due, tra molte scrisciate, fischiare e uscirne un sibilo molto gagliardo e chiaro; e guardando sopra la piastra, veddi un lungo ordine di virgolette sottili, tra di loro parallele e per egualissimi intervalli l'una dall'altra⁴³⁵ distanti. Tornando a raschiar di nuovo più e più volte, m'accorsi che solamente nelle raschiate che fischiavano lasciava lo scarpello le 'ntaccature sopra la piastra; ma quando la strisciata passava senza sibilo, non restava pur minima ombra di tali virgolette. Replcando poi altre volte lo scherzo, strisciando ora con maggiore ed ora con minor velocità, il sibilo riusciva di tuono or più acuto ed or più grave; ed osservai, i segni fatti nel suono più acuto esser

corresse di suo pugno *desse* in *desser*.

⁴³⁵ *intervalli una dall'*

più spessi, e quelli del più grave più radi, e tal volta ancora⁴³⁶, secondo che la strisciata medesima era fatta verso 'l fine con maggior velocità che nel principio, si sentiva⁴³⁷ il suono andarsi inacutendo, e le virgolette si vedeva esser⁴³⁸ andate inspessendosi, ma sempre con estrema lindura e con assoluta equidistanza segnate; ed oltre a ciò, nelle strisciate sibilanti sentivo tremarmi il ferro in pugno, e per la mano scorrermi certo rigore: ed in somma si vede e sente fare al ferro quello per appunto che facciamo noi nel parlar sotto voce e nell'intonar poi il suono gagliardo, che, mandando fuori il fiato senza formare il suono, non sentiamo nella gola e nella bocca farsi movimento alcuno, rispetto però ed in comparazione del tremor grande che sentiamo farsi nella laringe ed in tutte le fauci nel mandar fuori la voce, e massime in tuono grave e gagliardo. Ho anco tal volta tra le

⁴³⁶ *e talora ancora*, s. Così si leggeva pur in G, dove GALILEO di suo pugno corresse e *tal ora* in *e tal volta*.

⁴³⁷ *principio, sentivo il*

⁴³⁸ *virgolette si vedevano esser*

corde del cimbalo notatone due unisone⁴³⁹ alli due sibili fatti strisciando al modo detto, e de i più differenti di tuono, de i quali due precisamente distavano per una quinta perfetta; e misurando poi gl'intervalli delle virgolette dell'una e dell'altra strisciata, si vedeva, la distanza che conteneva quarantacinque spazii dell'una, contenere trenta dell'altra⁴⁴⁰, quale veramente è la forma che si attribuisce alla diapente⁴⁴¹. Ma qui, prima che passare più avanti, voglio avvertirvi, che delle tre maniere d'inacutire il suono, quella che voi referite alla sottigliezza della corda, con più verità deve attribuirsi al peso. Imperò che l'alterazione presa dalla grossezza risponde quando le corde siano della medesima materia: e così una minugia per far l'ottava deve esser più grossa quattro volte dell'altra pur di minugia; ed una d'ottone, più grossa quattro volte d'un'altra d'ottone: ma s'io vorrò far l'ottava con una d'ottone ad

⁴³⁹ *unisone a due*

⁴⁴⁰ *dell'una, contenerne 30 dell'altra*

⁴⁴¹ In G dopo *diapente* continua: *Non è dunque la ragion prossima ed immediata ecc.* (pag. 146, lin. 20), e manca il tratto da *Ma qui, prima che passare più avanti* a *Ma seguitando il primo proposito, dico che* (pag. 145, lin. 32 - pag. 146, lin. 20).

una di minugia, non si ha da ingrossar quattro volte, ma sì ben farla quattro volte più grave; sì che, quanto alla grossezza, questa di metallo non sarà altrimenti quattro volte più grossa, ma ben quadrupla in gravità, che tal volta sarà più sottile che la sua rispondente all'ottava, più acuta, che sia di minugia: onde accade che incordandosi un cimbalo di corde d'oro ed un altro d'ottone, se saranno della medesima lunghezza, grossezza e tensione, per esser l'oro quasi il doppio più grave, riuscirà l'accordatura circa una quinta più grave. E qui notisi come alla velocità del moto più resiste la gravità del mobile che la grossezza, contro a quello che a prima fronte altri giudicherebbe; che ben pare che, ragionevolmente, più dovesse esser ritardata la velocità dalla resistenza del mezzo all'esser aperto in un mobile grosso e leggero, che in uno grave e sottile; tuttavia in questo caso accade tutto l'opposito. Ma seguitando il primo proposito, dico che non è la ragion prossima ed immediata delle forme de gl'intervalli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, ma sì bene la proporzione de i numeri delle vibrazioni e percosse dell'onde dell'aria che vanno a ferire il timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare. Fermato questo punto, potremo per avventura assegnar assai congrua ragione onde avvenga che di essi suoni⁴⁴²,

⁴⁴² *che de' suoni*

differenti di tuono, alcune coppie siano con gran diletto ricevute dal nostro sensorio, altre⁴⁴³ con minore, ed altre ci feriscano con grandissima molestia; che è il recar la ragione⁴⁴⁴ delle consonanze più o men⁴⁴⁵ perfette e delle dissonanze. La molestia di queste nascerà, credo io, dalle discordi pulsazioni di due diversi tuoni che sproporzionatamente colpeggiano sopra 'l nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze quando i tempi delle vibrazioni fussero incommensurabili; per una⁴⁴⁶ delle quali sarà quella quando di due corde unisone se ne suoni una con tal parte dell'altra quale è il lato del quadrato del suo diametro: dissonanza simile al tritono o semidiapente. Consonanti, e con diletto ricevute, saranno quelle coppie di suoni che verranno a percuotere con qualche ordine sopra 'l timpano; il qual ordine ricerca, prima,

⁴⁴³ *sensorio, ed altre*

⁴⁴⁴ *che è il cercar la ragione*, s. Così si leggeva anche in G, ma GALILEO corresse, di suo pugno, *cercar* in *recar*.

⁴⁴⁵ *più e men*

⁴⁴⁶ *fussero innumerabili; per una*, s.

che le percosse fatte dentro all'istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non abbia a star in un perpetuo tormento d'infliggersi in due diverse maniere per acconsentire ed ubbidire alle sempre discordi battiture: sarà dunque la prima e più grata consonanza l'ottava, essendo che per ogni percossa che dia la corda grave su 'l timpano, l'acuta ne dà due, tal che amendue vanno a ferire unitamente in una sì, e nell'altra no, delle vibrazioni della corda acuta, sì che di tutto 'l numero delle percosse la metà s'accordano a battere unitamente; ma i colpi delle corde unisone giugnon sempre tutti insieme, e però son come d'una corda sola, nè fanno consonanza⁴⁴⁷. La quinta diletta ancora, atteso che per ogni due pulsazioni della corda grave l'acuta ne dà tre, dal che ne séguita che, numerando le vibrazioni della corda acuta, la terza parte di tutte s'accordano a battere insieme, cioè due solitarie s'interpongono tra ogni coppia delle concordi; e nella diatesseron⁴⁴⁸ se n'interpongono tre. Nella seconda, cioè nel tuono sesquiottavo, per ogni nove pulsazioni una sola arriva concordemente a percuotere con l'altra della corda più grave; tutte l'altre sono discordi e con molestia ricevute

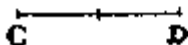
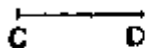
⁴⁴⁷ e però... *consonanza* manca in G.

⁴⁴⁸ *diatessaron*

su 'l timpano, e giudicate dissonanti dall'udito.

SIMP. Vorrei con maggior chiarezza spiegato questo discorso.

SALV. Sia questa linea AB lo spazio e la dilatazione d'una vibrazione⁴⁴⁹ della corda grave, e la linea CD quella della corda



acuta, la quale con l'altra renda l'ottava, e dividasì la AB in mezzo in E: è manifesto, che cominciando a muoversi le⁴⁵⁰ corde ne i termini A, C, quando la vibrazione acuta sarà pervenuta al termine D, l'altra si sarà distesa solamente sino al mezzo E, il quale, non sendo termine del moto,

non percuote, ma ben si fa⁴⁵¹ colpo in D. Ritornando poi la vibrazione dal D in C, l'altra passa da E in B, onde le due percosse di B e di C battono unitamente su 'l timpano: e tornando a reiterarsi le simili seguenti vibrazioni, si concluderà, alternatamente

⁴⁴⁹ *la dilatazione della vibrazione*

⁴⁵⁰ *che cominciandosi a muover le*

⁴⁵¹ *ma ben sì fa*

in una sì e nell'altra no delle vibrazioni C, D accadere l'unione delle percosse con quelle di A, B. Ma le pulsazioni de i termini hanno sempre per compagne una delle C, D, e sempre la medesima: il che è manifesto; perchè, posto che A, C battano insieme, nel passar A in B, C va in D e torna in C, tal che C batte con B; e nel tempo che B torna in A, C passa per D e torna in C⁴⁵², sì che i colpi A, C si fanno insieme. Ma sieno ora le due vibrazioni AB, CD quelle che producono la diapente, i tempi delle quali sono in proporzion sesquialtera, e dividasi la AB della corda grave in tre parti eguali in E, O, e intendansi le vibrazioni cominciare nell'istesso momento da i termini A, C: è manifesto che nella percossa che si farà nel termine D, la vibrazione di AB sarà giunta solamente in O; il timpano dunque riceve la percossa D sola: nel ritorno poi da D in C, l'altra vibrazione passa da O in B e ritorna in O, facendo la pulsazione in B, che pure è sola e di contrattempo (accidente da considerarsi); perchè, avendo noi posto le prime pulsazioni fatte nell'istesso momento nei termini A, C, la seconda, che fu sola del termine⁴⁵³ D, si fece dopo

⁴⁵² *tal che... e torna in C* manca nella stampa.

⁴⁵³ *sola dal termine*, s.

quanto importa il tempo del transito CD, cioè AO, ma la seguente, che si fa in B, dista dall'altra solo quanto è il tempo di OB, che è la metà: continuando poi il ritorno da O in A, mentre da C si va in D, si viene a far le due pulsazioni unitamente in A e D. Seguono poi altri periodi simili a questi, cioè con l'interposizione di due pulsazioni della corda acuta, scompagnate e solitarie, e una della corda grave, pur solitaria⁴⁵⁴ e interposta tra le due solitarie dell'acuta. Sì che, se noi figureremo il tempo diviso in momenti, cioè in minime particole eguali; posto che nei due primi dalle concordi pulsazioni fatte in A, C si passi in O, D, e in D si batta; che nel terzo e quarto momento si torni da D⁴⁵⁵ in C, battendo in C⁴⁵⁶, e che da O si passi per B e si torni in O, battendosi in B⁴⁵⁷; e che finalmente nel quinto e sesto momento da O e C si passi in A e D, battendo in⁴⁵⁸ amendue; avremo sopra

⁴⁵⁴ *grave, solitaria*

⁴⁵⁵ *momento ritorni da D, s*

⁴⁵⁶ *battendo in C* manca in G.

⁴⁵⁷ *battendoci in B, s*

⁴⁵⁸ *D, battendosi in*

l' timpano le pulsazioni distribuite con tal ordine, che poste le pulsazioni delle due corde nel medesimo instante, due momenti dopo riceverà una percossa solitaria, nel terzo momento un'altra pur solitaria, nel⁴⁵⁹ quarto un'altra sola, e due momenti dopo, cioè nel sesto, due congiunte insieme: e qui finisce il periodo, e, per dir così, l'anomalia, il qual periodo si va poi più volte replicando.

SAGR. Io non posso più tacere: è forza ch'io esclami il gusto che sento nel vedermi tanto adeguatamente rese ragioni di effetti che tanto tempo m'hanno tenuto in tenebre e cecità. Ora intendo perchè l'unisono non differisce punto da una voce sola: intendo perchè l'ottava è la principal consonanza, ma tanto simile all'unisone, che come unisone si prende e si accompagna con le altre; simile è all'unisone, perchè, dove le pulsazioni delle corde unisone vanno a ferire tutte insieme sempre, queste della corda grave dell'ottava vanno tutte accompagnate da quelle dell'acuta, e di queste una⁴⁶⁰ s'interpone solitaria ed in distanze eguali ed in certo modo senza fare scherzo alcuno, onde tal consonanza ne

⁴⁵⁹ *solitaria, e nel*

⁴⁶⁰ *queste l'una*

diviene sdolcinata troppo e senza brio. Ma la quinta, con quei suoi contrattempi, e con l'interpor tra le coppie delle due pulsazioni congiunte due solitarie della corda acuta ed una pur solitaria della grave, e queste tre con tanto intervallo di tempo quanto è la metà di quello che è tra ciascuna coppia e le solitarie dell'acuta, fa una titillazione ed un solletico tale sopra la cartilagine del timpano, che temperando la dolcezza con uno spruzzo d'acrimonia, par che insieme soavemente baci e morda.

SALV. È forza, poichè veggo che V. S. gusta tanto di queste novellizie, che io gli mostri il modo col quale l'occhio ancora, non pur l'udito, possa recrearsi nel veder i medesimi scherzi che sente l'udito. Suspendete palle di piombo, o altri simili gravi, da tre fili di lunghezze diverse, ma tali che nel tempo che il più lungo fa due vibrazioni, il più corto ne faccia quattro e l' mezzano tre, il che accaderà quando il più lungo contenga sedici palmi o altre misure, delle quali il mezzano ne contenga nove ed il minore quattro; e rimossi tutti insieme dal perpendicolo e poi lasciatigli andare, si vedrà un intrecciamento vago di essi fili, con incontri varii, ma tali che ad ogni quarta vibrazione⁴⁶¹ del più lungo tutti tre arriveranno al medesimo termine unitamente, e da quello poi

⁴⁶¹ *ad ogni quattro vibrazione* [sic]

si partiranno, reiterando di nuovo l'istesso periodo: la qual missione di vibrazioni è quella che, fatta dalle corde, rende all'udito l'ottava con la quinta in mezzo. E se con simile disposizione si andranno temperando le lunghezze di altri fili, sì che le vibrazioni loro rispondano a quelle di altri intervalli musici, ma consonanti, si vedranno altri ed altri intrecciamenti, e sempre tali, che in determinati tempi e dopo determinati numeri di vibrazioni tutti i fili (siano tre o siano quattro) si accordano a giugner nell'istesso momento al termine di loro vibrazioni, e di lì a cominciare un altro simil periodo. Ma quando le vibrazioni di due o più fili siano o incommensurabili⁴⁶², sì che mai non ritornino⁴⁶³ a terminar concordemente determinati numeri di vibrazioni, o se pur, non essendo incommensurabili, vi ritornano dopo lungo⁴⁶⁴ tempo e dopo gran numero di vibrazioni, allora

⁴⁶² *siano poi incommensurabili*

⁴⁶³ *retornino, s.*

⁴⁶⁴ *ritornano, ma solo doppo lungo*

la vista si confonde nell'ordine disordinato di sregolata intrecciatura⁴⁶⁵, e l'udito con noia riceve gli appulsi intemperati de i tremori dell'aria, che senza ordine o regola vanno a ferire su 'l timpano. Ma dove, Signori miei, ci siamo lasciati trasportare per tante ore da i varii problemi ed inopinati discorsi? Siamo giunti a sera, e della proposta materia abbiamo trattato pochissimo o niente; anzi ce ne siamo in modo disviati, che a pena mi sovviene della prima introduzione e di quel poco ingresso che facemmo come ipotesi e principio delle future dimostrazioni.

SAGR. Sarà dunque bene che ponghiamo per oggi⁴⁶⁶ fine a i nostri ragionamenti, dando commodò alla mente di andarsi nel riposo della notte tranquillando, per tornar poi domani (quando piaccia a V. S. di favorirci) a i discorsi desiderati e principalmente intesi.

SALV. Non mancherò d'esser qua all'istessa ora di oggi a servirle e goderle.

FINISCE LA PRIMA GIORNATA

⁴⁶⁵ *di sregolata intrecciatura* manca in G.

⁴⁶⁶ *ponghiamo oggi*

GIORNATA SECONDA.

SAGR. Stavamo, il Sig. Simplicio ed io, aspettando la venuta di V. S., e nel medesimo tempo ci andavamo riducendo a memoria l'ultima⁴⁶⁷ considerazione, che, quasi come principio e supposizione delle conclusioni che V. S. intendeva di dimostrarci, fu circa quella resistenza che hanno tutti i corpi solidi all'esser rotti, dependente da quel glutine che tiene le parti attaccate e congiunte, sì che non senza una potente attrazione cedono⁴⁶⁸ e si separano. Si andò poi cercando qual potesse esser la causa di tal coerenza, che in alcuni solidi è gagliardissima, proponendosi principalmente quella del vacuo, che fu poi cagione di tante digressioni che ci

⁴⁶⁷. *a memoria come l'ultima*

⁴⁶⁸ *attrazione, non trasversale, ma retta, cedono*

tennero tutta la giornata occupati e lontani dalla materia primieramente intesa, che era, come ho detto⁴⁶⁹, la contemplazione delle resistenze de i solidi all'essere spezzati.

SALV. Ben mi sovviene del tutto. E ritornando su 'l filo incominciato, posta qualunque ella sia la resistenza de i corpi solidi all'essere spezzati per una violenta attrazione, basta che indubitabilmente ella in loro si trova; la quale, ben che grandissima contro alla forza⁴⁷⁰ di chi per diritto gli tira, minore per lo più si osserva nel violentargli per traverso: e così vegghiamo una verga, per esempio, d'acciaio o di vetro reggere per lo lungo il peso⁴⁷¹ di mille libbre, che fitta a squadra in un muro si spezzerà con l'attaccargliene cinquanta solamente: e di

⁴⁶⁹ *come ho detto* manca nella stampa. In G è stato aggiunto di mano di GALILEO

⁴⁷⁰ *contro la forza*

⁴⁷¹ *di vetro per lo lungo reggere il peso*

questa seconda resistenza deviamo⁴⁷² noi parlare, ricercando secondo quali proporzioni ella si ritrovi ne i prismi e cilindri simili o dissimili in figura, lunghezza e grossezza, essendo però dell'istessa materia. Nella quale specolazione io piglio come principio noto quello che nelle mecaniche si dimostra tra le passioni del vette, che noi chiamiamo leva, cioè che nell'uso della leva la forza alla resistenza ha la proporzion contraria di quella che hanno le distanze tra 'l sostegno e le medesime forza e resistenza.

SIMP. Questo fu dimostrato da Aristotile, nelle sue Mecaniche, prima che da ogni altro.

SALV. Voglio che gli concediamo il primato nel tempo; ma nella fermezza della dimostrazione parmi che se gli deva per grand'intervallo anteporre Archimede, da una sola proposizione del quale, dimostrata da esso ne gli Equiponderanti, dependono le ragioni non solamente della leva, ma della maggior parte de gli

⁴⁷² *dobbiamo*

altri strumenti meccanici.

SAGR. Ma già che questo principio è il fondamento di tutto quello che voi avete intenzione di volerci dimostrare, non sarebbe se non molto a proposito l'arrecarci anco la prova di tal supposizione, quando non sia materia molto prolissa, dandoci una intera e compita istruzione.

SALV. Come questo si abbia a fare, sarà pur meglio che io per altro ingresso, alquanto diverso da quello d'Archimede, v'introduca nel campo di tutte le future specolazioni, e che non supponendo altro se non che pesi eguali posti in bilancia di braccia eguali facciano l'equilibrio (principio supposto parimente dal medesimo Archimede), io venga poi a dimostrarvi come non solamente altrettanto sia vero che pesi diseguali facciano l'equilibrio in stadera di braccia diseguali secondo la proporzione di essi pesi permutatamente sospesi, ma che l'istessa cosa fa colui che colloca pesi eguali in distanze eguali, che quello che colloca pesi diseguali in distanze che abbiano permutatamente la medesima proporzione che i pesi.

sospenderò il
tutto dal filo
C, posto nel
mezzo della



⁴⁷³ *maggiore della DB*

fatta veruna local mutazione nel prisma rispetto alla bilancia HI, ella resterà nel medesimo stato dell'equilibrio. Ma nella medesima costituzione resterà ancora se la parte del prisma che ora è sospesa dalle due estremità con li fili AH, DE, si appenda ad un sol filo GL, posto nel mezzo; e parimente l'altra parte DB non muterà stato sospesa dal mezzo e sostenuta dal filo FM: sciolti dunque i fili HA, ED, IB, e lasciati solo li due GL, FM, resterà l'istesso equilibrio, fatta pur sempre la sospensione dal punto C. Or qui voltiamoci a considerare come noi abbiamo due gravi AD, DB, pendenti da i termini G, F di una libra GF, nella quale si fa l'equilibrio dal punto C, in modo che la distanza della sospensione del grave AD dal punto C è la linea CG, e l'altra parte CF è la distanza dalla qual pende l'altro grave DB: resta dunque solo da dimostrarsi, tali distanze aver la medesima proporzione tra di loro che hanno gli stessi pesi, ma permutatamente presi, cioè che la distanza GC alla CF sia come il prisma DB al prisma DA; il che proveremo così. Essendo la linea GE la metà della EH, e la

EF metà⁴⁷⁴ della EI, sarà tutta la GF metà di tutta la HI, e però eguale alla CI; e trattane la parte comune CF, sarà la rimanente GC eguale alla rimanente FI, cioè alla FE; e presa comunemente la CE, saranno le due GE, CF eguali: e però, come GE ad EF, così FC a CG; ma come GE ad EF, così la doppia alla doppia, cioè HE ad EI, cioè il prisma AD al prisma DB; adunque, per l'egual proporzione e convertendo, come la distanza GC alla distanza CF, così il peso BD al peso DA: che è quello che io volevo provarvi.

Inteso sin qui, non credo che voi porrete difficoltà in ammettere che i due prismi AD, DB facciano l'equilibrio dal punto C, perchè la metà di tutto 'l solido AB è alla destra della sospensione C, e l'altra metà dalla sinistra, e che così si vengono a rappresentar due pesi eguali disposti e distesi in due distanze eguali. Che poi li due prismi AD, DB ridotti in due dadi, o in due palle, o in due qual'altre si siano figure (purchè si conservino le sospensioni medesime G, F), seguitino di far l'equilibrio dal punto C, non credo che sia alcuno che ne possa dubitare, perchè troppo manifesta cosa è che le figure non mutano peso, dove si ritenga la

⁴⁷⁴ EF *la metà*

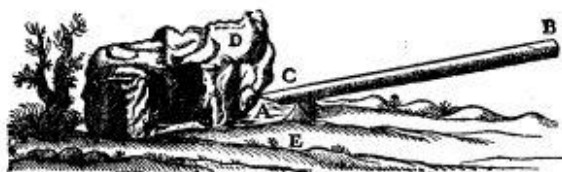
medesima quantità di materia. Dal che possiamo raccor la general conclusione, che due pesi, qualunque si siano, fanno l'equilibrio da distanze permutatamente rispondenti alle lor gravità.

Stabilito dunque tal principio, avanti che passiamo più oltre, devo metter in considerazione come queste forze, resistenze, momenti, figure, etc.⁴⁷⁵, si posson considerar in astratto e separate dalla materia, ed anco in concreto e congiunte con la materia; ed in questo modo quelli accidenti che converranno alle figure considerate come immateriali, riceveranno alcune modificazioni mentre li aggiugneremo la materia, ed in conseguenza la gravità. Come, per esempio, se noi intenderemo una leva, qual sarebbe questa BA, la quale, posando su 'l sostegno E, sia applicata per sollevare⁴⁷⁶ il

⁴⁷⁵ *etc.* manca nella stampa.

⁴⁷⁶ *sollevare*, s

grave sasso D, è manifesto, per il dimostrato principio, che la forza posta nell'estremità B basterà per adeguare la resistenza del grave D, se il suo momento al momento di esso D abbia la medesima proporzione che ha la distanza AC alla distanza CB; e questo è vero, non



mettendo in
considera-
zione altri
momenti
che quelli

della semplice forza in B e della resistenza⁴⁷⁷ in D, quasi che l'istessa leva fusse immateriale e senza gravità: ma se noi metteremo in conto la gravità ancora dello strumento stesso della leva, la quale sarà talor di legno e tal volta anco di ferro, è manifesto che, alla forza in B aggiunto il peso leva, altererà la proporzione, la quale converrà pronunziare sotto altri termini. E però, prima che

⁴⁷⁷ e la resistenza

passar⁴⁷⁸ più oltre, è necessario che noi convenghiamo in por distinzione tra queste due maniere di considerare, chiamando un *prendere assolutamente* quello quando intenderemo lo strumento preso in astratto, cioè separato dalla gravità della propria materia; ma congiugnendo con le figure semplici ed assolute la materia, con la gravità ancora, nomineremo le figure congiunte con la materia *momento* o *forza composta*.

SAGR. È forza ch'io rompa il proposito che avevo di non dar occasione di digredire; ma non potrei con attenzione applicarmi al rimanente, se non mi fusse rimosso certo scrupolo che mi nasce; ed è questo: che mi pare che V. S. faccia comparazione della forza posta in B con la total gravità del sasso D, della qual gravità mi pare che una parte, e forse forse la maggiore⁴⁷⁹, si appoggi sopra 'l piano dell'orizzonte; sì che....

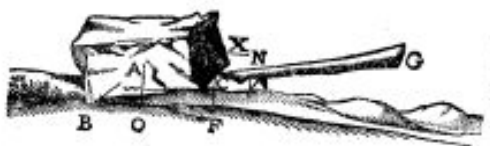
⁴⁷⁸ *prima di passar*

⁴⁷⁹ *e forse la maggiore*

SALV. Ho inteso benissimo. V. S. non soggiunga altro; ma solamente avverta che io non ho nominata la⁴⁸⁰ gravità totale del sasso, ma ho parlato del momento che egli tiene ed esercita sopra 'l punto A, estremo termine della leva BA, il quale è sempre minore dell'intero peso del sasso, ed è variabile secondo la figura della pietra e secondo che ella vien più o meno sollevata.

SAGR. Resto appagato; ma mi nasce un altro desiderio, che è, che per intera cognizione mi fusse dimostrato il modo, se vi è, di poter investigare qual parte sia del peso totale quella che vien sostenuta dal soggetto piano, e quale quella che grava su 'l vette nell'estremità A.

SALV. Perchè posso con poche parole dargli soddisfazione, non voglio lasciar di servirla. Però, facendone un poco di figura, intenda V. S. il peso il cui centro



di gravità sia A,

⁴⁸⁰ *ho nominato la*

appoggiato sopra l'orizzonte co 'l termine B, e nell'altro sia sostenuto col vette CG, sopra 'l sostegno N, da una potenza posta in G; e dal centro A e dal termine C caschino, perpendicolari all'orizzonte, AO, CF: dico, il momento di tutto il peso al momento della potenza in G aver la proporzion composta della distanza GN alla distanza NC e della FB alla BO. Facciasi, come la linea FB alla BO, così la NC alla X: ed essendo tutto il peso A sostenuto dalle due potenze poste in B e C, la potenza B alla C è come la distanza FO alla OB; e componendo, le due potenze B, C insieme, cioè il total momento di tutto 'l peso A, alla potenza in C è come la linea FB alla BO, cioè come la NC alla X: ma il momento della potenza in C al momento della potenza in G è come la distanza GN alla NC: adunque, per la perturbata, il total peso A al momento della potenza in G è come la GN alla X. Ma la proporzione di GN ad X è composta della proporzione di GN⁴⁸¹ ad NC e di quella

⁴⁸¹ *della proporzione GN, s*

di NC ad X, cioè di FB a BO; adunque il peso A alla potenza che lo sostiene in G ha la proporzione composta della GN ad NC e di quella di FB a BO: ch'è quello che si doveva dimostrare.

Prop. I.

Or tornando al nostro primo proposito, intese tutte le cose sin qui dichiarate, non sarà difficile l'intender la ragione onde avvenga che un prisma o cilindro solido, di vetro, acciaio, legno o altra materia frangibile, che sospeso per lungo sosterrà gravissimo peso che gli sia attaccato⁴⁸², ma in traverso (come poco fa dicevamo) da minor peso assai potrà tal volta essere spezzato, secondo che la sua lunghezza eccederà la sua grossezza. Imperò che figuriamoci il prisma solido ABCD, fitto in un muro dalla parte AB, e nell'altra estremità s'intenda la forza del peso E (intendendo sempre, il muro esser eretto all'orizzonte, ed il prisma o cilindro fitto nel muro ad angoli retti)⁴⁸³: è manifesto che, dovendosi spezzare,

⁴⁸² *gli stia attaccato*

⁴⁸³ (*intendendo... retti*) manca in G.

si romperà nel luogo B, dove il taglio del muro serve per sostegno, e la BC per la parte della leva dove si pone la forza; e la grossezza del solido BA è l'altra parte⁴⁸⁴ della leva, nella quale è posta la resistenza, che consiste nello staccamento che s'ha da fare della parte del solido BD, che è fuor del muro, da quella che è dentro: e per le cose dichiarate, il momento della forza posta in C al momento della resistenza, che sta nella grossezza del prisma, cioè nell'attaccamento della base BA con la sua contigua, ha la medesima proporzione che la lunghezza CB alla metà della BA; e però l'assoluta resistenza all'esser rotto, che è nel prisma BD (la quale assoluta resistenza è quella che si fa col tirarlo per diritto, perchè allora tanto è il moto del movente quanto quello del mosso), all'esser rotto con l'aiuto della leva BC, ha la medesima proporzione che la lunghezza BC alla metà di AB nel prisma, che nel cilindro è il semidiametro

⁴⁸⁴ è la parte

della sua base. E questa sia la nostra prima proposizione. E notate, che questo che dico, si debbe intendere, rimossa la considerazione del peso proprio del solido BD, il qual solido ho preso come nulla pesante: ma quando vorremo mettere in conto la sua gravità, congiugnendola col peso E, doviamo al peso E aggiugnere la metà del peso del solido BD; sì che essendo, v. g., il peso di BD⁴⁸⁵ due libbre, e 'l peso di E libbre dieci, si deve pigliare il peso E come se fusse undici.

SIMP. E perchè non come se fusse dodici?

SALV. Il peso E, Sig. Simplicio mio, pendente dal termine C, preme, in rispetto alla leva BC, con tutto 'l suo momento di libbre dieci; dove se fusse appeso il solo BD, graverebbe con tutto 'l momento di due libbre: ma, come vedete, tal solido è distribuito per tutta la lunghezza BC uniformemente, onde le parti sue vicine all'estremità B gravano manco delle più remote; sì che in somma, ristorando quelle con queste, il peso di tutto

⁴⁸⁵ *peso* BD

l' prisma si riduce a lavorare sotto l' centro della sua gravità, che risponde al mezzo della leva BC: ma un peso pendente dalla estremità C ha momento doppio di⁴⁸⁶ quello che avrebbe pendendo dal mezzo: e però la metà del peso del prisma si deve aggiugnere al peso E, mentre ci serviamo del momento di amendue, come⁴⁸⁷ locati nel termine C.

SIMP. Resto capacissimo; e di più, s'io non m'inganno, parmi che la potenza di amendue i pesi BD ed E, posti così, avrebbe l'istesso momento che se tutto il peso di BD col doppio di E fusse appeso nel mezo della leva⁴⁸⁸ BC.

Prop. II.

SALV. Così è precisamente, e si deve tenere a memoria. Qui possiamo immediatamente intender, come e

⁴⁸⁶ *ha doppio momento di*

⁴⁸⁷ *amendue, e come*

⁴⁸⁸ *mezo dalla leva*

con che proporzione resista più una verga, o vogliam⁴⁸⁹ dir prisma più largo che grosso, all'esser rotto, fattogli forza secondo la sua larghezza, che secondo la grossezza. Per intelligenza di che, intendasi una riga ad , la cui larghezza sia ac , e la grossezza, assai minore, cb : si cerca perchè, volendola romper per taglio, come nella prima figura, resisterà al gran peso T ; ma posta per piatto, come nella seconda figura, non resisterà all' X , minore del T . Il che si fa manifesto, mentre intendiamo, il sostegno⁴⁹⁰ essere una volta sotto la linea bc ed un'altra sotto la ca , e le distanze delle forze esser nell'un caso e nell'altro eguali, cioè la lunghezza bd ; ma nel primo caso la distanza della resistenza dal sostegno, che è la metà della linea ca , è maggiore della distanza nell'altro caso, la quale è la metà della bc ; però la forza del peso T conviene che sia maggiore della X quanto la metà della lar-

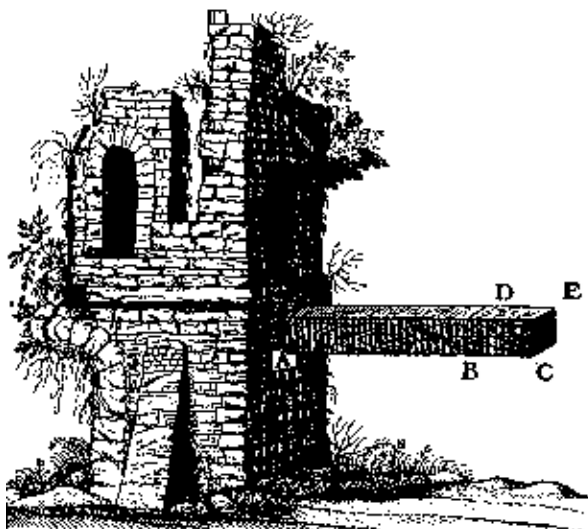
⁴⁸⁹ *una riga, o vogliam*

⁴⁹⁰ *mentre si fa, il sostegno*

ghezza ca è maggiore della metà della grossezza bc , servendoci quella per contralleve della ca , e questa della cb , per superare la medesima resistenza, che è la quantità delle fibre di tutta la base ab . Concluesi per tanto, la medesima riga o prisma più largo che grosso resister più all'esser rotto per taglio che per piatto, secondo la proporzione della larghezza alla grossezza.

Prop. III.

Convieni ora che cominciamo a⁴⁹¹ investigare secondo qual proporzione vadia crescendo il momento della propria gravità, in relazione alla propria resistenza all'essere spezzato in un prisma o cilindro, mentre, stando parallelo all'orizzonte, si va



⁴⁹¹ che incominciamo a

allungando; il qual momento trovo andar crescendo in duplicata proporzione di quella dell'allungamento. Per la cui dimostrazione, intendasi il prisma o cilindro AD fitto saldamente nel muro dall'estremità A, e sia equidistante all'orizzonte; ed il medesimo intendasi allungato sino in E, aggiugnendovi la parte BE. È manifesto che l'allungamento della leva AB sino in C cresce per sè solo, cioè assolutamente preso⁴⁹², il momento della forza premente contro alla resistenza dello staccamento e rottura da farsi in A secondo la proporzione di CA a BA: ma, oltre a questo, il peso aggiunto del solido BE al peso del solido AB cresce il momento della gravità premente secondo la proporzione del prisma AE al prisma AB, la qual proporzione è la medesima della lunghezza AC alla AB: adunque è manifesto che, congiunti i due accrescimenti delle lunghezze e delle gravità, il momento composto di amendue è in

⁴⁹² *per sè... preso* non si legge in G dopo *cresce*, ma dopo *BA* (lin. 20).

doppia proporzione di qualunque di esse. Concludasi per tanto, i momenti delle forze de i prismi e cilindri egualmente grossi, ma disegualmente lunghi, esser tra di loro in duplicata proporzione di quella delle lor lunghezze, cioè esser come i quadrati delle lunghezze.

Mostreremo adesso, nel secondo luogo, secondo qual proporzione cresca la resistenza all'essere spezzati ne i prismi e cilindri, mentre restino della medesima lunghezza e si accresca la grossezza. E qui dico che:

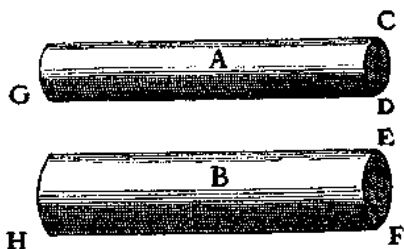
Prop. IV.

Ne i prismi e cilindri egualmente lunghi, ma disegualmente grossi, la resistenza all'esser rotti cresce in triplicata proporzione de i diametri delle lor grossezze, cioè delle lor basi.

I due cilindri⁴⁹³ siano questi A, B; le cui lunghezze eguali, DG, FH; le basi diseguali, i cerchi i cui diametri CD, EF: dico, la resistenza del cilindro B alla resistenza del cilindro A, ad esser rotti, aver triplicata proporzione

⁴⁹³ *basi: e questo avviene tanto pigliando assolutamente le figure separate dalla gravità della materia, quanto composte con essa materia. I due cilindri*

di quella che ha il diametro FE al diametro DC. Imperò che, se consideriamo l'assoluta e semplice resistenza



che risiede nelle basi, cioè ne i cerchi EF, DC, all'essere strappati facendogli forza col tirarli per diritto, non è dubbio che la resistenza

del cilindro B è tanto maggiore che quella del cilindro A, quanto il cerchio EF è maggiore del CD, perchè tante più sono le fibre, i filamenti o le parti tenaci, che tengono unite le parti de i solidi. Ma se consideriamo che nel far forza per traverso ci serviamo di due leve, delle quali le parti o distanze dove si applicano le forze sono le linee DG, FH, i sostegni sono ne' punti D, F, ma le altri parti o distanze dove son poste le resistenze sono i semidiametri de i cerchi DC, EF, perchè i filamenti sparsi per tutte le superficie de i cerchi è come se tutti si riducessero ne i centri; considerando, dico, tali leve, intenderemo, la resistenza nel centro della base EF

contro alla forza di H esser tanto maggiore della resistenza della base CD contro alla forza posta in G (e sono le forze in G ed H di leve eguali DG, FH), quanto il semidiametro FE è maggiore del semidiametro DC. Cresce dunque la resistenza all'esser rotto nel⁴⁹⁴ cilindro B sopra la resistenza del cilindro A secondo amendue le proporzioni de i cerchi EF, DC e de i lor semidiametri, o vogliam dir diametri: ma la proporzione de i cerchi è doppia di quella de i diametri: adunque la proporzione delle resistenze, che di quelle si compone, è triplicata della proporzione de i medesimi diametri: che è quello che dovevo provare. Ma perchè anco i cubi sono in tripla proporzione de i loro lati, possiamo similmente concludere, le resistenze de i cilindri egualmente lunghi esser tra di loro come i cubi de i lor diametri.

Da questo che si è dimostrato possiamo concludere ancora, le resistenze de i prismi e cilindri egualmente lunghi aver sequialtera proporzione di quella de gli stessi cilindri. Il che è manifesto: perchè i prismi e cilindri egualmente alti hanno fra di

⁴⁹⁴ *esser rotta nel*, s.

loro la medesima proporzione che le lor basi, cioè doppia de i lati o diametri di esse basi; ma le resistenze (come si è dimostrato) hanno triplicata proporzione de i medesimi lati o diametri; adunque la proporzione delle resistenze è sesquialtera della proporzione de gli stessi solidi, ed in conseguenza de i pesi de i medesimi solidi.

SIMP. Egli è forza che, avanti che si proceda più oltre, io resti sincerato di certa mia difficoltà⁴⁹⁵. E questa è, che sin qui non ho sentito mettere in considerazione cert'altra sorte di resistenza, la quale mi par che venga diminuita ne i solidi secondo che si vanno più e più allungando, e non solo nell'uso trasversale, ma ancora per lo lungo; in quel modo appunto che veggiamo, una corda lunghissima esser molto meno atta a reggere un gran peso, che se fusse corta: onde io credo che una verga di legno o di ferro più peso assai potrà reggere se sarà corta, che se sarà molto lunga; intendendo sempre usata per lo lungo, e non in traverso, ed anco messo in

⁴⁹⁵ *di certa difficoltà*

conto il suo proprio peso, che nella più lunga⁴⁹⁶ è maggiore.

SALV. Dubito, Sig. Simplicio, che in questo punto voi, con molti altri, v'inganniate, se però ho ben compreso il vostro concetto, sì che voi vogliate dire che una corda lunga, v. g., quaranta braccia non possa sostenere tanto peso, quanto se fusse un braccio o due della medesima corda.

SIMP. Cotesto ho voluto dire, e sin qui mi par proposizione assai probabile.

SALV. Ma io l'ho per falsa, non che per improbabile; e credo di potervi assai agevolmente cavar d'errore. Però ponghiamo questa corda AB, fermata di sopra dal capo A, e dall'altro sia il peso C, dalla cui forza debba essa corda essere rotta: assegnatemi voi, Sig. Simplicio, il luogo particolare dove debba seguir la rottura.

SIMP. Sia nel luogo D.

SALV. Vi domando qual sia la cagione dello strapparsi

⁴⁹⁶ *nella lunga*

in D.

SIMP. È la causa di ciò, perchè la corda in quella parte non era potente a reggere, v. g., cento libbre di peso, quanto è la parte DB con la pietra C.

SALV. Adunque, tutta volta che tal corda nella parte D venisse violentata dalle medesime cento libbre di peso, ella lì si strapperebbe.

SIMP. Così credo.

SALV. Ma ditemi ora: chi attaccasse il medesimo peso non al fine della corda B, ma vicino al punto D, come sarebbe in E, o vero legasse la corda non nella altezza A, ma più vicina⁴⁹⁷ e sopra al punto medesimo D, come sarebbe in F, ditemi, dico, se il punto D sentirebbe il medesimo peso delle cento libbre.

SIMP. Sentirebbelo, accompagnando però il pezzo di corda⁴⁹⁸ EB con la pietra C.

⁴⁹⁷ *ma pur vicina*, s. In G è impossibile distinguere, per causa di uno sgorbio, se si legga *più* o *pur*; forse prima era stato scritto *pur*, e poi fu corretto in *più*.

⁴⁹⁸ *il pezzo della corda*

SALV. Se dunque la corda nel punto D vien tirata dalle medesime cento libbre di peso, si romperà, per la vostra concessione: e pure la FE è un piccol pezzo della lunga AB; come dunque volete più dire che la corda lunga sia più debole della corta? Contentatevi dunque d'esser cavato d'un errore nel quale avete auto molti compagni, ed anco per altro molto intelligenti; e seguiamo innanzi. Ed avendo dimostrato, i prismi e cilindri crescere il lor momento sopra le proprie resistenze secondo i quadrati delle lunghezze loro (mantenendo però sempre la medesima grossezza); e parimente, gli egualmente lunghi, ma differenti in grossezza, crescer le lor resistenze secondo la proporzione de i cubi de i lati o diametri delle lor basi, passiamo a investigare quello che accaggia a tali⁴⁹⁹ solidi differenti in lunghezza e grossezza insieme⁵⁰⁰. Ne i quali io osservo che:

⁴⁹⁹ *che avvenga a tali*

⁵⁰⁰ *insieme* manca nella stampa. In G è stato aggiunto di mano di GALILEO.

Prop. V.

I prismi e cilindri di diversa lunghezza e grossezza hanno le lor resistenze all'esser rotti di proporzione composta della proporzione de i cubi de' diametri delle lor basi e della proporzione delle lor lunghezze permutatamente prese.

Siano tali due cilindri questi ABC, DEF: dico, la resistenza del cilindro AC alla resistenza del cilindro DF aver la proporzione composta della proporzione del cubo del diametro AB al cubo del diametro DE e della proporzione della lunghezza EF alla lunghezza BC. Pongasi la EG eguale alla BC, e delle linee AB, DE sia terza proporzionale la H, e quarta la I, e come la EF alla BC così sia⁵⁰¹ la I alla S. E perchè la resistenza del cilindro AC alla resistenza del cilindro DG è come il cubo AB al cubo DE, cioè come la linea AB alla linea I; e la resistenza del cilindro DG alla resistenza del cilindro DF come la lunghezza FE alla EG, cioè come la linea I alla S; adunque, per l'egual proporzione, come la

⁵⁰¹ *alla BC, e delle linee, così sia, s.*

resistenza del cilindro AC alla resistenza del cilindro DF, così la linea AB alla S: ma la linea AB alla S ha la proporzion composta della AB alla I e della I alla S: adunque la resistenza del cilindro AC alla resistenza del cilindro DF ha la proporzion composta della AB alla I, cioè del cubo di AB al cubo di DE, e della proporzione della linea I alla S, cioè della lunghezza EF alla lunghezza BC: che è quello che intendevo di dimostrare.

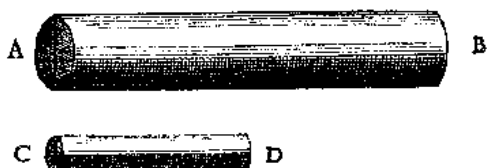
Dopo la dimostrata proposizione, voglio che consideriamo quello che accaggia tra i cilindri e prismi simili: de i quali dimostreremo come:

Prop. VI.

De i cilindri e prismi⁵⁰² simili i momenti composti, cioè risultanti dalle lor gravità e dalle loro lunghezze, che sono come leve, hanno tra di loro proporzione sesquialtera di quella che hanno le resistenze delle medesime lor basi.

⁵⁰² *e de i prismi*

Per il che dimostrare, segniamo i due cilindri simili AB, CD: dico, il momento del cilindro AB per superare



la resistenza della sua base B, al momento di CD per superare la resi-

stenza della sua D, aver sesquialtera proporzione di quella che ha la medesima resistenza della base B alla resistenza della base D. E perchè i momenti de' i solidi AB, CD per superar le resistenze delle lor basi B, D son composti delle lor gravità e delle forze delle lor leve, e la forza della leva AB è eguale alla forza della leva CD (e questo perchè la lunghezza AB al semidiametro della base B ha la medesima proporzione, per la similitudine de' cilindri, che la lunghezza CD al semidiametro della base D), resta che 'l momento totale del cilindro AB al momento totale di CD sia come la sola gravità del cilindro AB alla sola gravità del cilindro CD, cioè come l'istesso cilindro AB all'istesso CD: ma questi sono in triplicata proporzione de' i diametri delle basi loro B, D; e le resistenze delle medesime basi, essendo tra di loro

come l'istesse basi, sono, in conseguenza, in duplicata proporzione de i medesimi loro diametri: adunque i momenti de i cilindri son in sesquialtera proporzione delle resistenze delle basi loro.

SIMP. Questa proposizione mi è veramente giunta non solamente nuova, ma inaspettata, e nel primo aspetto assai remota dal giudizio che io ne avrei coniettualmente fatto: imperò che, essendo tali figure in tutto 'l restante simili, arei tenuto per fermo che anco i momenti loro verso le proprie resistenze avessero ritenuta la medesima proporzione⁵⁰³.

SAGR. Questa è la dimostrazione di quella proposizione, che nel principio de' nostri ragionamenti dissi parermi di scorger per ombra.

⁵⁰³ In G la parole *Questa proposizione... proporzione* sono attribuite al SAGREDO e dopo *proporzione* si legge SIMPL. *Ed io ancora arei creduto l'istesso. SALV. Aggiungete me ancora per terzo, chè tale mi mantenni per molto tempo, sin che certa ecc.,* riprendendo poi conforme alla lin. 30 e seg.

SALV. Quello che ora accade al Sig. Simplicio, avvenne per alcun tempo a me, credendo che le resistenze di solidi simili fusser simili, sin che certa, nè anco molto fissa o accurata, osservazione mi pareva rappresentarmi, ne i solidi simili non mantenersi un tenore eguale nelle loro robustezze, ma i maggiori esser meno atti a patire gl'incontri violenti⁵⁰⁴, come rimaner più offesi dalle cadute gli uomini grandi che i piccoli fanciulli; e, come da principio dicevamo, cadendo dalla medesima altezza vedesi andare in pezzi una gran trave o una colonna, ma non così un piccolo corrente o un piccol cilindro di marmo. Questa tal quale osservazione mi destò la mente all'investigazione di quello che ora son per dimostrarvi: proprietà veramente ammirabile, poichè tra le infinite figure solide simili tra di loro, pur due non ve ne sono, i momenti delle quali verso le proprie resistenze ritenghino la medesima proporzione.

⁵⁰⁴ *a patire gli eventi violenti, s. In G era stato scritto a patire gl'eventi violenti, ma GALILEO corresse, di suo pugno, eventi in incontri.*

SIMP. Ora mi fate sovvenire non so che, posto da Aristotele tra le sue⁵⁰⁵ Quistioni Meccaniche, mentre vuol render la ragione onde avvenga che i legni, quanto più son lunghi, tanto più son deboli e più si piegano, ben che i più corti sieno più sottili⁵⁰⁶, e i lunghi più grossi; e se io ben mi ricordo, ne riduce la ragione alla semplice leva.

SALV. È verissimo: e perchè la soluzione non par che tolga interamente la ragion del dubitare⁵⁰⁷, Monsig. di Guevara, il quale veramente con i suoi dottissimi commentarii ha altamente nobilitata e illustrata quell'opera, si estende con altre più acute specolazioni per sciorre tutte le difficoltà, restando però esso ancora perplesso

⁵⁰⁵ *Aristotele nelle sue*

⁵⁰⁶ *si piegano, che i più corti, ben che più sottili*

⁵⁰⁷ *ragion di dubitare*

in questo punto, se crescendo con la medesima proporzione le lunghezze e le grossezze⁵⁰⁸ di tali solide figure, si deva mantenere l'istesso tenore nelle loro robustezze e resistenze nell'esser rotte⁵⁰⁹ ed anco nel⁵¹⁰ piegarsi. Io, dopo un lungo pensarvi, ho in questa materia ritrovato⁵¹¹ quello che seguentemente son per appor-
tarvi. E prima dimostrerò che:

Prop. VII.

De i prismi o cilindri simili gravi, un solo e unico è quello che si riduce (gravato dal proprio peso) all'ultimo stato tra lo spezzarsi e 'l sostenersi intero⁵¹²: sì che ogni maggiore, come impotente a

⁵⁰⁸ *e grossezze*

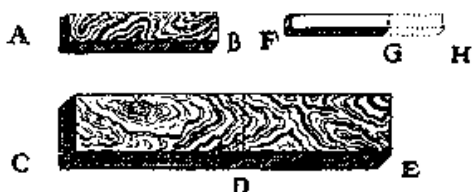
⁵⁰⁹ *rotti, s*

⁵¹⁰ *resistenze all'esser rotte ed anco nel*

⁵¹¹ *in questa maniera ritrovato, s*

⁵¹² In G, di fronte a questa prima parte della Proposizione, si legge (della stessa mano che ha copiato il codice) la seguente

resistere al proprio peso, si romperà; e ogni mi-



nore resiste a qualche forza che gli venga fatta per romperlo.

Sia il prisma grave AB ridotto alla somma lunghezza di sua consistenza, sì che allungato un minimo di più si rompesse: dico, questo esser unico tra tutti i suoi simili (che pur sono infiniti); atto ad esser ridotto in tale stato ancipite; sì che ogni maggiore, oppresso dal proprio peso, si spezzerà, ed ogni minore no, anzi potrà resistere a qualche aggravo di nuova violenza, oltre a quella del proprio peso. Sia prima il prisma CE, simile e maggiore di AB: dico, questo non poter consistere, ma rompersi, superato dalla propria gravità. Pongasi la parte CD lunga quanto AB: e perchè la resistenza di CD a quella di AB è come il cubo della grossezza di

postilla: «Vedi l'error del Biancano nel libro dei Luoghi Matematici d'Aristotele, alla fac. 177, etc.».

CD al cubo della grossezza di AB, cioè come il prisma CE al prisma AB (essendo simili), adunque il peso di CE è il sommo che possa esser sostenuto nella lunghezza del prisma CD; ma la lunghezza CE è maggiore; adunque il prisma CE si romperà. Ma sia FG minore: si dimostrerà similmente (posta FH eguale alla BA), la resistenza di FG a quella di AB esser come il prisma FG al prisma AB, quando la distanza AB, cioè FH, fusse eguale alla FG; ma è maggiore; adunque il momento del prisma FG posto in G non basta per romper il prisma FG.

SAGR. Chiarissima e breve dimostrazione, concludente la verità e necessità di una proposizione che, nel primo aspetto, sembra assai remota dal verisimile. Bisognerebbe dunque alterare assai la proporzione tra la lunghezza e la grossezza⁵¹³ del prisma maggiore, con l'ingrossarlo o scorciarlo⁵¹⁴, acciò si riducesse allo stato

⁵¹³ *e grossezza*

⁵¹⁴ *l'ingrossarlo e scorciarlo*

ancipite tra 'l reggersi e lo spezzarsi; e l'investigazione di tale stato penso che potesse esser altrettanto ingegnosa.

SALV. Anzi più presto d'avvantaggio, come anco più laboriosa; ed io lo so, che vi spesi non piccol tempo per ritrovarla, ed ora voglio parteciparvela.

Prop. VIII.⁵¹⁵

Dato dunque un cilindro o prisma di massima lunghezza da non esser dal suo proprio peso spezzato, e data una lunghezza maggiore, trovar la grossezza d'un altro cilindro o prisma che sotto la data lunghezza sia l'unico e massimo resistente al proprio peso.

Sia il cilindro BC massimo resistente al proprio peso, e sia la DE lunghezza maggiore della AC: bisogna trovare la grossezza del cilindro che sotto la lunghezza DE sia il massimo resistente al proprio peso. Sia delle lunghezze DE, AC terza proporzionale I, e come DE ad

⁵¹⁵ La notazione marginale *Prop. VIII* manca in G. Nè in G poi, nè nella stampa, si legge alcuna notazione marginale alle Proposizioni che a questa seguono.

I⁵¹⁶, così sia il diametro FD al diametro BA, e facciasi il cilindro FE; dico, questo esser il massimo ed unico, tra tutti i suoi simili, resistente al proprio peso. Delle linee DE, I sia terza proporzionale M, e quarta O, e pongasi FG eguale alla AC: e perchè il diametro FD al diametro AB è come la linea DE alla I, e delle DE, I la O è quarta proporzionale, il cubo di FD al cubo di BA sarà come la DE alla O; ma come il cubo di FD al cubo di BA, così è la resistenza del cilindro DG alla resistenza del cilindro BC; adunque la resistenza del cilindro DG a quella del cilindro BC è come la linea DE alla O. E perchè il momento del cilindro BC è eguale alla sua resistenza, se si mostrerà, il momento del cilindro FE al momento del cilindro BC esser come la resistenza DF alla resistenza BA, cioè come il cubo di FD al cubo di BA⁵¹⁷, cioè come la linea DE alla O, aremo l'intento,

⁵¹⁶ DE *alla* I

⁵¹⁷ *il cubo* FD *al cubo* BA

cioè il momento del cilindro FE esser eguale alla resistenza posta in FD. Il momento del cilindro FE al momento del cilindro DG è come il quadrato della DE al quadrato della AC, cioè come la linea DE alla I; ma il momento del cilindro DG al momento del cilindro BC è come il quadrato DF al quadrato BA, cioè come il quadrato di DE⁵¹⁸ al quadrato della I, cioè come il quadrato della I al quadrato della M, cioè come la I alla O; adunque, per l'egual proporzione, come il momento del cilindro FE al momento del cilindro BC, così è la⁵¹⁹ linea DE alla O, cioè il cubo DF al cubo BA, cioè la resistenza della base DF alla resistenza della base BA: che è quello che si cercava.

SAGR. Questa, Sig. Salviati, è una lunga dimostrazione, e molto difficile a ritenersi a memoria per sentirla una sola volta; onde io vorrei che V. S. si contentasse di

⁵¹⁸ *quadrato* DE

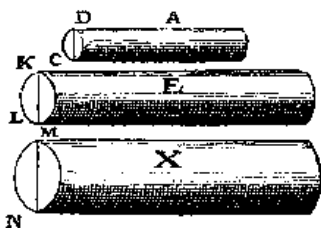
⁵¹⁹ *così la*

replicarla di nuovo⁵²⁰.

SALV. Farò quanto V. S. comanda; ma forse sarebbe meglio arrecarne una⁵²¹ più speditiva e breve: ma converrà fare una figura alquanto diversa.

SAGR. Maggiore sarà il favore; e la già dichiarata mi farà grazia darmela scritta, acciò a mio bell'agio possa ristudiarla.

SALV. Non mancherò di servirla. Ora intendiamo un cilindro A, il diametro della cui base sia la linea DC, e



sia questo A il massimo che possa sostenersi; del quale vogliamo trovare un maggiore⁵²², che pur sia il massimo esso ancora ed unico

che si sostenga. Intendiamone un simile ad esso A e

⁵²⁰ *di replicarmela di nuovo*

⁵²¹ *meglio a recarne una*

⁵²² *trovare uno maggiore*

lungo quanto la linea assegnata, e questo sia, v. g., E, il diametro della cui base sia la KL, e delle due linee DC, KL sia terza proporzionale la MN⁵²³, che sia diametro della base del cilindro X, di lunghezza eguale all'E: dico, questo X esser quello che cerchiamo. E perchè la resistenza DC alla resistenza KL è come il quadrato DC al quadrato KL, cioè come il quadrato KL al quadrato MN, cioè come il cilindro E al cilindro X, cioè come il momento E al momento X; ma la resistenza KL alla MN è come il cubo di KL al cubo di MN, cioè come il cubo DC al cubo KL, cioè come il cilindro A al cilindro E, cioè come il momento A al momento E; adunque, per l'analogia perturbata, come la resistenza DC alla MN, così il momento A al momento X: adunque il prisma X è nella medesima costituzione di momento e resistenza che il prisma A.

Ma voglio che facciamo il problema più generale; e la proposizione sia questa:

Dato il cilindro AC, qualunque si sia il suo momento verso la

⁵²³ *proporzionale MN*

sua resistenza, e data qual si sia lunghezza DE, trovar la grossezza del cilindro, la cui lunghezza sia DE, e 'l suo momento verso la sua resistenza ritenga la medesima proporzione che il momento del cilindro AC alla sua.

Ripresa l'istessa figura di sopra e quasi l'istesso progresso, diremo: perchè⁵²⁴ il momento del cilindro FE al momento della parte DG⁵²⁵ ha la medesima proporzione che il quadrato ED al quadrato FG, cioè⁵²⁶ che la linea DE alla I; ed il momento del cilindro FG al momento del cilindro AC è come il quadrato FD al quadrato AB, cioè come il quadrato DE al quadrato I, cioè come il quadrato I al quadrato M, cioè come la linea I alla O; adunque, *ex aequali*, il momento del cilindro FE al momento del cilindro AC ha la medesima proporzione della linea DE alla O, cioè del cubo DE al cubo

⁵²⁴ In luogo di *Ripresa...* *perché* in G si legge: *Ordinati li stessi preparamenti come sopra, perchè*

⁵²⁵ *parte FG*

⁵²⁶ *quadrato DG, cioè.*

I, cioè del cubo di FD al cubo di AB, cioè della resistenza⁵²⁷ della base FD alla resistenza della base AB: ch'è quello che si doveva fare.

Or vegghino come dalle cose sin qui dimostrate apertamente si raccoglie l'impossibilità del poter non solamente l'arte, ma la natura stessa, crescer le sue macchine a vastità immensa: sì che impossibil sarebbe fabricar navili, palazzi o templi vastissimi, li cui remi, antenne, travamenti, catene⁵²⁸ di ferro, ed in somma le altre lor parti, consistessero; come anco non potrebbe la natura far alberi di smisurata grandezza, poichè i rami loro, gravati dal proprio peso, finalmente si fiaccherebbero; e parimente sarebbe impossibile far strutture di ossa per uomini, cavalli o altri animali, che potessero sussistere e far proporzionatamente gli uffizii loro, mentre tali animali si dovesser agumentare ad altezze

⁵²⁷ *cioè come il cubo DE al cubo I, cioè come il cubo FD al cubo AB, cioè come la resistenza*

⁵²⁸ *travamenti e cattene* [sic].

immense, se già non si togliesse materia molto più dura e resistente della consueta, o non si deformassero tali ossi, sproporzionatamente ingrossandogli, onde poi la figura ed aspetto dell'animale ne riuscisse mostruosamente grosso: il che forse fu avvertito dal mio accortissimo Poeta, mentre descrivendo un grandissimo gigante disse:

Non si può compartir quanto sia lungo
Sì smisuratamente è tutto grosso.

E per un breve esempio di questo che dico, disegnai già la figura di un osso allungato solamente tre volte, ed ingrossato con tal proporzione, che potesse nel suo animale grande far l'uffizio proporzionato a quel dell'osso minore nell'animal più piccolo, e le figure son queste: dove vedete sproporzionata figura che diviene quella dell'osso ingrandito. Dal che è manifesto, che chi volesse mantener in un vastissimo gigante le proporzioni

che hanno le membra in un uomo ordinario, bisognerebbe o trovar⁵²⁹ materia molto più dura e resistente, per formarne l'ossa, o vero ammettere che la robustezza sua fusse a proporzione assai più fiacca che negli uomini di statura mediocre; altrimenti, crescendogli a smisurata altezza, si vedrebbero dal proprio peso opprimere e cadere. Dove che, all'incontro, si vede, nel diminuire i corpi non si diminuir con la medesima proporzione le forze, anzi ne i minimi crescer⁵³⁰ la gagliardia con proporzion maggiore: onde io credo che un piccolo cane porterebbe addosso due o tre cani eguali a sè, ma non penso già che un cavallo portasse nè anco un solo cavallo, a sè stesso eguale.

SIMP. Ma se così è, grand'occasione mi danno di dubitare le moli immense che vediamo ne i pesci; chè tal

⁵²⁹ *bisognerebbe trovar*

⁵³⁰ *ne i minori crescer*, s. In G si legge *ne i minime crescer*, e le ultime lettere di minimi sono state rifatte da GALILEO sopra altre lettere che non è più possibile distinguere.

balena, per quanto intendo, sarà grande per dieci elefanti; e pur si sostengono.

SALV. Il vostro dubbio, Sig. Simplicio, mi fa accorgere d'una condizione da me non avvertita prima, potente essa ancora a far che giganti ed altri animali vastissimi potessero consistere e agitarsi non meno che i minori: e ciò seguirebbe quando non solo si agguignesse gagliardia all'ossa ed all'altre parti, officio delle quali è il sostener⁵³¹ il proprio e 'l sopravvegnete peso; ma, lasciata la struttura delle ossa con le medesime proporzioni, pur nell'istesso modo, anzi più⁵³² agevolmente, consisterebbono le medesime fabbriche quando con tal proporzione si diminuisse la gravità della materia delle medesime ossa, e quella della carne o di altro che sopra l'ossa si abbia ad appoggiare. E di questo secondo artificio si è prevalsa la natura nella fabbrica de i pesci, facendogli le ossa e le polpe non solamente assai

⁵³¹ *è sostenere*

⁵³² *anzi molto più*

leggieri, ma senza veruna gravità.

SIMP. Veggo bene, Sig. Salviati, dove tende il vostro discorso: voi volete dire, che per esser l'abitazione de i pesci l'elemento dell'acqua, la quale per la sua corpulenza, o, come altri vogliono, per la sua gravità, scema il peso a i corpi che in quella si demergono, per tal ragione la materia de i pesci, non pesando, può senza aggravio dell'ossa loro esser sostenuta. Ma questo non basta; perchè quando bene il resto della sustanza del pesce non⁵³³ graviti, grava però senza dubbio la materia dell'ossa loro. E chi dirà che una costola di balena, grande quanto una trave, non pesi assaissimo, e nell'acqua non vadia al fondo⁵³⁴? Queste dunque non deveriano poter sussistere in sì vasta mole.

SALV. Voi acutamente opponete: e per risposta al vostro dubbio, ditemi se avete osservato stare i pesci,

⁵³³ *sustanza de' pesci non*

⁵³⁴ *non dia al fondo*, s. In G il copista aveva scritto *non vaddia al fondo*, e *vaddia* fu poi corretto, probabilmente da GALILEO, in *vadia*.

quando piace loro, sott'acqua immobili, e non scendere verso 'l fondo o sollevarsi alla superficie senza far qualche forza col nuoto?

SIMP. Questa è chiarissima osservazione.

SALV. Questo, dunque, potersi i pesci fermare come immobili a mezz'acqua è concludentissimo argomento, il composto della lor mole corporea agguagliar la gravità in spezie dell'acqua; sì che se in esso si trovano alcune parti più gravi dell'acqua, necessariamente bisogna che ve ne siano altre altrettanto men gravi, acciò si possa pareggiar l'equilibrio. Se dunque le ossa son più gravi, è necessario che le polpe, o altre materie che vi siano, sien più leggiere, e queste si opporranno con la lor leggerezza al peso dell'ossa: talchè ne gli *aquatici*⁵³⁵ avverrà l'opposito di quel che accade ne gli animali terrestri, cioè che in questi tocchi all'ossa a sostenere il peso proprio e quel della carne, e in quelli la carne regga

⁵³⁵ *acquatici*, s. Così era stato scritto anche in G, dove fu corretto, probabilmente da GALILEO in *aquatici*.

la gravezza propria e quella dell'ossa. E però deve cessar la maraviglia, come nell'acqua possano essere⁵³⁶ animali vastissimi, ma non sopra la terra, cioè nell'aria.

SIMP. Resto appagato; e di più noto che questi, che noi addimandiamo animali terrestri, più ragionevolmente si dovrebbero⁵³⁷ dimandar aerei, perchè nell'aria veramente vivono, e dall'aria son circondati e dell'aria respirano.

SAGR. Piacemi il discorso del Sig. Simplicio, col suo dubbio e con la soluzione: e di più comprendo assai facilmente che uno di questi smisurati pesci, tirato in terra, forse non si potrebbe per lungo tempo sostenere, ma che, relassate le attaccature dell'ossa, la sua mole si ammaccherebbe⁵³⁸.

⁵³⁶ *nell'acqua possono essere*

⁵³⁷ *dovrebbero*

⁵³⁸ *s'ammaccherebbe [sic] e si deformerebbe.*

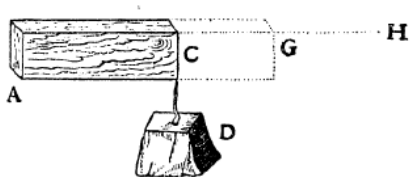
SALV. Io per ora inclino a creder l'istesso; nè son lontano a credere che 'l medesimo⁵³⁹ avverrebbe a quel vastissimo navilio, il quale, galleggiando in mare, non si dissolve per il peso e carico di tante merci ed armamenti, che in secco e circondato dall'aria forse si aprirebbe. Ma seguitiamo la nostra materia, e dimostriamo come:

Dato un prisma o cilindro col suo peso, ed il peso massimo sostenuto da esso, si possa trovare la massima lunghezza, oltre alla quale prolungato, dal solo suo proprio peso si romperebbe.

Sia dato il prisma AC col suo proprio peso, e dato

⁵³⁹ Le lin. 30-31 e le lin. 1-3 della pag. 172 sono scritte in G di mano di GALILEO, su di un cartellino aggiunto. A lin. 30-31 questo autografo legge *lontano a creder parimente che*; a lin. 1-2 della pag. 172, *tante gravi merci*, e a lin. 3, *Ma ritornando alla nostra materia, dimostriamo come*. Di mano del copista, dopo la lin. 29 della presente pagine séguita immediatamente, nel codice, con la lin. 4 della pag. 172; e alla lin. 5 della pag. 172 mancava nel codice *si possa*, che è stato aggiunto dalla mano di GALILEO. Queste parole *si possa* mancano pure nella stampa.

parimente il peso D, massimo da poter esser sostenuto dall'estremità C: bisogna trovare la lunghezza massima sino alla quale si possa allungare il detto prisma senza rompersi. Facciasi, come il peso del prisma AC al com-



posto de i pesi AC col doppio del peso di D⁵⁴⁰, così la lunghezza CA alla AH, tra le quali

sia media proporzionale la AG: dico, AG esser la lunghezza cercata. Imperò che il momento gravante del peso D in C è eguale al momento del peso doppio di D che fusse posto nel mezo di AC, dove è anco il centro del momento del prisma AC; il momento dunque della resistenza del prisma AC, che sta in A, equivale al gravante del doppio del peso D col peso AC, attaccati però nel mezo di AC⁵⁴¹. E perchè viene ad essersi fatto⁵⁴²,

⁵⁴⁰ *peso D*

⁵⁴¹ *attaccati... AC manca in G.*

⁵⁴² *perchè si è fatto*

come 'l momento di detti pesi così situati, cioè del doppio D⁵⁴³ con AC, al momento di AC, così la HA alla AC, tra le quali è media la⁵⁴⁴ AG, adunque il momento del doppio D col momento AC al momento AC è come il quadrato GA al quadrato AC: ma il momento premente del prisma GA al momento di AC è come il quadrato GA al quadrato AC: adunque la lunghezza AG è la massima che si cercava, cioè quella sino alla quale allungandosi il prisma AC si sosterebbe, ma più oltre si spezzerebbe.

Sin qui si son considerati i momenti e le resistenze de i prismi e cilindri solidi, l'una estremità de i quali sia posta immobile, e solo nell'altra sia applicata la forza di un peso premente, considerandolo esso solo, o ver congiunto con la gravità del medesimo solido, o veramente

⁵⁴³ *momento del peso del doppio D*

⁵⁴⁴ *media proporzionale la*

la sola gravità dell'istesso solido: ora voglio che discorriamo alquanto de i medesimi prismi e cilindri quando fussero sostenuti da amendue l'estremità, o vero che sopra un sol punto, preso tra le estremità, fusser posati. E prima dico, che il cilindro che gravato dal proprio peso sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale più non si sosterebbe, o sia retto nel mezo da un solo sostegno o vero da due nelle estremità, potrà esser lungo il doppio di quello che sarebbe, fitto nel muro, cioè sostenuto in un sol termine. Il che per sè stesso è assai manifesto: perchè se intenderemo, del cilindro che io segno ABC, la sua metà AB esser la somma lunghezza potente a sostenersi stando fissa nel termine B, nell'istesso modo si sosterrà se, posata sopra 'l sostegno G, sarà contrappesata dall'altra sua metà BC. E similmente, se del cilindro DEF la lunghezza sarà tale, che solamente la sua metà potesse sostenersi⁵⁴⁵ fissa nel termine D, ed in conseguenza l'altra EF fisso il termine

⁵⁴⁵ *metà potrà sostenersi*

F ⁵⁴⁶, è manifesto che posti i sostegni H, I sotto l'estremità D, F, ogni momento che si aggiunga di forza o di peso in E, quivi si farà la rottura.

Quello che ricerca più sottile specolazione è⁵⁴⁷ quando, astraendo dalla gravità propria di tali solidi, ci fusse proposto di dovere investigare se quella forza o peso che, applicato al mezo d'un cilindro sostenuto nelle estremità, basterebbe a romperlo, potrebbe far l'istesso effetto applicato in qualsivoglia altro luogo, più vicino all'una che all'altra estremità: come, per esempio, se volendo noi rompere una mazza, presola con le mani nell'estremità ed appuntato il ginocchio in mezo, l'istessa forza che basterebbe usare per⁵⁴⁸ romperla⁵⁴⁹ in

⁵⁴⁶ *Ef* fissa nel termine *F*

⁵⁴⁷ *sottile esplicazione è*

⁵⁴⁸ *basterebbe per*

⁵⁴⁹ *romperlo, s*

tal modo, basterebbe ancora quando il ginocchio si puntasse non nel mezzo, ma più vicino all'un de gli estremi.

SAGR. Parmi che 'l problema sia toccato da Aristotele nelle sue Questioni Meccaniche.

SALV. Il quesito d'Aristotele non è precisamente l'istesso, perchè ei non cerca altro, se non di render la ragione perchè manco fatica si ricerchi a romperlo tenendo le mani nell'estremità del legno, cioè remote assai dal ginocchio, che se le tenessimo vicine: e ne rende una ragione generale, riducendo la causa alle leve più lunghe, quando s'allargano le braccia afferrando l'estremità. Il nostro quesito aggiugne qualche cosa di più, ricercando se, posto il ginocchio nel mezo o in altro luogo, tenendo pur le mani sempre nell'estremità, la medesima forza serva in tutti i siti.

SAGR. Nella prima apprensione parrebbe di sì, atteso che le due leve mantengono in certo modo il medesimo

momento, mentre che, quanto⁵⁵⁰ si scorcia l'una, tanto s'allunga l'altra.

SALV. Or vedete quanto sono in pronto l'equivocazioni, e con quanta cautela e circospezione convien andare per non v'incorrere. Cotesto che voi dite, e che veramente nel primo aspetto ha tanto del verisimile, in ristretto poi è tanto falso, che quando il ginocchio, che è il fulcimento delle due leve, sia posto o non posto nel mezo, fa tal diversità, che di quella forza che basterebbe per far la frazzione nel mezo, dovendola fare in qualche altro luogo, tal volta non basterà l'applicarvene quattro volte tanto, nè dieci, nè cento, nè mille. Faremo sopra ciò una tal quale considerazion generale, e poi verremo alla specifica determinazione della proporzione secondo⁵⁵¹ la quale si vanno variando le forze per far la frazzione più in un punto che in un altro.

⁵⁵⁰ *mentre quanto*, s. Così era stato scritto anche in G, dove fu aggiunto *il che*, probabilmente dalla mano di GALILEO.

⁵⁵¹ *della proposizione secondo*, s

Segniamo prima questo legno AB, da rompersi nel mezo sopra 'l sostegno C, ed appresso segniamo l'istesso, ma sotto i caratteri DE, da rompersi sopra 'l sostegno F, remoto dal mezo. Prima, è manifesto che sendo le distanze AC, CB eguali, la forza sarà compartita egualmente nelle estremità B, A. Secondo, poi che la distanza DF diminuisce dalla distanza AC, il momento della forza posta in D scema⁵⁵² dal momento in A, cioè posto nella distanza CA, e scema secondo la proporzione della linea DF alla AC⁵⁵³, ed in conseguenza bisogna crescerlo per pareggiare o superar la resistenza di F: ma la distanza DF si può diminuire in infinito in relazione alla distanza AC: adunque bisogna poter crescere in infinito la forza da applicarsi in D per pareggiar la resistenza in F. Ma all'incontro, secondo

⁵⁵² *scema*, s. Così era stato scritto pure in G, dove poi fu corretto in *sciema*, probabilmente da GALILEO stesso.

⁵⁵³ *e scema... alla* AC manca in G.

che cresce la distanza FE sopra la CB, convien diminuire la forza in E per pareggiare⁵⁵⁴ la resistenza in F: ma la distanza FE in relazione alla CB non si può crescere in infinito col ritirar il sostegno F verso⁵⁵⁵ il termine D, anzi nè anco il doppio: adunque la forza in E per pareggiare la resistenza in F sarà sempre più che la metà della forza in B. Comprendesi dunque la necessità del doversi agumentare i momenti del congiunto delle forze in E, D infinitamente per pareggiare o superar la resistenza posta in F, secondo che il sostegno F s'andrà approssimando verso l'estremità D.

SAGR. Che diremo, Sig. Simplicio? non convien egli confessare, la virtù della geometria esser il più potente strumento d'ogni altro per acuir l'ingegno e disporlo al perfettamente discorrere e specolare? e che con gran ragione voleva Platone i suoi scolari prima ben fondati

⁵⁵⁴ *parreggiare, s*

⁵⁵⁵ *sostegno verso*

nelle⁵⁵⁶ matematiche? Io benissimo avevo compreso la facoltà della leva, e come crescendo o sciemando⁵⁵⁷ la sua lunghezza, cresceva o calava il momento della forza e della resistenza; con tutto ciò nella determinazione del presente problema m'ingannavo, e non di poco, ma d'infinito.

SIMP. Veramente comincio a comprendere che la logica, benchè strumento prestantissimo per regolare il nostro discorso, non arriva, quanto al destar la mente all'invenzione, all'acutezza della geometria.

SAGR. A me pare che la logica insegni a conoscere se i discorsi e le dimostrazioni⁵⁵⁸ già fatte e trovate procedano concludentemente; ma che ella insegni a trovare i

⁵⁵⁶ *scolari ben fondati prima nelle*

⁵⁵⁷ *crescendo e sciemando*. In G era stato scritto dapprima *scemando*, ma poi probabilmente da GALILEO stesso, fu corretto in *sciemando*. La stampa ha *scemando*.

⁵⁵⁸ *e dimostrazioni*

discorsi e le dimostrazioni concludenti, ciò veramente non credo io. Ma sarà meglio che il Sig. Salviati ci mostri secondo qual proporzione vadian crescendo i momenti delle forze per superar la resistenza del medesimo legno secondo i luoghi diversi della rottura.

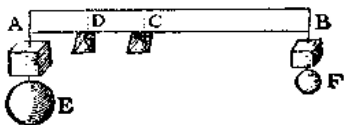
SALV. La proporzione che ricercate, procede in cotal forma, che:

Se nella lunghezza d'un cilindro si noteranno due luoghi sopra i quali si voglia far la frazzione di esso cilindro, le resistenze di detti due luoghi hanno fra di loro la medesima proporzione che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi⁵⁵⁹.

Siano le forze A, B minime per rompere in C, e le E, F parimente le minime per rompere in D: dico, le forze A, B alle forze E, F aver la proporzion medesima che ha il rettangolo ADB al rettangolo ACB. Imperò che le

⁵⁵⁹ *contrariamente prese*

forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta delle forze A, B alla forza B, della B alla F, e della F alle F , E: ma come le forze A, B alla forza B, così sta



la lunghezza BA ad AC; e come la forza B alla F, così sta la linea DB alla BC; e come la forza F alle F, E,

così sta la linea DA alla AB: adunque le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta delle tre, cioè della retta BA ad AC, della DB a BC, e della DA ad AB. Ma delle due DA ad AB, ed AB ad AC, si compone la proporzione della DA ad AC; adunque le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta di questa DA ad AC e dell'altra DB a BC. Ma il rettangolo ADB al rettangolo ACB ha la proporzion composta delle medesime DA ad AC e DB a BC: adunque le forze A, B alle E, F stanno come il rettangolo ADB al rettangolo ACB: che è quanto a dire, la resistenza in C ad essere spezzato alla resistenza ad esser rotto in D aver la me-

desima proporzione che il rettangolo ADB al rettangolo ACB: che è quello che si doveva provare⁵⁶⁰. In

⁵⁶⁰ In luogo delle lin. 6-26, in G si legge la seguente dimostrazione:

Sia il cilindro DE, ed in esso due luoghi notati in qualsivoglia modo F, G: dico, la resistenza all'esser rotto in F alla resistenza all'esser rotto in G aver la medesima proporzione che il rettangolo DGE al rettangolo DFE. Imperò che il momento minimo posto in D, per superar la resistenza posta in F, al momento minimo posto in E, per superar la resistenza posta in F, ha la medesima proporzione che la lunghezza EF alla FD; e il momento in D, per superar la resistenza in G, al momento in E, per superar la medesima in G, è come la EG alla GD; adunque i momenti in D, E per superar la resistenza in G hanno la proporzione composta della linea EF alla FD e della EG alla GD: ma queste compongono ancora la proporzione del rettangolo EGD al rettangolo EFD: adunque etc.

conseguenza di questo teorema possiamo risolvere un problema assai curioso; ed è:

Dato il peso massimo retto dal mezo di un cilindro o prisma, dove la resistenza è minima⁵⁶¹, e dato un peso maggior di quello, trovare nel detto cilindro il punto nel quale il dato peso maggiore sia retto come peso massimo.

Abbia il dato peso, maggiore del peso massimo retto dal mezo del cilindro AB, ad esso massimo la proporzione della linea E alla F: bisogna trovare il punto nel cilindro dal quale il dato peso venga sostenuto come massimo. Tra le⁵⁶² due E, F sia media proporzionale la G, e come la E alla G, così si faccia la AD alla S: sarà la S minore della AD. Sia AD diametro del mezo cerchio AHD, nel quale pongasi la AH eguale alla S, e congiungasi HD, e ad essa si tagli eguale la DR: dico, il punto R

⁵⁶¹ *dove... minima* manca in G

⁵⁶² *dal quale il retto peso massimo al massimo retto dal punto D abbia la medesima proporzione che la linea E alla F. Tra le*

essere il cercato, dal quale il dato peso, maggiore del massimo retto dal mezzo del cilindro D, verrebbe come massimo retto. Sopra la lunghezza BA facciasi il mezo cerchio ANB, e si alzi la perpendicolare RN, e congiungasi ND: e perchè i due quadrati NR, RD sono eguali al quadrato ND, cioè al quadrato AD, cioè alli due AH, HD, e l'HD è eguale al quadrato DR, adunque il quadrato NR, cioè il rettangolo ARB, sarà eguale al quadrato AH, cioè al quadrato S; ma il quadrato S al quadrato AD è come la F alla E, cioè come il peso massimo retto in D al dato peso maggiore; adunque⁵⁶³ questo maggiore sarà retto in R come il massimo che vi possa esser sostenuto: che è quello che si cercava⁵⁶⁴.

SAGR. Intendo benissimo⁵⁶⁵: e vo considerando che,

⁵⁶³ *al dato peso massimo maggiore; adunque*

⁵⁶⁴ *che si ricercava*

⁵⁶⁵ A partire dalle parole *SAGR. Intendo benissimo* il cod. G è tutto di mano di GALILEO.

essendo il prisma AB sempre più gagliardo e resistente alla pressione nelle parti che più e più si allontanano dal mezzo, nelle travi grandissime e gravi se ne potrebbe levar non piccola parte verso l'estremità, con notabile alliggerimento di peso, che ne i travamenti di grandi stanze sarebbe di comodo⁵⁶⁶ ed utile non piccolo. E bella cosa sarebbe il ritrovar quale figura dovrebbe⁵⁶⁷ aver quel tal solido che in tutte le sue parti fusse egualmente resistente, tal che non più facile fusse ad esser rotto da un peso che lo premesse nel mezzo, che in qualsivoglia altro luogo.

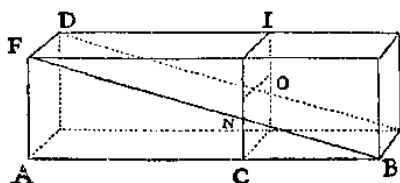
SALV. Già ero in procinto di dirvi cosa assai notevole e vaga in questo proposito. Fo un poco di figura per meglio dichiararmi. Questo DB è un prisma, la cui resistenza ad essere⁵⁶⁸ spezzato nell'estremità AD da una

⁵⁶⁶ *comodo*

⁵⁶⁷ *dovrebbe*

⁵⁶⁸ *resistenza all'esser*

forza premente nel termine B è tanto minore della resistenza che si troverebbe nel luogo CI, quanto la lunghezza CB è minore della BA, come già si è dimostrato. Intendasi adesso il medesimo prisma segato diagonalmente secondo la linea FB, sì che le faccie opposte siano due triangoli, uno de i quali, verso noi, è questo



FAB: ottiene tal solido contraria natura del⁵⁶⁹ prisma, cioè che meno resiste all'essere spezzato

sopra 'l termine C che sopra l'A dalla forza posta in B, quanto la lunghezza CB è minore della BA. Il che facilmente proveremo: perchè intendendo il taglio CNO parallelo all'altro AFD, la linea FA alla CN nel triangolo FAB arà la medesima⁵⁷⁰ proporzione che la linea AB alla BC; e però se noi intenderemo, ne i punti A, C esser i sostegni di due leve, le cui distanze BA, AF,

⁵⁶⁹ *natura da quella del*

⁵⁷⁰ *FAB ha la medesima*

BC, CN, queste saranno simili; e però quel momento che ha la forza posta in B con la distanza BA sopra la resistenza posta nella distanza AF, l'arà⁵⁷¹ la medesima forza in B con la distanza BC sopra la medesima resistenza che fusse posta nella distanza CN: ma la resistenza da superarsi nel sostegno C, posta nella distanza CN, dalla forza in B, è minore della resistenza in A tanto, quanto il rettangolo CO è minore del rettangolo AD, cioè quanto la linea CN è minore della AF, cioè la CB della BA: adunque la resistenza della parte OCB ad esser rotto in C è tanto minore della resistenza dell'intero DAB ad⁵⁷² esser rotto in A, quanto la lunghezza CB è minore della AB. Aviamo dunque nel trave o prisma DB levatone una parte, cioè la metà, segandolo diagonalmente, e lasciato il cuneo o prisma triangolare FBA; e sono due solidi di condizioni contrarie, cioè

⁵⁷¹ *l'avrà*

⁵⁷² *dell'intero DAO ad, G, s*

quello tanto più resiste quanto⁵⁷³ più si scorcia, e questo nello scorciarsi perde altrettanto di robustezza. Ora, stante questo, par ben ragionevole, anzi pur necessario, che se gli possa dare un taglio, per il quale, togliendo via il superfluo, rimanga un solido di figura tale, che in tutte le sue parti sia egualmente resistente.

SIMP. È ben necessario che dove si passa dal maggiore al minore, s'incontri ancora l'eguale.

SAGR. Ma il punto sta ora a trovar come si ha guidar⁵⁷⁴ la sega per far questo taglio.

SIMP. Questo mi⁵⁷⁵ si rappresenta che dovrebbe esser opera assai facile; perchè, se col segar il prisma diagonalmente, levandone la metà, la figura che resta ritien contraria natura a quella del prisma intero, sì che in tutti

⁵⁷³ *più resistente quanto*

⁵⁷⁴ *come si deve guidar*

⁵⁷⁵ *SIMP. Ciò mi*

i luoghi ne i quali questo acquistava⁵⁷⁶ robustezza, quello altrettanto la perdeva⁵⁷⁷, parmi che tenendo la via del mezo⁵⁷⁸, cioè levando solamente la metà di quella metà, che è la quarta⁵⁷⁹ parte del tutto, la rimanente figura non guadagnerà nè perderà robustezza in tutti quei medesimi luoghi ne i quali la perdita e il guadagno dell'altre due figure erano sempre eguali.

SALV. Voi, Sig. Simplicio, non avete dato nel segno: e sì come io vi mostretò, vedrete veramente che quello che si può segar del prisma⁵⁸⁰ e levar via senza indebolirlo, non è la sua quarta parte, ma la terza. Ora resta⁵⁸¹

⁵⁷⁶ *acquistava*

⁵⁷⁷ *altrettanto ne perdeva*

⁵⁷⁸ *via di mezo*

⁵⁷⁹ *che viene ad esser la quarta*

⁵⁸⁰ *segar dal prisma*

⁵⁸¹ *indebolirlo è la sua terza parte. Ma resta*

(che è quello che accennava il Sig. Sagredo) il ritrovar secondo che linea si deve far camminar⁵⁸² la sega: la quale proverò che deve esser linea parabolica⁵⁸³. Ma prima è necessario dimostrare certo lemma, che è tale:

Se saranno due libre o leve, divise da i loro sostegni in modo, che le due distanze dove si hanno a costituire le potenze, abbiano tra di loro doppia proporzione delle distanze⁵⁸⁴ dove saranno le resistenze, le quali resistenze siano tra loro⁵⁸⁵ come le lor distanze, le potenze⁵⁸⁶ sostenenti saranno

⁵⁸² *si debba far camminar*

⁵⁸³ *la qual linea proverò che deve esser parabolica*

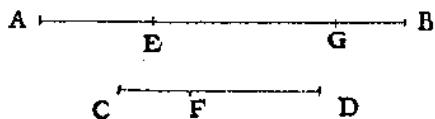
⁵⁸⁴ *proporzione di quella che hanno le distanze*

⁵⁸⁵ *tra di loro*

⁵⁸⁶ *distanze da i sostegni le potenze*

eguali⁵⁸⁷.

Siano due leve AB, CD, divise sopra i lor sostegni E, F talmente, che la distanza EB alla FD abbia doppia proporzione di quella che ha la distanza EA alla FC; ed intendansi in A, C resistenze tra di loro nella propor-



zione di EA, FC⁵⁸⁸: dico, le potenze che in B, D sosterranno le

resistenze di⁵⁸⁹ A, C esser tra loro eguali. Pongasi la EG media proporzionale tra EB e FD: sarà dunque come BE ad EG, così GE ad FD ed AE a CF; e così si è posto esser la resistenza di A alla resistenza di C. E perchè come EG ad FD, così AE a CF, sarà, permutando, come GE ad EA così DF ad FC; e però (per esser le due leve DC, GA divise proporzionalmente ne i punti

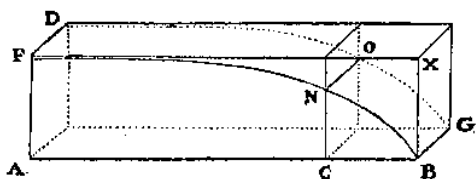
⁵⁸⁷ saranno tra di loro eguali

⁵⁸⁸ ed intendansi... FC manca nella stampa.

⁵⁸⁹ resistenze dette di

F, E) quando la potenza che posta in⁵⁹⁰ D pareggia la resistenza di C, fusse in G, pareggerebbe la medesima resistenza di C posta in A: ma, per il dato, la resistenza di A alla resistenza di C ha la medesima proporzione che la AE alla CF, cioè che la BE alla EG: adunque la potenza G, o vogliam dire D, posta in B, sosterrà la resistenza posta in A: che è quello che si doveva provare.

Inteso questo, nella faccia FB del prisma DB sia segnata la linea parabolica FNB, il cui vertice B, secondo la quale sia segato esso prisma, restando il solido compreso dalla base AD, dal piano rettangolo AG, dalla linea retta BG e dalla superficie DGBF, incurvata secondo la curvità della linea parabolica FNB:



dico, tal solido esser per tutto egualmente resistente. Sia segato dal piano CO, parallelo all'AD, e inten-

dansi due leve divise e posate sopra i sostegni A, C, e siano dell'una le distanze BA, AF, e dell'altra le BC, CN. E perchè nella parabola FBA la AB alla BC sta come il quadrato della FA al

⁵⁹⁰ fusse posta in

quadrato di CN, è manifesto, la distanza BA dell'una leva alla distanza BC dell'altra aver doppia proporzione di quella che ha l'altra distanza AF all'altra CN: e perchè la resistenza da pareggiarsi con la leva BA alla resistenza da pareggiarsi con la leva BC ha la medesima proporzione che 'l rettangolo DA al rettangolo OC, la quale è la medesima che ha la linea AF alla NC, che sono l'altre due distanze delle leve, è manifesto, per il lemma passato, che la medesima forza che sendo applicata alla linea BG pareggerà la resistenza DA, pareggerà ancora la resistenza CO. Ed il medesimo si dimostrerà segandosi il solido in qual si sia⁵⁹¹ altro luogo: adunque tal solido parabolico è per tutto egualmente resistente. Che poi, segandosi il prisma secondo la linea parabolica FNB, se ne levi la terza parte, si fa manifesto: perchè la semiparabola FNBA e 'l rettangolo FB son basi di due solidi⁵⁹² compresi tra due piani paralleli, cioè tra i rettangoli FB, DG, per lo che ritengono tra di loro la medesima proporzione che esse lor basi;

⁵⁹¹ *in qualsivoglia altro*

⁵⁹² *perchè se noi intenderem, esser tirata la retta diagonale FB, aremo 3 superficie, cioè il rettangolo FB, la semiparabola FNBA, e 'l triangolo FAB, basi di tre solidi*

ma il rettangolo FB è sesquialtero⁵⁹³ della semiparabola FNBA; adunque, segando il prisma secondo la linea parabolica, se ne leva la terza parte. Di qui si vede come con diminuzion di peso di più di trentatrè per cento si posson far i travamenti, senza diminuir punto la loro gagliardia; il che ne i navilii grandi, in particolare per regger le coverte, può esser d'utile non piccolo, atteso che in cotali fabbriche la leggerezza importa infinitamente.

SAGR. Le utilità son tante, che lungo o impossibil⁵⁹⁴ sarebbe il registrarle tutte: ma io, lasciate queste da banda,arei più gusto d'intender che l'alleggerimento⁵⁹⁵ si faccia secondo le proporzioni assegnate. Che il taglio secondo la diagonale levi la metà del peso, l'intendo benissimo; ma che l'altro, secondo la parabolica⁵⁹⁶, porti via la terza parte del prisma, posso crederlo al Sig. Salviati, sempre veridico, ma⁵⁹⁷ in ciò più della fede mi sarebbe

⁵⁹³ *FB è doppio del triangolo FAB e sesquialtero*

⁵⁹⁴ *lungo, se non impossibil*

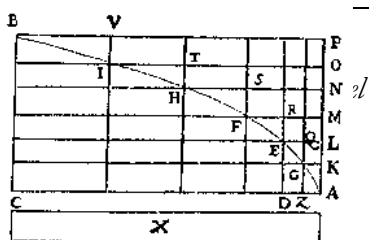
⁵⁹⁵ *intender come l'alleggerimento*

⁵⁹⁶ *la linea parabolica*

⁵⁹⁷ *posso ben crederlo al sempre veridico Sig. Salviati, ma*

grata la scienza.

SALV. Vorreste dunque aver la dimostrazione, come sia vero che l'eccesso del prisma sopra questo che per ora chiamiamo solido parabolico, sia la terza parte di tutto il prisma. So d'averlo altra volta dimostrato; tenterò ora se potrò rimetter insieme la dimostrazione, per la quale intanto mi sovviene che mi servivo di certo lemma d'Archimede, posto da esso nel⁵⁹⁸ libro delle Spirali: ed è, che se quante linee si vogliono⁵⁹⁹ si eccederanno egualmente, e l'eccesso sia eguale alla minima di quelle, ed altrettante siano ciascheduna eguale alla massima, i quadrati⁶⁰⁰ di tutte queste saranno⁶⁰¹ meno che tripli de i quadrati di quelle che si eccedono; ma i medesimi saranno ben più che tripli di quelli altri che



⁶⁰⁰ massima di quelle che si eccedono, i quadrati

⁶⁰¹ queste eguali saranno

restano⁶⁰², trattone il quadrato della massima. Posto questo, sia in questo rettangolo ACBP inscritta la linea parabolica AB: doviamo provare, il triangolo misto BAP, i cui lati sono BP, PA e base la linea parabolica BA, esser la terza parte di tutto 'l rettangolo CP. Imperò che, se non è tale, sarà o più che la terza parte o meno. Sia, se esser può, meno, ed a quello che gli manca intendasi esser eguale lo spazio X. Dividendo poi il rettangolo CP continuatamente in parti eguali con linee parallele a i lati BP, CA, arriveremo finalmente a parti tali, ch'una di loro sarà minore dello spazio X: or sia una di quelle il rettangolo OB, e per i punti dove l'altre parallele segano la linea parabolica, facciansi passare le parallele alla AP; e qui intenderò circoscritta⁶⁰³ intorno al nostro triangolo misto una figura composta di rettangoli, che sono BO, IN, HM, FL, EK, GA, la qual figura sarà pur ancora meno che la terza parte del rettangolo CP, essendo che l'eccesso di essa figura sopra 'l triangolo misto è manco assai del rettangolo BO, il quale è ancor minore dello spazio X.

SAGR. Piano, di grazia, ch'io non vedo come⁶⁰⁴ l'eccesso di

⁶⁰² *che restano* manca in G.

⁶⁰³ *qui intenderemo circoscritta*

⁶⁰⁴ *non veggio come*

questa figura circoscritta sopra 'l triangolo misto sia manco assai del rettangolo BO.

SALV. Il rettangolo BO non è egli eguale a tutti questi rettangoletti per i quali passa la nostra linea parabolica? dico di questi BI, IH, HF, FE, EG, GA, de i quali una parte sola resta fuori del triangolo misto? ed il rettangolo BO non si è egli posto ancor minore dello spazio X? Adunque, se il triangolo insieme con l'X pareggiava, per⁶⁰⁵ l'avversario, la terza parte del rettangolo CP, la figura circoscritta, che al triangolo aggiugne tanto meno che lo spazio X, resterà pur ancora minore della terza parte del rettangolo medesimo CP: ma questo non può essere, perchè ella è più della terza parte: adunque non è vero che il nostro triangolo misto sia manco del terzo del rettangolo.

SAGR. Ho intesa la soluzione del⁶⁰⁶ mio dubbio. Ma bisogna ora provarci che la figura circoscritta sia più della terza parte del rettangolo CP, dove credo che aremo assai più da fare.

⁶⁰⁵ *con l'X pareggia, per*

⁶⁰⁶ *la dichiarazione del*

SALV. Eh non ci è gran⁶⁰⁷ difficoltà. Imperò che nella parabola il quadrato della linea DE al quadrato della ZG ha la medesima proporzione che la linea DA alla AZ, che è quella che ha il rettangolo KE al rettangolo AG (per esser l'altezze AK, KL eguali); adunque la proporzione che ha il quadrato ED al quadrato ZG, cioè il quadrato LA al quadrato AK, l'ha ancora il rettangolo KE al rettangolo KZ. E nel medesimo modo appunto si proverà de gli altri rettangoli LF, MH, NI, OB star tra di loro come i quadrati delle linee MA, NA, OA, PA. Consideriamo adesso come la figura circoscritta è composta di alcuni spazii che tra di loro stanno come i quadrati di linee che si eccedono con eccessi eguali alla minima, e come il rettangolo CP è composto di altrettanti spazii ciascuno eguale al massimo, che sono tutti i rettangoli eguali all'OB; adunque, per il lemma d'Archimede, la figura circoscritta è più della terza parte del rettangolo CP: ma era⁶⁰⁸ anche minore, il che è impossibile: adunque il triangolo misto non è manco del terzo del rettangolo CP. Dico parimente che non è più. Imperò che, se è più del terzo del rettangolo CP, intendasi lo spazio X eguale all'eccesso del triangolo sopra la

⁶⁰⁷ SALV. *Non ci sarà gran*

⁶⁰⁸ *ma, per l'avversario, era*

terza parte di esso rettangolo CP; e fatta la⁶⁰⁹ divisione e suddi-
visione del rettangolo⁶¹⁰ in rettangoli sempre eguali, si arriverà a
tale che uno di quelli sia minore dello spazio X. Sia fatta, e sia il
rettangolo BO minore dell'X; e descritta come sopra la figura,
avremo nel⁶¹¹ triangolo misto inscritta una figura composta de i
rettangoli⁶¹² VO, TN, SM, RL, QK, la quale⁶¹³ non sarà ancora
minore della terza parte del gran rettangolo CP. Imperò che il
triangolo misto supera di manco assai la figura inscritta di⁶¹⁴
quello che egli superi la terza parte di esso rettangolo CP, atteso
che l'eccesso del triangolo sopra la terza parte del rettangolo CP

⁶⁰⁹ *Imperò che, se è, sia l'eccesso quant'è lo spazio X; e nel medesimo modo
fatta la*

⁶¹⁰ *rettangolo CP in*

⁶¹¹ *e descritta la figura come sopra, aremo nel*

⁶¹² *composta di rettangoli*

⁶¹³ *SM, NL, QK, la quale, s*

⁶¹⁴ *figura inscrittagli di*

è eguale allo spazio X, il quale è minore del rettangolo BO, e questo è anco minore⁶¹⁵ assai dell'eccesso del triangolo sopra la figura inscrittagli; imperò che ad esso rettangolo BO sono eguali tutti i rettangoletti AG, GE, EF, EH, HI, IB, de i quali son ancora manco che la metà⁶¹⁶ gli avanzi del triangolo sopra la figura inscritta. E però⁶¹⁷, avanzando il triangolo la terza parte del rettangolo CP di più assai (avanzandolo dello spazio X) che ci non avanza la sua figura inscritta, sarà tal figura ancora maggiore della terza parte del rettangolo CP: ma ella è minore, per il lemma supposto; imperò che il rettangolo CP, come aggregato di tutti i rettangoli massimi, a i rettangoli componenti la figura inscritta ha la medesima proporzione che l'aggregato di tutti i quadrati delle linee eguali alla massima a i quadrati delle linee che si eccedono egualmente, trattone il quadrato della massima; e però⁶¹⁸

⁶¹⁵ *è ancora minore*

⁶¹⁶ *de i quali sono anche meno della metà*

⁶¹⁷ *figura inscritto E però, s*

⁶¹⁸ *il rettangolo CP è l'aggregato di tutti i rettangoli fatti da tutte le linee eguali alla massima delle altrettante che si eccedono egualmente etc., e la figura inscritta è un aggregato di rettangoli fatti da tutte le medesime*

(come de i quadrati accade) tutto l'aggregato de i massimi (che è il rettangolo CP) è più che triplo dell'aggregato de gli eccedentisi, trattone⁶¹⁹ il massimo, che compongono la figura inscritta. Adunque il triangolo misto non è nè maggiore nè minore della terza parte del rettangolo CP; è⁶²⁰ dunque eguale.

SAGR. Bella e ingegnosa dimostrazione, e tanto più, quanto ella ci dà la quadratura della parabola, mostrandola essere sesquiterza⁶²¹ del triangolo inscrittogli, provando quello che Archimede⁶²² con due tra di loro diversissimi, ma amendue ammira-

linee che s'eccedono egualmente, trattone però il rettangolo della massima; li quali rettangoli (come s'è dimostrato) stanno tra di loro come i quadrati delle medesime linee; e però

⁶¹⁹ *aggregato di quelli delle linee eccedentesi, trattone*

⁶²⁰ *CP; gli è*

⁶²¹ *mostrandola con una sola dimostrazione esser sesquiterza*

⁶²² *inscrittogli, che è quello che Archimede*

bili, progressi di molte proposizioni dimostrò; come anco fu dimostrata ultimamente da Luca Valerio, altro Archimede⁶²³ secondo dell'età nostra, la qual dimostrazione⁶²⁴ è registrata nel libro che egli scrisse del centro della gravità⁶²⁵ de i solidi.

SALV. Libro veramente da non esser posposto a qual si sia scritto da i più famosi⁶²⁶ geometri del presente e di tutti i secoli passati; il quale quando fu veduto dall'Accademico nostro⁶²⁷, lo fece desistere dal proseguire i suoi trovati, che egli andava continuando di scrivere sopra 'l medesimo soggetto, già che vedde il tutto tanto felicemente ritrovato e dimostrato dal detto Sig. Valerio.

⁶²³ *Valerio, Archimede*

⁶²⁴ *la cui dimostrazione*

⁶²⁵ *centro di gravità*

⁶²⁶ *da alcuno de i più famosi*

⁶²⁷ *Accademico amico nostro*

SAGR. Io ero⁶²⁸ informato di tutto questo accidente dall'istesso Accademico: e l'avevo anco ricercato⁶²⁹ che mi lasciasse una volta vedere le sue dimostrazioni sin allora ritrovate quando ei⁶³⁰ s'incontrò nel libro del Sig. Valerio, ma non mi successe poi il vederle.

SALV. Io ne ho copia, e le mostrerò a V. S., che averà⁶³¹ gusto di vedere la diversità de i metodi con i quali camminano⁶³² questi due autori per l'investigazione delle medesime conclusioni e loro

⁶²⁸ *i suoi studi, che egli andava continuando sopra 'l medesimo soggetto per ritrovar quello che il Comandino aveva lasciato da desiderarsi nel suo trattato. SAGR. Io ero*

⁶²⁹ *l'avevo anche ricercato*

⁶³⁰ *le dimostrazioni che egli aveva ritrovate sin allora ch'ei*

⁶³¹ *arà*

⁶³² *caminano*

dimostrazioni; dove anco alcune delle conclusioni hanno differente esplicazione, benchè in effetto egualmente⁶³³ vere.

SAGR. Mi sarà molto caro il vederle, e V. S., quando ritorni a i soliti congressi, mi farà grazia di portarle seco. Ma intanto, essendo questa, della resistenza del solido cavato dal prisma col taglio parabolico, operazione non men bella che utile in molte opere meccaniche⁶³⁴, buona cosa sarebbe per gli artefici⁶³⁵ l'aver qualche regola facile e spedita per potere sopra 'l piano del prisma segnare essa linea parabolica.

SALV. Modi di disegnar tali linee ce ne⁶³⁶ son molti, ma due sopra tutti gli altri speditissimi glie ne dirò io: uno de i quali è veramente maraviglioso, poichè con esso, in manco tempo che col compasso altri disegnerà sottilmente sopra una carta quattro o sei cerchi⁶³⁷ di differenti grandezze, io posso disegnare trenta

⁶³³ *in sustanza egualmente*

⁶³⁴ *in moltissime operazioni meccaniche*

⁶³⁵ *artefici meccanici l'aver*

⁶³⁶ *Modi per disegnar linee tali ce ne*

⁶³⁷ *carta 6 cerchi*

e quaranta linee paraboliche, non men giuste sottili e pulite delle circonferenze di essi cerchi. Io ho una palla di bronzo esquisitamente rotonda, non più grande d'una noce⁶³⁸; questa, tirata sopra uno specchio di metallo, tenuto non⁶³⁹ eretto all'orizzonte, ma alquanto inchinato⁶⁴⁰, sì che la palla nel moto vi possa camminar⁶⁴¹ sopra, calcandolo leggiermente nel muoversi, lascia una linea⁶⁴² parabolica sottilissimamente e pulitissimamente descritta, e più larga e più stretta secondo che la proiezione si sarà più o meno elevata. Dove anco abbiamo chiara e sensata esperienza, il moto de i proietti farsi per linee paraboliche: effetto

⁶³⁸ *d'una piccola noce*

⁶³⁹ *metallo, posato non*

⁶⁴⁰ *inclinato*

⁶⁴¹ *caminar*

⁶⁴² *leggiermente, vi segna una linea*

non⁶⁴³ osservato prima che dal nostro amico, il quale ne arreca
anco la dimostrazione nel⁶⁴⁴ suo libro del moto, che vedremo
insieme nel primo congresso. La palla poi, per descrivere al⁶⁴⁵
modo detto le parabole, bisogna, con maneggiarla alquanto con
la mano, scaldarla ed alquanto inumidirla, chè⁶⁴⁶ così lascerà più
apparenti sopra lo specchio i suoi vestigi. L'altro modo, per di-
segnar la⁶⁴⁷ linea, che cerchiamo, sopra il prisma, procede così.
Ferminsi ad alto due chiodi in un parete, equidistanti all'orizzonte
e tra⁶⁴⁸ di loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo su
'l quale vogliamo notare la semiparabola, e da questi due chiodi

⁶⁴³ *paraboliche: accidente non*

⁶⁴⁴ *dall'amico nostro, il quale ne arreca la dimostrazione ancora nel*

⁶⁴⁵ *per disegnar al*

⁶⁴⁶ *scaldarla e inumidirla un poco, chè*

⁶⁴⁷ *per descriver la*

⁶⁴⁸ *parete, egualmente alti e tra*

penda⁶⁴⁹ una catenella sottile, e tanto lunga che la sua sacca si stenda quanta è⁶⁵⁰ la lunghezza del prisma: questa catenella si piega in figura parabolica⁶⁵¹, sì che andando punteggiando sopra 'l muro la strada che vi fa essa catenella, aremo⁶⁵² descritta un'intera parabola, la quale con un perpendicolo, che penda dal mezo di quei due chiodi, si dividerà in parti eguali. Il trasferir poi tal linea sopra le faccie opposte del prisma⁶⁵³ non ha difficoltà nessuna, sì che ogni mediocre artefice lo saprà fare. Potrebbe anco con l'aiuto delle linee geometriche segnate su 'l compasso del nostro amico, senz'altra fattura, andar su l'istessa faccia del prisma punteggiando la linea medesima.

⁶⁴⁹ *e da essi penda*

⁶⁵⁰ *si stenda quanto è*

⁶⁵¹ *catenella così pendente si figura e piega in forma di linea parabolica*

⁶⁵² *strada che ella vi fa sopra, aremo*

⁶⁵³ *con un filo che perpendicolarmente dependa da un terzo chiodo, fitto nel mezo de gli altri primi due, verrà divisa in 2 semiparabole. Il trasferir poi una di esse sopra le facce opposte del trave o prisma*

Abbiamo⁶⁵⁴ sin qui dimostrate tante conclusioni attenenti alla contemplazione di queste resistenze de i solidi all'essere spezzati, con l'aver prima aperto l'ingresso a tale scienza col suppor come nota la resistenza per diritto⁶⁵⁵, che si potrà conseguentemente camminar avanti, ritrovandone altre ed altre conclusioni, e loro dimostrazioni, di quelle che in natura sono infinite. Solo⁶⁵⁶ per ora, per ultimo termine de gli odierni ragionamenti, voglio aggiungere la specolazione delle resistenze de i solidi vacui, de i quali l'arte, e più la natura, si serve⁶⁵⁷ in mille operazioni, dove senza crescer peso si cresce grandemente la robustezza, come si vede nell'ossa de gli uccelli ed in moltissime canne⁶⁵⁸, che son

⁶⁵⁴ *fattura, sopra l'istessa faccia del prisma andar punteggiando la medesima linea. Abbiamo*

⁶⁵⁵ *come data e nota la resistenza sola e naturale alla forza fatta per diritto*

⁶⁵⁶ *si potrà conseguentemente camminare avanti nel ritrovarne e dimostrarne altre ed altre delle infinite che sono in natura. Solo*

⁶⁵⁷ *natura, con mirabile industria, si serve*

⁶⁵⁸ *in diverse canne*

leggiere e molto resistenti al piegarsi e rompersi: che se un⁶⁵⁹ fil di paglia, che sostiene una spiga più grave di tutto 'l gambo, fusse⁶⁶⁰ fatto della medesima quantità di materia, ma fusse massiccio, sarebbe assai meno⁶⁶¹ resistente al piegarsi ed al rompersi. E con tal ragione ha osservato l'arte, e confermato l'esperienza, che un'asta vota o una canna di legno o di metallo è molto più salda che se fusse, d'altrettanto peso e della medesima lunghezza, massiccia, che in conseguenza⁶⁶² sarebbe più sottile; e però l'arte ha trovato di far vote dentro le lance, quando si desidera averle⁶⁶³ gagliarde e leggiere. Mostreremo per tanto, come:

Le resistenze⁶⁶⁴ di due cilindri eguali ed egualmente lunghi,

⁶⁵⁹ *se, per esempio, un*

⁶⁶⁰ *spiga di lui assai più pesante, fusse*

⁶⁶¹ *sarebbe assai assai meno*

⁶⁶² *salda che una, di altrettanto peso e di egual lunghezza, che fusse massiccia, e che in conseguenza*

⁶⁶³ *e però s'introdusse di far vote dentro le lance, quando si desidera averle*

⁶⁶⁴ *per tanto qual proporzione osservino i cilindri voti con i solidi di egual*

l'uno de i quali sia voto e l'altro massiccio, hanno tra di loro la medesima proporzione che i lor diametri.

Siano⁶⁶⁵, la canna o cilindro voto AE, ed il cilindro IN massiccio, eguali in peso ed egualmente⁶⁶⁶ lunghi: dico, la resistenza della canna AE all'esser rotta alla resistenza del cilindro solido IN aver la medesima proporzione che 'l diametro AB al diametro IL. Il che è assai manifesto: perchè, essendo la canna e 'l cilindro IN eguali⁶⁶⁷ ed egualmente lunghi, il cerchio IL, base del cilindro, sarà eguale alla ciambella AB, base della canna AE (chiamo *ciambella* la superficie che resta, tratto un cerchio minore dal suo concentrico maggiore), e però⁶⁶⁸ le loro resistenze assolute saranno eguali: ma perchè nel romper in traverso ci serviamo, nel

lunghezza. E prima dico che: Le resistenze

⁶⁶⁵ *che i diametri delle lor grossezze. Siano*

⁶⁶⁶ *ed il cilindro massiccio IN, eguali ed egualmente*

⁶⁶⁷ *cilindro eguali*

⁶⁶⁸ *(chiamo ciambella il residuo del cerchio AB, trattane il cerchio del vano),
e però*

cilindro IN, della lunghezza LN per leva, e⁶⁶⁹ per sostegno del punto L, e del semidiametro o diametro LI per contralleve, e nella⁶⁷⁰ canna la parte della leva, cioè la linea BE, è eguale alla LN, ma la contralleve⁶⁷¹ oltre al sostegno B è il semidiametro o diametro AB⁶⁷², resta manifesto, la resistenza della canna superar quella del⁶⁷³ cilindro solido secondo l'eccesso del diametro AB sopra 'l diametro IL: che è quello che cercavamo. S'acquista, dunque, di robustezza nella canna vota sopra la robustezza del cilindro solido secondo⁶⁷⁴ la proporzione de i diametri, tutta volta però che amendue siano dell'istessa materia, peso e lunghezza.

⁶⁶⁹ IN, per leva della lunghezza LN, e

⁶⁷⁰ e per contralleve, del diametro o semidiametro LI, e nella

⁶⁷¹ ma l'altra parte, cioè la contralleve

⁶⁷² e il diametro o semidiametro AB, s

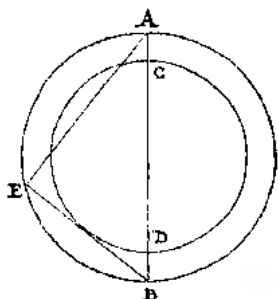
⁶⁷³ superar la resistenza del

⁶⁷⁴ quello che si cercava. L'acquisto, dunque... solido è secondo

Sarà⁶⁷⁵ bene che conseguentemente andiamo investigando quello che accaggia negli altri casi indifferentemente tra tutte le canne e cilindri solidi egualmente lunghi, benchè in quantità di peso⁶⁷⁶ diseguali e più e meno evacuati⁶⁷⁷. E prima dimostremo, come:

Data una canna vota, si possa trovare un cilindro pieno, eguale ad essa.

Facilissima è tal operazione. Imperò che sia la linea AB dia-



metro della canna, e CD diametro del voto: applichisi nel cerchio maggiore la linea AE egual al diametro CD, e congiungasi la EB. E perchè nel mezo cerchio AEB l'angolo E è retto, il cerchio il cui diametro è AB, sarà eguale alli due cerchi de i diametri AE, EB; ma AE è il diametro del voto della canna; adun-

que il cerchio il cui diametro sia EB, sarà egual alla ciambella

⁶⁷⁵ *materia, lunghezza e peso, cioè quantità. Sarà*

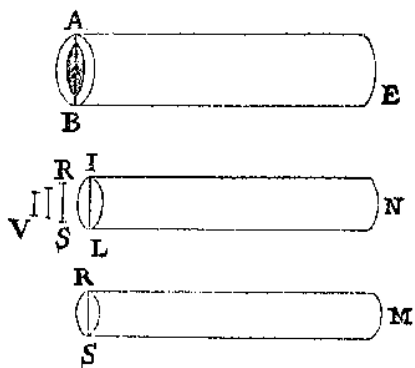
⁶⁷⁶ *quantità e peso*

⁶⁷⁷ Con *evacuati* termina in tronco il cod. G.

ACBD: e però il cilindro solido, il cerchio della cui base abbia il diametro EB, sarà eguale alla canna, essendo egualmente lungo. Dimostrato questo, potremo speditamente

Trovare qual proporzione abbiano le resistenze d'una canna e di un cilindro, qualunque siano, pur che egualmente lunghi.

Sia la canna ABE, ed il cilindro RSM egualmente lungo: bisogna trovare qual proporzione abbiano tra di loro le lor resistenze. Trovisi, per la precedente, il cilindro ILN eguale alla canna ed egualmente lungo, e delle linee IL, RS (diametri delle basi de i cilindri IN, RM) sia quarta proporzionale la linea V: dico, la resistenza della canna AE a quella del cilindro RM esser come la linea AB alla V. Imperò che, essendo la canna AE eguale ed egualmente lunga al cilindro IN, la resistenza della canna alla



resistenza del cilindro starà come la linea AB alla IL; ma la resistenza del cilindro IN alla resistenza del cilindro RM sta come il cubo IL al cubo RS, cioè come la linea IL alla V; adunque, *ex æquali*, la resistenza della

canna AE alla resistenza del cilindro RM ha la medesima proporzione che la linea AB alla V: che è quello che si cercava.

FINISCE LA SECONDA GIORNATA.

GIORNATA TERZA.

DE MOTU LOCALI.

De subiecto vetustissimo novissimam promovemus scientiam. MOTU nil forte antiquius in natura, et circa eum volumina nec pauca nec parva a philosophis conscripta reperiuntur; symptomatum tamen, quae complura et scitu digna insunt in eo, adhuc inobservata, necdum indemonstrata, comperio. Leviora quaedam adnotantur, ut, gratia exempli, naturalem motum gravium descendantium continue accelerari; verum, iuxta quam proportionem eius fiat acceleratio, proditum hucusque non est: nullus enim, quod sciam, demonstravit, spatia a mobili descendente ex quiete peracta in temporibus aequalibus, eam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab unitate consequentes. Observatum est, missilia, seu proiecta, lineam qualitercunque curvam designare; veruntamen, eam esse parabolam, nemo prodidit. Haec

ita esse, et alia non pauca nec minus scitu digna, a me demonstrabuntur, et, quod pluris faciendum censeo, aditus et accessus ad amplissimam praestantissimamque scientiam, cuius hi nostri labores erunt elementa, recludetur, in⁶⁷⁸ qua ingenia meo perspicaciora abditiores recessus penetrabunt.

Tripartito dividimus hanc tractationem: in prima parte consideramus ea quae spectant ad motum aequabilem, seu uniformem; in secunda de motu naturaliter accelerato scribimus; in tertia, de motu violento, seu de proiectis

⁶⁷⁸ *elementa, recludet, in, s*

DE MOTU AEQUABILI.

Circa motum aequabilem, seu uniformem, unica opus habemus definitione, quam eiusmodi profero:

DEFINITIO.

Aequalem, seu uniformem, motum intelligo eum, cuius partes quibuscunque temporibus aequalibus a mobili peractae, sunt inter se aequales.

ADMONITIO.

Visum est addere veteri definitioni (quae simpliciter appellat motum aequabilem, dum temporibus aequalibus aequalia transiguntur spatia) particulam quibuscunque, hoc est omnibus temporibus aequalibus: fieri enim potest, ut temporibus aliquibus aequalibus mobile pertranseat spatia aequalia, dum tamen spatia transacta in partibus eorundem temporum minoribus, licet aequalibus, aequalia non sint. Ex allata definitione quatuor pendunt axiomata, scilicet:

AXIOMA I.

Spatium transactum tempore longiori in eodem motu aequabili maius esse spatio transacto tempore breviori.

AXIOMA II.

Tempus quo maius spatium conficitur in eodem motu aequabili, longius est tempore quo conficitur spatium minus.

AXIOMA III.

Spatium a maiori velocitate confectum tempore eodem, maius est spatio confecto a minori velocitate.

AXIOMA IV.

Velocitas qua tempore eodem conficitur maius spatium, maior est velocitate qua conficitur spatium minus.

THEOREMA I, PROPOSITIO I.

Si mobile aequabiliter⁶⁷⁹ latum eademque cum velocitate duo

⁶⁷⁹ Delle lin. 5 e seg. della pag. 192, fino alla lin. 9 della pag. 193, si ha una bozza della mano giovanile di GALILEO nel cod. A,

pertranseat spatia, tempora lationum erunt inter se ut spatia peracta.

Pertranseat enim mobile aequabiliter latum eadem cum velocitate duo spatia AB, BC, et sit tempus motus per AB, DE; tempus vero motus per BC esto EF: dico, ut spatium AB ad spatium BC, ita esse tempus DE ad tempus EF. Protrahantur utrinque spatia et tempora versus G, H et I, K, et in AG sumantur quotcunque spatia ipsi AB aequalia, et totidem tempora

a car. 138r., la quale presenta le seguenti varianti:

5-6. *latum duo pertranseat spacia, erunt tempora lationum inter* - 6. *ut spacia*: e così le bozze autografe hanno, di regola, *spacium*, *spacia*, ecc., in luogo di *spatium*, *spatia*, ecc., della stampa.- 7-8. *latum duo spacia* - 8-9. *et sit tempus motus ex A in B, DE; tempus vero lationis BC esto* - 10-11. *ad tempus EF. Protractis enim utrinque spaciis et temporibus, sumantur quotcunque spacia in AG ipsi* - 13. Dopo *multitudinem* segue, cancellato dalla mano di GALILEO, *tempora ip...* - 14. *erunt itaque spacium* -16. *similiter HB spacium et KE tempus spacii* - 20. *similiter ostendetur, KE* - 21-22. *ipsi BH, et tempus IE tempori EK esset aequale* - 22 e lin. 1, pag. 193. *quam BH, et IE quam EK.*

in DI, tempore DE similiter aequalia; et rursus in CH sumantur secundum quamcunque multitudinem spatia ipsi CB aequalia, et totidem tempora in FK, tempore EF aequalia: erunt iam spatium BG et tempus EI aequae multiplicia spatii BA et temporis ED iuxta quamcunque multiplicationem accepta, et similiter spatium HB et tempus KE spatii CB temporisque FE aequae multiplicia in qualibet multiplicatione. Et quia DE est tempus lationis per AB, erit totum EI tempus totius BG, cum motus ponatur aequabilis sintque in EI tot tempora ipsi DE aequalia quot sunt in BG spatia aequalia BA; et similiter concludetur, KE esse tempus lationis per HB. Cum autem motus ponatur aequabilis, si spatium GB esset aequale ipsi BH, tempus quoque IE tempore EK foret aequale; et si GB maius sit quam BH, etiam IE quam EK maius erit; et si minus, minus. Sunt⁶⁸⁰

⁶⁸⁰ Delle lin. 5 e seg. della pag. 192, fino alla lin. 9 della pag. 193, si ha una bozza della mano giovanile di GALILEO nel cod. A, a car. 138r., la quale presenta le seguenti varianti:

In luogo del tratto da *Sunt* a *tempus* (lin. 1-5) si legge: *Tempus igitur IE et spacium GB aequae [sic] multiplicia sunt, iuxta quamcunque multiplicationem accepta, temporis DE et spatii AB, et vel una aequan-*

itaque quatuor magnitudines, AB prima, BC secunda, DE tertia, EF quarta, et primae et tertiae, nempe spatii AB et temporis DE, sumpta sunt aequae multiplicia iuxta quamcunque multiplicationem tempus IE et spatium GB; ac demonstratum est, haec vel una aequari, vel una deficere, vel una excedere, tempus EK et spatium BH, aequae multiplicia scilicet secundae et quartae: ergo prima ad secundam, nempe spatium AB ad spatium BC, eandem habet rationem quam tertia et quarta, nempe tempus DE ad tempus EF: quod erat demonstrandum.

THEOREMA II, PROPOSITIO II.

Si mobile temporibus aequalibus duo pertranseat spatia, erunt ipsa spatia inter se ut velocitates. Et si spatia sint ut velocitates, tempora erunt aequalia.

Assumpta enim superiori figura, sint duo spatia AB, BC

tur vel una deficient vel una excedunt tempus. Le parole *iuxta quamcunque multiplicationem accepta* sono aggiunte in margine. - In luogo del tratto da *scilicet a tempus* (lin. 6-8) si legge: *temporis EF et spatii BC in qualibet multiplicatione: ergo ut spacium AB ad spacium BC, ita tempus*



transacta aequalibus temporibus, spatium quidem AB cum velocitate DE, et spatium BC cum velocitate EF: dico, spatium AB ad spatium BC esse ut DE velocitas ad velocitatem EF. Sumptis enim utrinque, ut supra, et spatiorum et velocitatum aequae multiplicibus secundum quamcunque multiplicationem, scilicet GB et IE ipsorum AB et DE, pariterque HB, KE ipsorum BC, EF, concludetur, eodem modo ut supra, multiplicia GB, IE vel una deficere, vel aequari, vel excedere, aequae multiplicia BH, EK. Igitur et manifestum est propositum.

THEOREMA III, PROPOSITIO III.

Inaequalibus velocitatibus per idem spatium latorum tempora, velocitatibus e contrario respondent.

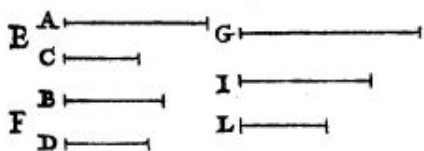
Sint velocitates inaequales A maior, B minor, et secundum utramque fiat motus per idem spatium CD: dico, tempus quo A velocitas permeat spatium CD, ad tempus quo velocitas B idem spatium permeat, esse ut velocitas B ad velocitatem A. Fiat enim ut A ad B, ita CD ad CE; erit igitur, ex praecedenti, tempus,

quo A velocitas conficit CD, idem cum tempore quo B conficit CE: sed tempus quo velocitas B conficit CE, ad tempus quo eadem conficit CD, est ut CE ad CD; ergo tempus quo velocitas A conficit CD, ad tempus quo velocitas B idem CD conficit, est ut CE ad CD, hoc est ut velocitas B ad velocitatem A: quod erat intentum.

THEOREMA IV, PROPOSITIO IV.

Si duo mobilia ferantur motu aequabili, inaequali tamen velocitate, spatia temporibus inaequalibus ab ipsis peracta habebunt rationem compositam ex ratione velocitatum et ex ratione temporum.

Mota sint duo mobilia E, F motu aequabili, et ratio velocitatis mobilis E ad velocitatem mobilis F sit ut A ad B; temporis



vero quo movetur E, ad tempus quo movetur F, ratio sit ut C ad D: dico, spatium peractum ab E

cum velocitate A in tempore C, ad spatium peractum ab F cum velocitate B in tempore D, habere rationem compositam ex ratione velocitatis A ad velocitatem B et ex ratione temporis C ad tempus D. Sit spatium ab E cum velocitate A in tempore C

peractum G, et ut velocitas A ad velocitatem B, ita fiat G ad I; ut autem tempus C ad tempus D, ita sit I ad L: constat, I esse spatium quo movetur F in tempore eodem in quo E motum est per G, cum spatia G, I sint ut velocitates A, B. Et cum sit ut tempus C ad tempus D, ita I ad L; sit autem I spatium quod conficitur a mobili F in tempore C; erit L spatium quod conficitur ab F in tempore D cum velocitate B. Ratio autem G ad L componitur ex rationibus G ad I et I ad L, nempe ex rationibus velocitatis A ad velocitatem B et temporis C ad tempus D: ergo patet propositum.

THEOREMA V, PROPOSITIO V.

Si duo mobilia aequabili motu ferantur, sint tamen velocitates inaequales, et⁶⁸¹ inaequalia spatia peracta, ratio temporum

⁶⁸¹ Delle lin. 2-21 si ha una bozza autografa e, a quanto pare, della mano giovanile di GALILEO, nel cod. A, a car. 139r, in capo alla quale si legge, pur di mano di GALILEO: *Scritte*. Essa presenta le seguenti varianti:

3. *inaequalia quoque spacia* - Tra *ex* e *ratione* si legge, cancellato, *velocitatibus et spaciis* - 4. *velocitatum* è sostituito a *temporum*, che era

composita erit ex ratione spatiorum et ex ratione velocitatum contrarie sumptarum.

Sint duo mobilia A, B, sitque velocitas ipsius A ad velocitatem ipsius B ut V ad T; spatia autem peracta sint ut S ad R: dico, rationem temporis quo motum est A, ad tempus quo motum est B, compositam esse⁶⁸² ex ratione velocitatis T ad velocitatem V et ex ratione spatii S ad spatium R. Sit ipsius motus A tempus C, et ut velocitas T ad velocitatem V, ita sit tempus C ad tempus E; et cum C sit tempus in quo A cum velocitate V conficit

stato scritto prima, e poi fu cancellato. - 10-11. *ad velocitatem v* (*sic enim contrarie sumitur*) *et* - 12. *Sit tempus motus A cd*[*], *et* - 16. Fra *ut* e *spacium* leggesi, cancellato, *tempus*.

[*]Le rette rappresentanti i tempi dei moti, le quali nella figura della stampa sono distinte con le lettere C, E, G, sono indicate negli autografi rispettivamente con *cd*, *ef*, *gh*, tanto nella figura relativa alla Proposizione quinta, quanto in quella relativa alla sesta.

⁶⁸² Alle lin. 8-9 la stampa legge *compositum*, e alla lin. 16 *Fiat tertio, ut*, che abbiamo corretto, conforme alla bozza autografa, in *compositam* e *Fiat modo ut*.

spatium S, sitque ut velocitas T mobilis B ad velocitatem V, ita tempus C ad tempus E, erit tempus E illud in quo mobile B conficeret idem spatium S. Fiat modo ut spatium S ad spatium R, ita tempus E ad tempus G: constat, G esse tempus quo B conficeret spatium R. Et quia ratio C ad G componitur ex rationibus C ad E et E ad G; est autem ratio C ad E eadem cum ratione velocitatum mobilium A, B contrarie sumptarum, hoc est cum ratione T ad V; ratio vero E ad G est eadem cum ratione spatiorum S, R; ergo patet propositum.

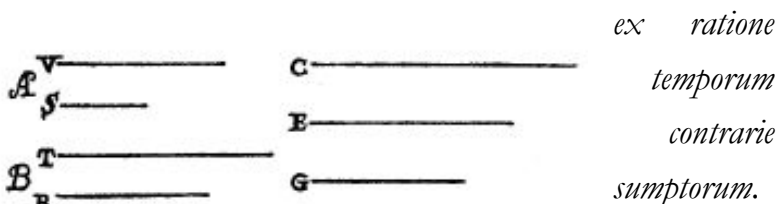
THEOREMA VI, PROPOSITIO VI.

Si duo⁶⁸³ mobilia aequabili motu ferantur, ratio velocitatum

⁶⁸³ Delle lin. 2-22 si ha una bozza della mano (giovanile, a quanto pare) di GALILEO, nel cod. A, a car. 139r., in capo alla quale si legge, pur della mano di lui: *Scritte*. Essa presenta le seguenti varianti:

2. *mobilia motu aequabili ferantur*. A *ferantur* segue, cancellato, *quorum velocitates sint inaequales*. - 2-3. *ratio ipsarum velocitatum composita* - 3. Tra *ex* e *ratione spatiorum* leggasi, cancellato, *ratione temporum et*. - 3-4. Da *et* a *sumptorum* è scritto in margine. - 5. Tra *motu* e *lata* leggesi, cancellato, *sed inaequali velocitate*. - 13. Dopo

ipsorum composita erit ex ratione spatiorum peractorum et



Sint duo

mobilia A, B, aequabili motu lata; sint autem spatia ab illis peracta in ratione V ad T, tempora vero sint ut S ad R: dico, velocitatem mobilis A ad velocitatem ipsius B habere rationem compositam ex ratione spatii V ad spatium T et temporis R ad tempus S. Sit velocitas C ea cum qua mobile A conficit spatium V in tempore S, et quam rationem habet spatium V ad spatium T, hanc habeat velocitas C ad aliam E; erit E velocitas cum qua mobile B conficit spatium T in tempore eodem S: quod si fiat, ut tempus R ad tempus S, ita velocitas E ad aliam G, erit velocitas G illa secundum quam mobile B conficit spatium T in tempore R. Habemus itaque velocitatem C, cum qua mobile A conficit

velocitas si legge, cancellato: mobilis A ut cd, et quam rationem habet spatium v ad spatium s, hanc habeat velocitas cd ad aliam ef.

spatium V in tempore S, et velocitatem G, cum qua mobile B conficit spatium T in tempore R, et est ratio C ad G composita ex rationibus C ad E et E ad G; ratio autem C ad E posita est eadem cum ratione spatii V ad spatium T; ratio vero E ad G est eadem cum ratione R ad S: ergo patet propositum.

SALV. Questo che abbiamo veduto, è quanto il nostro Autore ha scritto del moto equabile. Passeremo dunque a più sottile e nuova contemplazione intorno al moto naturalmente accelerato, quale è quello che generalmente è esercitato da i mobili gravi descendenti: ed ecco il titolo e l'introduzione.

DE MOTU NATURALITER ACCELERATO.

Quae in motu aequabili contingunt accidentia, in praecedenti libro considerata sunt: modo de motu accelerato pertractandum.

Et primo, definitionem ei, quo utitur natura, apprime congruentem investigare atque explicare convenit. Quamvis enim aliquam lationis speciem ex arbitrio confingere, et consequentes eius passiones contemplari, non sit inconveniens (ita, enim, qui helicas

aut conchoides lineas ex motibus quibusdam exortas, licet talibus non utatur natura, sibi finxerunt, earum symptomata ex suppositione demonstrarunt cum laude), tamen, quandoquidem quadam accelerationis specie gravium descendantium utitur natura, eorundem speculari passiones decrevimus, si eam, quam allaturi sumus de nostro motu accelerato definitionem, cum essentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit. Quod tandem, post diuturnas mentis agitationes, repperisse confidimus; ea potissimum ducti ratione, quia symptomatis, deinceps a nobis demonstratis, apprime respondere atque congruere videntur ea, quae naturalia experimenta sensui repraesentant. Postremo, ad investigationem motus naturaliter accelerati nos quasi manu duxit animadversio consuetudinis atque instituti ipsiusmet naturae in ceteris suis operibus omnibus, in quibus exercendis uti⁶⁸⁴ consuevit mediis primis, simplicissimis, facillimis. Neminem enim esse arbitror qui credat, natatum aut volatum simpliciiori aut faciliiori modo exerceri posse, quam eo ipso, quo pisces et aves instinctu naturali utuntur.

⁶⁸⁴ quibus exerendis uti, s

Dum igitur lapidem, ex sublimi a quiete descendentem, nova deinceps velocitatis acquirere incrementa animadverto, cur talia additamenta, simplicissima atque omnibus magis obvia ratione, fieri non credam? Quod si attente inspiciamus, nullum additamentum, nullum incrementum, magis simplex inveniemus, quam illud, quod semper eodem modo superaddit. Quod facile intelligemus, maximam temporis atque motus affinitatem inspicientes: sicut enim motus aequabilitas et uniformitas per temporum spatiorumque aequabilitates definitur ac concipitur (lationem, enim, tunc aequabilem appellamus, cum temporibus aequalibus aequalia conficiuntur spatia), ita per easdem aequalitates partium temporis, incrementa celeritatis simpliciter facta percipere possumus; mente concipientes, motum illum uniformiter eodemque modo continue acceleratum esse, dum temporibus quibuscumque aequalibus aequalia ei superaddantur celeritatis additamenta. Adeo ut, sumptis quocumque temporis particulis aequalibus a primo instanti in quo mobile recedit a quiete et descensum aggreditur, celeritatis gradus in prima cum secunda temporis particula acquisitus, duplus sit gradus quem acquisivit mobile in prima particula; gradus vero quem obtinet in tribus temporis particulis, tri-

plus; quem in quatuor, quadruplus eiusdem gradus primi temporis: ita ut (clarioris intelligentiae causa), si mobile lationem suam continuaret iuxta gradum seu momentum velocitatis in prima temporis particula acquisitae, motumque suum deinceps aequaliter cum tali gradu extenderet, latio haec duplo esset tardior ea, quam iuxta gradum velocitatis in duabus temporis particulis acquisitae obtineret. Et sic a recta ratione absonum nequaquam esse videtur, si accipiamus, intentionem velocitatis fieri iuxta temporis extensionem; ex quo definitio motus, de quo acturi sumus, talis accipi potest: Motum aequaliter, seu uniformiter, acceleratum dico illum, qui, a quiete recedens, temporibus aequalibus aequalia celeritatis momenta sibi superaddit.

SAGR. Io, sì come fuor di ragione mi opporrei a questa o ad altra definizione che da qualsivoglia autore fusse assegnata, essendo tutte arbitrarie, così ben posso senza offesa dubitare se tal definizione, concepita ed ammessa in astratto, si adatti, convenga e si verifichi in quella sorte di moto accelerato che i gravi naturalmente descendentì vanno esercitando. E perchè pare che l'Autore ci prometta che tale, quale egli ha definito, sia il

moto naturale de i gravi, volentieri mi sentirei rimuover certi scrupoli che mi perturbano la mente, acciò poi con maggior attenzione potessi applicarmi alle proposizioni, e⁶⁸⁵ lor dimostrazioni, che si attendono.

SALV. È bene che V. S. ed il Sig. Simplicio vadano proponendo le difficoltà; le quali mi vo immaginando che siano per essere quelle stesse che a me ancora sovvennero, quando primieramente veddi questo trattato, e che o dall' Autor medesimo, ragionandone seco, mi furon sopite, o tal una ancora da me stesso, co 'l pensarvi, rimosse.

SAGR. Mentre io mi vo figurando, un mobile grave descendente partirsi dalla quiete, cioè dalla privazione di ogni velocità, ed entrare nel moto, ed in quello andarsi velocitando secondo la proporzione che cresce 'l tempo dal primo instante del moto, ed avere, v. g., in otto battute di polso acquistato otto gradi di velocità, della quale nella quarta battuta ne aveva guadagnati

⁶⁸⁵ *alle proporzioni, e, s*

quattro, nella seconda due, nella prima uno, essendo il tempo suddivisibile in infinito, ne séguita che, diminuendosi sempre con tal ragione l'antecedente velocità, grado alcuno non sia di velocità così piccolo, o vogliamo dir di tardità così grande, nel quale non si sia trovato costituito l'istesso mobile dopo la partita dall'infinita tardità, cioè dalla quiete: tal che, se quel grado di velocità ch'egli ebbe alle quattro battute di tempo, era tale che, mantenendola equabile, avrebbe corso due miglia in un'ora, e co' l grado di velocità ch'ebbe nella seconda battuta avrebbe fatto un miglio per ora, convien dire che ne gl'istanti del tempo più e più vicini al primo della sua mossa dalla quiete si trovasse così tardo, che non avrebbe (seguitando di muoversi con tal tardità) passato un miglio in un'ora, nè in un giorno, nè in un anno, nè in mille, nè passato anco un sol palmo in tempo maggiore; accidente al quale pare che assai mal agevolmente s'accomodi l'immaginazione, mentre che il senso ci mostra, un grave cadente venir subito con gran velocità.

SALV. Questa è una delle difficoltà che a me ancora

su 'l principio dette che pensare, ma non molto dopo la rimossi; ed il rimuoverla fu effetto della medesima esperienza che di presente a voi la suscita. Voi dite, parervi che l'esperienza mostri, che a pena partitosi il grave dalla quiete, entri in una molto notabile velocità; ed io dico che questa medesima esperienza ci chiarisce, i primi impeti del cadente, benchè gravissimo, esser lentissimi e tardissimi. Posate un grave sopra una materia cedente, lasciandovelo sin che prema quanto egli può con la sua semplice gravità: è manifesto che, alzandolo un braccio o due, lasciandolo poi cadere sopra la medesima materia, farà con la percossa nuova pressione, e maggiore che la fatta prima co' l solo peso; e l'effetto sarà cagionato dal mobile cadente congiunto con la velocità guadagnata nella caduta, il quale effetto sarà più e più grande, secondo che da maggior altezza verrà la percossa, cioè secondo che la velocità del percuoziente sarà maggiore. Quanta dunque sia la velocità d'un grave cadente, lo potremo noi senza errore conietturare dalla qualità e quantità della percossa. Ma ditemi, Signori:

quel mazzo che lasciato cadere sopra un palo dall'altezza di quattro braccia lo ficca in terra, v. g., quattro dita, venendo dall'altezza di duo braccia lo cacerà assai manco, e meno dall'altezza di uno, e manco da un palmo; e finalmente, sollevandolo un dito, che farà di più che se, senza percossa, vi fusse posto sopra? certo pochissimo: ed operazione del tutto impercettibile sarebbe, se si elevasse quanto è grosso un foglio. E perchè l'effetto della percossa si regola dalla velocità del medesimo percuziente, chi vorrà dubitare che lentissimo sia 'l moto e più che minima la velocità, dove l'operazione sua sia impercettibile? Veggano ora quanta sia la forza della verità, mentre l'istessa esperienza che pareva nel primo aspetto mostrare una cosa, meglio considerata ci assicura del contrario. Ma senza ridursi a tale esperienza (che senza dubbio è concludentissima), mi pare che non sia difficile co' l semplice discorso penetrare una tal verità. Noi abbiamo un sasso grave, sostenuto nell'aria in quiete; si libera dal sostegno e si pone in libertà, e, come più grave dell'aria, vien descendendo al basso,

e non con moto equabile, ma lento nel principio, e continuamente dopo accelerato: ed essendo che la velocità è augumentabile e menomabile in infinito, qual ragione mi persuaderà che tal mobile, partendosi da una tardità infinita (chè tal è la quiete), entri immediatamente in dieci gradi di velocità più che in una di quattro, o in questa prima che in una di due, di uno, di un mezo, di un centesimo? ed in somma in tutte le minori in infinito? Sentite, in grazia. Io non credo che voi fuste renitenti a concedermi che l'acquisto de i gradi di velocità del sasso cadente dallo stato di quiete possa farsi co' l medesimo ordine che la diminuzione e perdita de i medesimi gradi, mentre da virtù impellente fusse ricacciato in su alla medesima altezza; ma quando ciò sia, non veggo che si possa dubitare che nel diminuirsi la velocità del sasso ascendente, consumandola tutta, possa pervenire allo stato di quiete prima che passar per tutti i gradi di tardità.

SIMP. Ma se i gradi di tardità maggiore e maggiore sono infiniti, già mai non si consumeranno tutti; onde tal grave ascendente non si condurrà mai alla quiete, ma

infinitamente si moverà, ritardandosi sempre: cosa che non si vede accadere.

SALV. Accaderebbe cotesto, Sig. Simplicio, quando il mobile andasse per qualche tempo trattenendosi in ciaschedun grado; ma egli vi passa solamente, senza dimorarvi oltre a un instante; e perchè in ogni tempo quanto, ancor che piccolissimo, sono infiniti instanti, però son bastanti a rispondere a gl'infiniti gradi di velocità diminuita. Che poi tal grave ascendente non persista per verun tempo quanto in alcun medesimo grado di velocità, si fa manifesto così: perchè se, assegnato qualche tempo quanto, nel primo instante di tal tempo ed anco nell'ultimo il mobile si trovasse aver il medesimo grado di velocità, potrebbe da questo secondo grado esser parimente sospinto in su per altrettanto spazio, sì come dal primo fu portato al secondo, e per l'istessa ragione passerebbe dal secondo al terzo, e finalmente continuerebbe il suo moto uniforme in infinito.

SAGR. Da questo discorso mi par che si potrebbe cavare una assai congrua ragione della quistione agitata tra i filosofi, qual sia la causa dell'accelerazione del

moto naturale de i gravi. Imperò che, mentre io considero, nel grave cacciato in su andarsi continuamente diminuendo quella virtù impressagli dal proiciente; la quale, sin che fu superiore all'altra contraria della gravità, lo sospinse in alto; giunte che siano questa e quella all'equilibrio, resta il mobile di più salire e passa per lo stato della quiete, nel quale l'impeto impresso non è altramente annichilato, ma solo consumatosi quell'eccesso che pur dianzi aveva sopra la gravità del mobile, per lo quale, prevalendogli, lo spingeva in su; continuandosi poi la diminuzione di questo impeto straniero, ed in conseguenza cominciando il vantaggio ad esser dalla parte della gravità, comincia altresì la scesa, ma lenta per il contrasto della virtù impressa, buona parte della quale rimane ancora nel mobile; ma perchè ella pur va continuamente diminuendosi, venendo sempre con maggior proporzione superata dalla gravità, quindi nasce la continua accelerazione del moto.

SIMP. Il pensiero è arguto, ma più sottile che saldo: imperò che, quando pur sia concludente, non sodisfà se non a quei moti naturali a i quali sia preceduto un

moto violento, nel quale resti ancora vivace parte della virtù esterna; ma dove non sia tal residuo, ma si parta il mobile da una antiquata quiete, cessa la forza di tutto il discorso.

SAGR. Credo che voi siate in errore, e che questa distinzione di casi, che fate, sia superflua, o, per dir meglio, nulla. Però ditemi, se nel proietto può esser tal volta impressa dal proiciente molta e tal ora poca virtù, sì che possa essere scagliato in alto cento braccia, ed anco venti, o quattro, o uno?

SIMP. Non è dubbio che sì.

SAGR. E non meno potrà cotal virtù impressa di così poco superar la resistenza della gravità, che non l'alzi più d'un dito; e finalmente può la virtù del proiciente esser solamente tanta, che pareggi per l'appunto la resistenza della gravità, sì che il mobile sia non cacciato in alto, ma solamente sostenuto. Quando dunque voi reggete in mano una pietra, che altro gli fate voi che l'imprimerli tanta virtù impellente all'in su, quanta è la facoltà della sua gravità, traente in giù? e questa vostra virtù non continuate voi di conservargliela impressa per

tutto il tempo che voi la sostenete in mano? si diminuisce ella forse per la lunga dimora che voi la reggete? e questo sostentamento che vieta la scesa al sasso, che importa che sia fatto più dalla vostra mano, che da una tavola, o da una corda dalla quale ei sia sospeso? Certo niente. Concludete pertanto, Sig. Simplicio, che il precedere alla caduta del sasso una quiete lunga o breve o momentanea, non fa differenza alcuna, sì che il sasso non parta sempre affetto da tanta virtù contraria alla sua gravità, quanta appunto bastava a tenerlo in quiete.

SALV. Non mi par tempo opportuno d'entrare al presente nell'investigazione della causa dell'accelerazione del moto naturale, intorno alla quale da varii filosofi varie sentenzie sono state prodotte, riducendola alcuni all'avvicinamento al centro, altri al restar successivamente manco parti del mezo da fendersi, altri a certa estrusione del mezo ambiente, il quale, nel ricongiungersi a tergo del mobile, lo va premendo e⁶⁸⁶ continua-

⁶⁸⁶ *va spremendo, e, s*

tamente scacciando; le quali fantasie, con altre appresso, converrebbe andare esaminando e con poco guadagno risolvendo. Per ora basta al nostro Autore che noi intendiamo che egli ci vuole investigare e dimostrare alcune passioni di un moto accelerato (qualunque si sia la causa della sua accelerazione) talmente, che i momenti della sua velocità vadano accrescendosi, dopo la sua partita dalla quiete, con quella semplicissima proporzione con la quale cresce la continuazion del tempo, che è quanto dire che in tempi eguali si facciano eguali additamenti di velocità; e se s'incontrerà che gli accidenti che poi saranno dimostrati si verifichino nel moto de i gravi naturalmente descendenti ed accelerati, potremo reputare che l'assunta definizione comprenda cotal moto de i gravi, e che vero sia che l'accelerazione loro vadia crescendo secondo che cresce il tempo e la durata del moto.

SAGR. Per quanto per ora mi si rappresenta all'intelletto, mi pare che con chiarezza forse maggiore si fusse

potuto definire, senza variare il concetto: Moto uniformemente accelerato esser quello, nel quale la velocità andasse crescendo secondo che cresce lo spazio che si va passando; sì che, per esempio, il grado di velocità acquistato dal mobile nella scesa di quattro braccia fusse doppio di quello ch'egli ebbe, sceso che e' fu lo spazio di due, e questo doppio del conseguito nello spazio del primo braccio. Perchè non mi par che sia da dubitare, che quel grave che viene dall'altezza di sei braccia, non abbia e per quota con impeto doppio di quello che ebbe, sceso che fu tre braccia, e triplo di quello che ebbe alle due, e sescuplo dell'auto nello spazio di uno.

SALV. Io mi consolo assai d'aver auto un tanto compagno nell'errore; e più vi dirò che il vostro discorso ha tanto del verisimile e del probabile, che il nostro medesimo Autore non mi negò, quando io glielo proposi, d'esser egli ancora stato per qualche tempo nella medesima fallacia. Ma quello di che io poi sommamente mi maravigliai, fu il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, ma impossibili, due proposizioni che hanno del verisimile tanto, che avendole io

proposte a molti, non ho trovato chi liberamente non me l'ammettesse.

SIMP. Veramente io sarei del numero de i conceditori: e che il grave descendente *vires acquirat eundo*, crescendo la velocità a ragion dello spazio, e che 'l momento dell'istesso percuziente sia doppio venendo da doppia altezza, mi paiono proposizioni da concedersi senza repugnanza o controversia.

SALV. E pur son tanto false e impossibili, quanto che il moto si faccia in un instante: ed eccovene chiarissima dimostrazione. Quando le velocità hanno la medesima proporzione che gli spazii passati o da passarsi, tali spazii vengon passati in tempi eguali; se dunque le velocità con le quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocità con le quali passò le due prime braccia (sì come lo spazio è doppio dello spazio), adunque i tempi di tali passaggi sono eguali: ma passare il medesimo mobile le quattro braccia e le due nell'istesso tempo, non può aver luogo fuor che nel moto instantaneo: ma noi veggiamo che il grave cadente fa suo moto in tempo, ed in minore passa le due braccia

che le quattro; adunque è falso che la velocità sua cresca come lo spazio. L'altra proposizione si dimostra falsa con la medesima chiarezza. Imperò che, essendo quello che perquote il medesimo, non può determinarsi la differenza e momento delle percosse se non dalla differenza della velocità: quando dunque il percuziente, venendo da doppia altezza, facesse percossa di doppio momento, bisognerebbe che percotesse con doppia velocità: ma la doppia velocità passa il doppio spazio nell'istesso tempo, e noi veggiamo il tempo della scesa dalla maggior altezza esser più lungo.

SAGR. Troppa evidenza, troppa agevolezza, è questa con la quale manifestate conclusioni ascoste: questa somma facilità le rende di minor pregio che non erano mentre stavano sotto contrario sembiante. Poco penso io che prezzerrebbe l'universale notizie acquistate con sì poca fatica, in comparazione di quelle intorno alle quali si fanno lunghe ed inesplicabili altercazioni.

SALV. A quelli i quali con gran brevità e chiarezza mostrano le fallacie di proposizioni state comunemente

tenute per vere dall'universale, danno assai comportabile sarebbe il riportarne solamente disprezzo, in luogo di aggradimento; ma bene spiacevole e molesto riesce cert'altro affetto che suol tal volta destarsi in alcuni, che, pretendendo ne i medesimi studii almeno la parità con chiunque si sia, si veggono aver trapassate per vere conclusioni che poi da un altro con breve e facile discorso vengono scoperte e dichiarate false. Io non chiamerò tale affetto invidia, solita a convertirsi poi in odio ed ira contro agli scopritori di tali fallacie, ma lo dirò uno stimolo e una brama di voler più presto mantener gli errori inveterati, che permetter che si ricevano le verità nuovamente scoperte; la qual brama tal volta gl'induce a scrivere in contradizione a quelle verità, pur troppo internamente conosciute anco da loro medesimi, solo per tener bassa nel concetto del numeroso e poco intelligente vulgo l'altrui reputazione. Di simili conclusioni false, ricevute per vere e di agevolissima confutazione, non piccol numero ne ho io sentite dal nostro Academico, di parte delle quali ho anco tenuto registro.

SAGR. E V. S. non dovrà privarcene, ma a suo tempo farcene parte, quando ben anco bisognasse in grazia loro fare una particolar sessione. Per ora, continuando il nostro filo, parmi che sin qui abbiamo fermata la definizione del moto uniformemente accelerato, del quale si tratta ne i discorsi che seguono; ed è

Motum aequabiliter, seu uniformiter, acceleratum dicimus eum, qui, a quiete recedens. Temporibus aequalibus aequalia celeritatis momenta sibi superaddit.

SALV. Fermata cotal definizione, un solo principio domanda e suppone per vero l'Autore, cioè:

Accipio, gradus velocitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes acquisitos tunc esse aequales, cum eorumdem planorum elevationes aequales sint.

Chiama la elevazione di un piano inclinato la perpendicolare che dal termine sublime di esso piano casca sopra la linea orizzontale prodotta per l'infimo termine di esso piano inclinato: come, per intelligenza, essendo la linea AB parallela all'orizzonte, sopra 'l quale siano inclinati li due piani CA, CD, la perpendicolare CB, cadente sopra l'orizzontale BA, chiama l'Autore la elevazione de i piani CA, CD; e suppone che i gradi di velocità del medesimo mobile scendente per li piani inclinati CA, CD, acquistati ne i termini A, D, siano eguali, per esser la loro elevazione

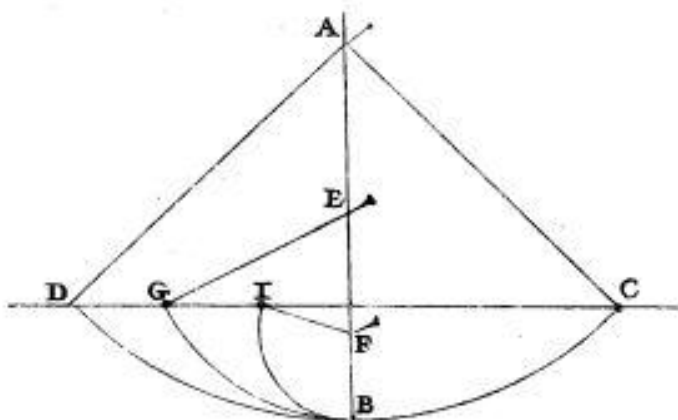
l'istessa CB: e tanto anco si deve intendere il grado di velocità che il medesimo cadente dal punto C avrebbe nel termine B.

SAGR. Veramente mi par che tal supposto abbia tanto del probabile, che meriti di esser senza controversia concesso, intendendo sempre che si rimuovano tutti gl'impedimenti accidentarii ed esterni, e che i piani siano ben solidi e tersi ed il mobile di figura perfettissimamente rotonda, sì che ed il piano ed il mobile non abbiano scabrosità. Rimossi tutti i contrasti ed impedimenti, il lume naturale mi detta senza difficoltà, che una palla grave e perfettamente rotonda, scendendo per le linee CA, CD, CB, giugnerebbe ne i termini A, D, B con impeti eguali.

SALV. Voi molto probabilmente discorrete; ma, oltre al verisimile, voglio con una esperienza accrescer tanto la probabilità, che poco gli manchi all'agguagliarsi ad una ben necessaria dimostrazione. Figuratevi, questo foglio essere una parete eretta all'orizzonte, e da un chiodo fitto in essa pendere una palla di piombo d'un'oncia o due, sospesa dal sottil filo AB, lungo due o tre braccia, perpendicolare all'orizzonte, e nella parete

segnate una linea orizzontale DC, segante a squadra il perpendicolo AB, il quale sia lontano dalla parete due dita in circa; trasferendo poi il filo AB con la palla in AC, lasciate essa palla in libertà: la quale primieramente vedrete scendere descrivendo l'arco CBD, e di tanto trapassare il termine B, che, scorrendo per l'arco BD, sormonterà sino quasi alla segnata parallela CD, restando di pervenirvi per piccolissimo intervallo, toltogli il precisamente arrivarvi dall'impedimento dell'aria e del filo;

dal
che



possiamo veracemente concludere, che l'impeto acquistato nel punto B dalla palla, nello scendere per l'arco CB, fu tanto, che bastò a rispingersi per un simile

arco BD alla medesima altezza. Fatta e più volte reiterata cotale esperienza, voglio che ficchiamo nella parete, rasente al perpendicolo AB, un chiodo, come in E o vero in F, che sporga in fuori cinque o sei dita, e questo acciò che il filo AC tornando, come prima, a riportar la palla C per l'arco CB, giunta che ella sia in B, intoppando il filo nel chiodo E, sia costretta a camminare per la circonferenza BG, descritta intorno al centro E; dal che vedremo quello che potrà far quel medesimo impeto che, dianzi, concepito nel medesimo termine B, sospinse l'istesso mobile per l'arco BD all'altezza della orizzontale CD. Ora, Signori, voi vedrete con gusto condursi la palla all'orizzontale nel punto G, e l'istesso accadere se l'intoppo si mettesse più basso, come in F, dove la palla descriverebbe l'arco BI, terminando sempre la sua salita precisamente nella linea CD; e quando l'intoppo del chiodo fusse tanto basso che l'avanzo del filo sotto di lui non arrivasse all'altezza di CD (il che accaderebbe quando fusse più vicino al punto B che al segmento dell'AB con l'orizzontale CD), allora il filo cavalcerebbe il chiodo e se gli avvolgerebbe intorno.

Questa esperienza non lascia luogo di dubitare della verità del supposto: imperò che, essendo li due archi CB, DB eguali e similmente posti, l'acquisto di momento fatto per la scesa nell'arco CB è il medesimo che il fatto per la scesa dell'arco DB; ma il momento acquistato in B per l'arco CB è potente a risospingere in su il medesimo mobile per l'arco BD; adunque anco il momento acquistato nella scesa DB è eguale a quello che sospigne l'istesso mobile per il medesimo arco da B in D; sì che, universalmente, ogni momento acquistato per la scesa d'un arco è eguale a quello che può far risalire l'istesso mobile per il medesimo arco: ma i momenti tutti che fanno risalire per tutti gli archi BD, BG, BI sono eguali, poichè son fatti dall'istesso medesimo momento acquistato per la scesa CB, come mostra l'esperienza; adunque tutti i momenti che si acquistano per le scese ne gli archi DB, GB, IB sono eguali.

SAGR. Il discorso mi par concludentissimo, e l'esperienza tanto accomodata per verificare il postulato, che molto ben sia degno d'esser concesso come se fusse dimostrato.

SALV. Io non voglio, Sig. Sagredo, che noi ci pigliamo più del dovere, e massimamente che di questo assunto ci abbiamo a servire principalmente ne i moti fatti sopra superficie rette, e non sopra curve, nelle quali l'accelerazione procede con gradi molto differenti da quelli con i quali noi pigliamo ch'ella proceda ne' piani retti. Di modo che, se ben l'esperienza addotta ci mostra che la scesa per l'arco CB conferisce al mobile momento tale, che può ricondurlo alla medesima altezza per qualsivoglia arco BD, BG, BI, noi⁶⁸⁷ non possiamo con simile evidenza mostrare che l'istesso accadesse quando una perfettissima palla dovesse scendere per piani retti, inclinati secondo le inclinazioni delle corde di questi medesimi archi; anzi è credibile che, formandosi angoli da essi piani retti nel termine B, la palla scesa per l'inclinato secondo la corda CB, trovando intoppo ne i piani ascendenti secondo le corde BD, BG, BI, nell'ur-

⁶⁸⁷ arco BC, BG, BI, noi, s

tare in essi perderebbe del suo impeto, nè potrebbe, salendo, condursi all'altezza della linea CD: ma levato l'into-
toppo, che progiudica all'esperienza, mi par bene che
l'intelletto resti capace, che l'impeto (che in effetto piglia
vigore dalla quantità della scesa) sarebbe potente a
ricondurre il mobile alla medesima altezza. Prendiamo
dunque per ora questo come postulato, la verità assoluta
del quale ci verrà poi stabilita dal vedere altre conclusioni,
fabbricate sopra tale ipotesi, rispondere e puntualmente
confrontarsi con l'esperienza. Supposto dall'Autore questo
solo principio, passa alle proposizioni, dimostrativamente
concludendole; delle quali la prima è questa:

THEOREMA I, PROPOSITIO I.

*Tempus in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex
quiete uniformiter accelerata, est aequale temporibus in quo
idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aequabili
delato, cuius velocitatis gradus subduplus sit ad summum*

*Repraesentetur per extensionem AB tempus in quo a mobili
latione uniformiter accelerata ex quiete in C conficiatur spatium
CD; graduum autem velocitatis adauctae in instantibus temporis
AB maximus et ultimus repraesentetur per EB, utcunque super
AB constitutam; iunctaque⁶⁸⁸ AE, lineae omnes ex singulis
punctis lineae AB ipsi BE aequidistanter actae, crescentes velo-*

356

parallelarum omnium in quadrilatero contentarum aequalem aggregatui comprehensarum in triangulo AEB; quae enim sunt in triangulo IEF, pares sunt⁶⁹⁰ cum contentis in triangulo GIA; eae vero quae habentur in trapezio AIFB, communes sunt. Cumque singulis et omnibus instantibus temporis AB respondeant singula et omnia puncta lineae AB, ex quibus actae parallelae in triangulo AEB comprehensae crescentes gradus velocitatis adauctae repraesentant, parallelae vero intra parallelogrammum contentae totidem gradus velocitatis non adauctae, sed aequabilis, itidem repraesentent; apparet, totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato iuxta crescentes parallelas trianguli AEB, ac in motu aequabili iuxta parallelas parallelogrammi GB: quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli AGI repraesentata), reficitur a momentis per parallelas trianguli IEF repraesentatis. Patet igitur, aequalia futura esse spatia tempore eodem a duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur, alterum vero

⁶⁹⁰ IEF, paria sunt, s

*motu aequabili iuxta momentum subduplum momenti maximi
velocitatis accelerati motus: quod erat intentum.*

THEOREMA II, PROPOSITIO II.

*Si aliquod mobile motu uniformiter accelerato descendat ex quiete, spatia
quibuscumque temporibus ab ipso peracta, sunt inter se in duplicata
ratione eorundem temporum, nempe ut eorundem temporum qua-
drata.*

*Intelligatur, fluxus temporis ex aliquo primo instanti A re-
praesentari per extensionem AB, in qua sumantur duo quaelibet
tempora AD, AE; sitque HI linea, in qua mobile ex puncto H,
tanquam primo motus principio, descendat uniformiter accelera-
tum; sitque spatium HL peractum primo tempore AD, HM
vero sit spatium per quod descenderit in tempore AE: dico, spa-
tium MH ad spatium HL esse in duplicata ratione eius quam
habet tempus EA ad tempus AD; seu dicamus, spatia MH,
HL eandem habere rationem quam habent quadrata EA, AD.
Ponatur linea AC, quemcunque angulum cum ipsa AB conti-
nens; ex punctis vero D, E ductae sint parallelae DO, EP:
quarum DO repraesentabit maximum gradum velocitatis acqui-
sitae in instanti D temporis AD; PE vero, maximum gradum*

velocitatis acquisitae in instanti E temporis AE. Quia vero supra demonstratum est, quod attinet ad spatia peracta, aequalia esse inter se illa, quorum alterum conficitur a mobili ex quiete motu uniformiter accelerato, alterum vero quod tempore eodem conficitur a mobili motu aequabili delato, cuius velocitas subdupla sit maximae in motu accelerato acquisitae; constat, spatia MH, LH esse eadem quae motibus aequalibus, quorum velocitates essent ut dimidia PE, OD, conficerentur in temporibus EA, DA. Si igitur ostensum fuerit, haec spatia MH, LH esse in duplicata ratione temporum EA, DA, intentum probatum erit. Verum in quarta propositione primi libri demonstratum est, mobilium aequabili motu latorum spatia peracta habere inter se rationem compositam ex ratione velocitatum et ex ratione temporum: hic autem ratio velocitatum est eadem cum ratione temporum (quam enim rationem habet dimidia PE ad dimidiam OD, seu tota PE ad totam OD, hanc habet AE ad AD): ergo ratio spatiorum peractorum dupla est rationis temporum: quod erat demonstrandum. Patet etiam hinc, eandem spatiorum rationem esse duplam rationis maximorum graduum velocitatis, nempe linearum PE, OD, cum sit PE ad OD ut EA ad DA.

COROLLARIUM I.

Hinc manifestum est, quod si fuerint quotcunque tempora aequalia consequenter sumpta a primo instanti seu principio latitudinis, utputa AD, DE, EF, FG, quibus conficiantur spatia HL, LM, MN, NI, ipsa spatia erunt inter se ut numeri impares ab unitate, scilicet ut 1, 3, 5, 7: haec enim est ratio excessuum quadratorum linearum sese aequaliter excedentium et quarum excessus est aequalis minimae ipsarum, seu dicamus quadratorum sese ab unitate consequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur iuxta seriem simplicem numerorum in temporibus aequalibus, spatia peracta iisdem temporibus incrementa suscipiunt iuxta seriem numerorum imparium ab unitate.

SAGR. Suspendete, in grazia, alquanto la lettura, mentre io vo ghiribizando intorno a certo concetto pur ora cascatomi in mente; per la spiegatura del quale, per mia e per vostra più chiara intelligenza, fo un poco di disegno. Dove mi figuro per la linea AI la continuazione del tempo dopo il primo instante in A; applicando poi in A, secondo qualsivoglia angolo, la retta

AF, e congiugnendo i termini I, F, diviso il tempo AI in mezzo in C, tiro la CB parallela alla IF; considerando poi la CB come grado massimo della velocità che, cominciando dalla quiete nel primo instante del tempo A, si andò augumentando secondo il crescimento delle parallele alla BC, prodotte nel triangolo ABC (che è il medesimo che crescere secondo che cresce il tempo), ammetto senza controversia, per i discorsi fatti sin qui, che lo spazio passato dal mobile cadente con la velocità accresciuta nel detto modo sarebbe eguale allo spazio che passerebbe il medesimo mobile quando si fusse nel medesimo tempo AC mosso di moto uniforme, il cui grado di velocità fusse eguale all'EC, metà del BC. Passo ora più oltre, e figuratomi, il mobile sceso con moto accelerato trovarsi nell'istante C avere il grado di velocità BC, è manifesto, che se egli continuasse di muoversi con l'istesso grado di velocità BC senza più accelerarsi, passerebbe nel seguente tempo CI spazio doppio di quello che ei passò nell'egual tempo AC col grado di velocità uniforme EC, metà del grado BC; ma perchè il mobile scende con velocità accresciuta sempre

uniformemente in tutti i tempi eguali, aggiugnerà al grado CB nel seguente tempo CI quei momenti medesimi di velocità crescente secondo le parallele del triangolo BFG, eguale al triangolo ABC: sì che, aggiunto al grado di velocità GI la metà del grado FG, massimo degli acquistati nel moto accelerato e regolati dalle parallele del triangolo BFG, aremo il grado di velocità IN, col quale di moto uniforme si sarebbe mosso nel tempo CI; il qual grado IN essendo triplo del grado EC, convince, lo spazio passato nel secondo tempo CI dovere esser triplo del passato nel primo tempo CA. E se noi intenderemo, esser aggiunta all'AI un'altra egual parte di tempo IO, ed accresciuto il triangolo sino in APO, è manifesto, che quando si continuasse il moto per tutto 'l tempo IO col grado di velocità IF, acquistato nel moto accelerato nel tempo AI, essendo tal grado IF quadruplo dell'EC, lo spazio passato nel tempo IO sarebbe quadruplo del passato nell'egual primo tempo AC; ma continuando l'accrescimento dell'uniforme accelerazione nel triangolo FPQ simile a quello del triangolo ABC, che ridotto a moto equabile aggiugne il

grado eguale all'EC, aggiunto il QR eguale all'EC, aremo tutta la velocità equabile esercitata nel tempo IO quintupla dell'equabile del primo tempo AC, e però lo spazio passato quintuplo del passato nel primo tempo AC. Vedesi dunque anco in questo semplice calcolo, gli spazii passati in tempi eguali dal mobile che, partendosi dalla quiete, va acquistando velocità conforme all'accrescimento del tempo, esser tra di loro come i numeri impari *ab unitate* 1, 3, 5, e, congiuntamente presi gli spazii passati, il passato nel doppio tempo esser quadruplo del passato nel sudduplo, il passato nel tempo triplo esser nonuplo, ed in somma gli spazii passati essere in duplicata proporzione de i tempi, cioè come i quadrati di essi tempi.

SIMP. Io veramente ho preso più gusto in questo semplice e chiaro discorso del Sig. Sagredo, che nella per me più oscura dimostrazione dell'Autore; sì che io resto assai ben capace che il negozio deva succeder così, posta e ricevuta la definizione del moto uniformemente accelerato. Ma se tale sia poi l'accelerazione della

quale si serve la natura nel moto de i suoi gravi descendenti, io per ancora ne resto dubbioso; e però, per intelligenza mia e di altri simili a me, parmi che sarebbe stato opportuno in questo luogo arrecar qualche esperienza di quelle che si è detto esservene molte, che in diversi casi s'accordano con le conclusioni dimostrate.

SALV. Voi, da vero scienziato, fate una ben ragionevol domanda; e così si costuma e conviene nelle scienze le quali alle conclusioni naturali applicano le dimostrazioni matematiche, come si vede ne i prospettivi, negli astronomi, ne i meccanici, ne i musici ed altri, li quali con sensate esperienze confermano i principii loro, che sono i fondamenti di tutta la seguente struttura: e però non voglio che ci paia superfluo se con troppa lunghezza aremo discorso sopra questo primo e massimo fondamento, sopra 'l quale s'appoggia l'immensa macchina d'infinite conclusioni, delle quali solamente una piccola parte ne abbiamo in questo libro, poste dall'Autore, il quale arà fatto assai ad aprir l'ingresso e la porta stata sin or serrata agl'ingegni specolativi. Circa dunque all'esperienze, non ha tralasciato l'Autor di farne; e per

assicurarsi che l'accelerazione de i gravi naturalmente descendenti segua nella proporzione sopradetta, molte volte mi son ritrovato io a farne la prova nel seguente modo, in sua compagnia. In un regolo, o vogliàn dir corrente, di legno, lungo circa 12 braccia, e largo per un verso mezo braccio e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto, poco più largo d'un dito; tiratolo drittissimo, e, per averlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita; costituito che si era il detto regolo pendente, elevando sopra il piano orizzontale una delle sue estremità un braccio o due ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per il detto canale la palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumava nello scorrerlo tutto, replicando il medesimo atto molte volte per assicurarsi bene della quantità del tempo, nel quale non si trovava mai differenza nè anco della decima parte d'una battuta di polso. Fatta e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima palla solamente per la

quarta parte della lunghezza di esso canale; e misurato il tempo della sua scesa, si trovava sempre puntualissimamente esser la metà dell'altro: e facendo poi l'esperienze di altre parti, esaminando ora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, o con quello delli duo terzi o de $i \frac{3}{4}$, o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s'incontrava, gli spazii passati esser tra di loro come i quadrati de i tempi, e questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del canale nel quale si faceva scender la palla; dove osservammo ancora, i tempi delle scese per diverse inclinazioni mantener esquisitamente tra di loro quella proporzione che più a basso troveremo essergli assegnata e dimostrata dall'Autore. Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena d'acqua, attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo d'acqua, che s'andava ricevendo con un piccol bicchiere per tutto 'l tempo che la palla scendeva nel canale e nelle sue parti: le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte, s'andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando,

dandoci le differenze e proporzioni de i pesi loro le differenze e proporzioni de i tempi; e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni, molte e molte volte replicate, già mai non differivano d'un notabil momento.

SIMP. Gran soddisfazionearei ricevuta nel trovarmi presente a tali esperienze: ma sendo certo della vostra diligenza nel farle e fedeltà nel referirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissime e vere⁶⁹¹.

SALV. Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare avanti.

COROLLARIUM II.

Colligitur, secundo, quod si a principio lationis sumantur duo spatia quaelibet, quibuslibet temporibus peracta, tempora ipsorum erunt inter se ut alterum eorum ad spatium medium proportionale inter ipsa. Sumptis enim a principio lationis S duobus spatiis ST, SV, quorum medium sit proportionale SX, tempus

⁶⁹¹ per sicurissimi e vere, s

casus per ST ad tempus casus per SV erit ut ST ad SX, seu dicamus, tempus per SV ad tempus per ST esse ut VS ad SX. Cum enim demonstratum sit, spatia peracta esse in duplicata ratione temporum, seu (quod idem est) esse ut temporum quadrata; ratio autem spatii VS ad spatium ST sit dupla rationis VS ad SX, seu sit eadem quam habent quadrata VS, SX; patet, rationem temporum lationum per SV, ST esse ut spatiorum, seu linearum, VS, SX.

SCHOLIUM.

*Id autem quod demonstratum est in lationibus peractis in perpendicularis, intelligatur etiam itidem contingere in planis utcunque inclinatis: in iisdem enim assumptum est, accelerationis gradus eadem ratione augeri, nempe secundum temporis incrementum, seu dicas secundum simplicem ac primam numerorum seriem.*⁶⁹²

⁶⁹² Era intenzione di GALILEO (come più particolarmente diciamo nell'Avvertimento) che, quando si stampassero di nuovo i suoi Discorsi, dopo questo Scolio della seconda Proposizione fosse inserita la seguente aggiunta alla stampa originale; la quale aggiunta fu distesa in dialogo da VINCENZIO

VIVIANI:

SALV. Qui vorrei, Sig. Sagredo, che a me ancora fosse permesso, se ben forse con troppo tedio del Sig. Simplicio, il differir per un poco la presente lettura, fin ch'io possa esplicare quanto dal detto e dimostrato fin ora, e congiuntamente dalla notizia d'alcune conclusioni mecaniche apprese già dal nostro Academico, sovviemmi adesso di poter soggiugnere per maggior confermazione della verità del principio che sopra con probabili discorsi ed esperienze fu da noi esaminato, anzi, quello più importa, per geometricamente concluderlo, dimostrando prima un sol lemma, elementare nella contemplazione de gl'impeti.

SAGR. Mentre tale deva esser l'acquisto quale V. S. ci promette, non vi è tempo che da me volentierissimo non si spendesse, trattandosi di confermare e interamente stabilire queste scienze del moto: e quanto a me, non solo vi concedo il poter satisfarvi in questo particolare, ma di più pregovi ad appagare quanto prima la curiosità che mi avete in esso svegliata; e credo che il Sig. Simplicio abbia ancora il medesimo sentimento.

SIMP. Non posso dire altrimenti.

SALV. Già che dunque me ne date licenza, considerisi in primo luogo, come effetto notissimo, che i momenti o le velocità d'un istesso mobile son diverse sopra diverse inclinazioni di piani, e

che la massima è per la linea perpendicolarmente sopra l'orizzonte elevata, e che per l'altre inclinate si diminuisce tal velocità, secondo che quelle più dal perpendicolo si discostano, cioè più obliquamente s'inclinano; onde l'impeto, il talento, l'energia, o vogliamo dire il momento, del descendere vien diminuito nel mobile dal piano soggetto, sopra il quale esso mobile s'appoggia e scende.

E per meglio dichiararmi, intendasi la linea AB, perpendicolarmente eretta sopra l'orizzonte AG; pongasi poi la medesima in diverse inclinazioni verso l'orizzonte piegata, come in AD, AE, AF, etc.: dico, l'impeto massimo e totale del grave per descendere esser per la perpendicolare BA, minor di questo per la DA, e minore ancora per la EA, e successivamente andarsi diminuendo per la più inclinata FA, e finalmente esser del tutto estinto nella

orizzontale CA, dove il mobile si trova indifferente al moto: e alla quiete, e non ha per sè stesso inclinazione HO di muoversi verso alcuna parte, nè meno alcuna resistenza all'esser mosso; poichè, sì come è impossibile che un grave o un composto di essi si muova naturalmente all'in su, discostandosi dal comun centro verso dove conspirano tutte le cose gravi, così è impossibile che egli spontaneamente si muova, se con tal moto il suo proprio centro di gravità non acquista avvicinamento al sudetto centro comune: onde sopra l'orizzontale, che qui s'intende per una superficie egualmente lontana dal medesimo centro, e perciò affatto priva d'inclinazione, nullo sarà l'impeto o momento di detto mobile.

Appresa questa mutazione d'impeto, mi fa qui mestier esplicare quello che in un antico trattato di mecaniche, scritto già in Padova dal nostro Academico sol per uso de' suoi discepoli, fu diffusamente e concludentemente dimostrato, in occasione di considerare l'origine e natura del maraviglioso strumento della vite; ed è con qual proporzione si faccia tal mutazione d'impeto per diverse inclinazioni di piani: come, per esempio, del piano inclinato AF tirando la sua elevazione sopra l'orizzonte, cioè la linea FC, per la quale l'impeto d'un grave ed il momento del descendere è il massimo, cercasi qual proporzione abbia questo momento al momento dell'istesso mobile per l'inclinata FA; qual

proporzione dico esser reciproca delle dette lunghezze: e questo sia il lemma da premettersi al teorema, che dopo io spero di poter dimostrare. Qui è manifesto, tanto esser l'impeto del scendere d'un grave, quanta è la resistenza o forza minima che basta per proibirlo e fermarlo: per tal forza e resistenza, e sua misura, mi voglio servire della gravità d'un altro mobile. Intendasi ora, sopra il piano FA posare il mobile G, legato con un filo che, cavalcando sopra l'F, abbia attaccato un peso H; e consideriamo che lo spazio della scesa o salita a perpendicolo di esso è ben sempre eguale a tutta la salita o scesa dell'altro mobile G per l'inclinata AF, ma non già alla salita o scesa a perpendicolo, nella qual sola esso mobile G (sì come ogn'altro mobile) esercita la sua resistenza. Il che è manifesto. Imperochè considerando, nel triangolo AFC il moto del mobile G, per esempio all'in su da A in F, esser composto del trasversale orizzontale AC e del perpendicolare CF; ed essendo che quanto all'orizzontale, nessuna, come s'è detto, è la resistenza del medesimo all'esser mosso (non facendo con tal moto perdita alcuna, nè meno acquisto, in riguardo della propria distanza dal comun centro delle cose gravi, che nell'orizzonte si conserva sempre l'istessa); resta, la resistenza esser solamente rispetto al dover salire la perpendicolare CF. Mentre che dunque il grave G, movendosi da A in F, resiste solo, nel salire, lo spazio perpendicolare CF, ma che l'altro grave H scende

a perpendicolo necessariamente quanto tutto lo spazio FA, e che tal proporzione di salita e scesa si mantien sempre l'istessa, poco o molto che sia il moto de i detti mobili (per esser collegati insieme); possiamo assertivamente affermare, che quando debba seguire l'equilibrio, cioè la quiete tra essi mobili, i momenti, le velocità, o le lor propensioni al moto, cioè gli spazii che da loro si passerebbero nel medesimo tempo, devon rispondere reciprocamente allo loro gravità, secondo quello che in tutti i casi de' movimenti meccanici si dimostra: sì che basterà, per impedire la scesa del G, che lo H sia tanto men grave di quello, quanto a proporzione lo spazio CF è minore dello spazio FA. Sia fatto, dunque, come FA ad FC, così il grave G al grave H; chè allora seguirà l'equilibrio, cioè i gravi H, G averanno momenti eguali, e cesserà il moto de i detti mobili. E perchè siamo convenuti, che di un mobile tanto sia l'impeto, l'energia, il momento, o la propensione al moto, quanta è la forza o resistenza minima che basta a fermarlo, e s'è concluso che il grave H è bastante a proibire il moto al grave G, adunque il minor peso H, che nella perpendicolare FC esercita il suo momento totale, sarà la precisa misura del momento parziale che il maggior peso G esercita per il piano inclinato FA; ma la misura del total momento del medesimo grave G è egli stesso (poichè per impedire la scesa perpendicolare d'un grave si richiede il contrasto d'altrettanto grave, che pur

sia in libertà di muoversi perpendicolarmente); adunque l'impeto o momento parziale del G per l'inclinata FA , all'impeto massimo e totale dell'istesso G per la perpendicolare FC , starà come il peso H al peso G , cioè, per la costruzione, come essa perpendicolare FC , elevazione dell'inclinata, alla medesima inclinata FA : che è quello che per lemma si propose di dimostrare, e che dal nostro Autore, come vedranno, vien supposto per noto nella seconda parte della sesta proposizione del presente trattato.

SAGR. Da questo che V.S. ha concluso fin qui, parmi che facilmente si possa dedurre, argumentando ex aequali con la proporzione perturbata, che i momenti dell'istesso mobile per piani diversamente inclinati, come FA , FI , che abbino l'istessa elevazione, son fra loro in reciproca proporzione de' medesimi piani.

SALV. Verissima conclusione. Fermato questo, passerò adesso a dimostrare il teorema, cioè che:

I gradi di velocità d'un mobile descendente con moto naturale dalla medesima sublimità per piani in qualsivoglia modo inclinati, all'arrivo all'orizzonte son sempre eguali, rimossi gl'impedimenti.

Qui devesi prima avvertire, che stabilito che in qualsivogliano inclinazioni il mobile dalla partita dalla quiete vada crescendo la velocità, o la quantità dell'impeto, con la proporzione del tempo (secondo la definizione data dall'Autore al moto naturalmente

accelerato), onde, com'egli ha per l'antecedente proposizione dimostrato, gli spazii passati sono in duplicata proporzione de' tempi, e conseguentemente de' gradi di velocità; quali furono gl'impeti nella prima mossa, tali proporzionalmente saranno i gradi delle velocità guadagnati nell'istesso tempo, poichè e questi e quelli crescono con la medesima proporzione nel medesimo tempo.

Ora sia il piano inclinato AB, la sua elevazione sopra l'orizzonte la perpendicolare AG, e l'orizzontale GB; e perchè, come poco fa si è concluso, l'impeto A d'un mobile per la perpendicolare AC, all'impeto del medesimo per l'inclinata AB, sta come AB ad AC, prendasi nell'inclinata AB la AD, terza proporzionale delle AB, AC: l'impeto dunque per AC all'impeto per la AB, cioè per la AD, sta come la AC all'AD; e perciò il mobile nell'istesso tempo che passerebbe lo spazio perpendicolare AC, passerà ancora lo spazio AD nell'inclinata AB (essendo i momenti come

gli spazii), ed il grado di velocità in C al grado di velocità in D averà la medesima proporzione della AC alla AD. Ma il grado di velocità in B al medesimo grado in D sta come il tempo per AB al tempo per AD, per la definizione del moto accelerato, ed il tempo per AB al tempo per AD sta come la medesima AC, media tra le BA, AD, alla AD, per l'ultimo corollario della seconda proposizione; adunque i gradi in B ed in C al grado in D hanno la medesima proporzione della AC alla AD, e però sono eguali: che è il teorema che intesi di dimostrare.

Da questo potremo più concludentemente provare la seguente terza proposizione dell'Autore, nella quale egli si vale del principio; ed è che il tempo per l'inclinata al tempo per la perpendicolare ha l'istessa proporzione di essa inclinata e perpendicolare. Imperochè diciamo: quando BA sia il tempo per AB, il tempo per AD sarà la media tra esse, cioè la AC, per il secondo corollario della seconda proposizione; ma quando AG sia il tempo per AD, sarà anco il tempo per AC, per essere le AD, AC scorse in tempi eguali; e però quando BA sia il tempo per AB, AC sarà il tempo per AC; adunque, come AB ad AC, così il tempo per AB al tempo per AC.

Col medesimo discorso si proverà, che il tempo per AC al tempo per altra inclinata AE sta come la AC alla AE; adunque, *ex aequali*, il tempo per l'inclinata AB al tempo dell'inclinata AE

THEOREMA III, PROPOSITIO III.

Si super plano inclinato atque in perpendicularo, quorum eadem sit altitudo, feratur ex quiete idem mobile, tempora lationum erunt inter se ut plani ipsius et perpendiculari longitudines.

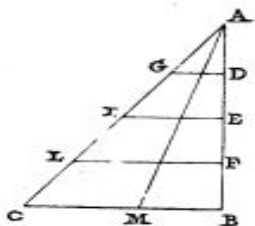
Sit planum inclinatum AC, et perpendicularum AB, quorum eadem sit altitudo supra horizontem CB, nempe ipsamet linea BA: dico, tempus descensus eiusdem mobilis super plano AC, ad tempus casus in perpendicularo AB, eam habere rationem, quam habet longitudo plani AC ad ipsius perpendiculari AB longitudinem. Intelligentur enim quotlibet lineae DG, EI, FL, horizonti

sta omologamente come la AB alla AE, etc.

Potevasi ancora dall'istesso progresso del teorema, come vedrà benissimo il Sig. Sagredo, dimostrar immediatamente la sesta proposizione dell'Autore: ma basti per ora tal digressione, che forse gli è riuscita troppo tediosa, benchè veramente di profitto in queste materie del moto.

SAGR. Anzi di mio grandissimo gusto, e necessarissima alla perfetta intelligenza di quel principio.

SALV. Ripiglierò dunque la lettura del testo.



CB parallelae: constat ex assumpto, gradus velocitatis mobilis ex A, primo motus initio, in punctis G, D acquisitos, esse aequales, cum accessus ad horiζontem aequales sint; similiter, gradus in punctis I, E iidem erunt, nec non gradus in L et F. Quod si non hae tantum parallelae, sed ex punctis omnibus lineae AB usque ad lineam AC protractae intelligantur, momenta seu gradus velocitatum in terminis singularem parallelarum semper erunt inter se paria. Conficiuntur⁶⁹³ itaque spatia duo AC, AB iisdem gradibus velocitatis. Sed demonstratum est, quod si duo spatia conficiantur a mobili quod iisdem velocitatis gradibus feratur, quam rationem habent ipsa spatia, eandem habent tempora lationum; ergo tempus lationis per AC ad tempus per AB est ut longitudo plani AC ad longitudinem perpendiculari AB: quod erat demonstrandum.

SAGR. Parmi che assai chiaramente e con brevità si poteva concludere il medesimo, essendosi già concluso

⁶⁹³ La stampa originale ha *Conficiuntur*, e nella Tavola de gli errori, che è in fine della stampa stessa, è indicato, evidentemente a torto, di correggerlo in *Conficiantur*.

che la somma del moto accelerato de i passaggi per AC, AB è quanto il moto equabile il cui grado di velocità sia sudduplo al grado massimo CB; essendo dunque passati li due spazii AC, AB con l'istesso moto equabile, già è manifesto, per la proposizione prima del primo, che i tempi de' passaggi saranno come gli spazii medesimi.

COROLLARIUM.

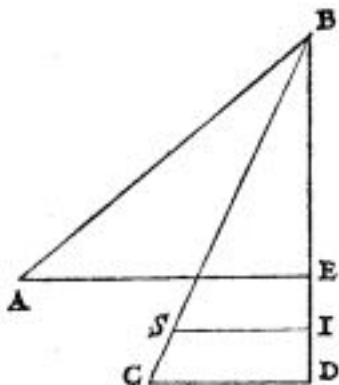
Hinc colligitur, tempora descensusum super planis diversimode inclinatis, dum tamen eorum eadem sit elevatio, esse inter se ut eorum longitudines. Si enim intelligatur aliud planum AM ex A ad eundem horiẏontem CB terminatum, demonstrabitur pariter, tempus descensus per AM ad tempus per AB esse ut linea AM ad AB; ut autem tempus AB ad tempus per AC, ita linea AB ad AC; ergo, ex aequali, ut AM ad AC, ita tempus per AM ad tempus per AC.

THEOREMA IV, PROPOSITIO IV.

Tempora lationum super planis aequalibus, sed inaequaliter inclinatis, sunt inter se in subdupla ratione elevationum

eorundem planorum permutatim accepta.

Sint ex eodem termino B plana aequalia, sed inaequaliter inclinata, BA BC; et ductis AE, CD, lineis horizontalibus, ad perpendicularum usque BD, esto plani BA elevatio BE, plani vero



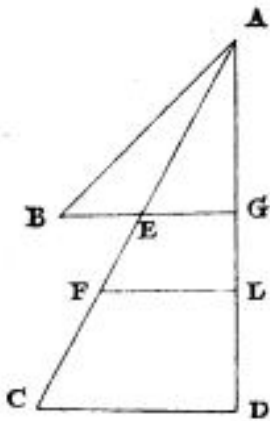
BC elevatio sit BD; et ipsarum elevationum DB, BE media proportionalis sit BI: constat, rationem DB ad BI esse subduplam rationis DB ad BE. Dico iam, rationem temporum descensus seu lationum super, planis BA, BC esse eamdem cum ratione DB ad BI permutatim assu-

mpta, ut scilicet temporis per BA homologa sit elevatio alterius plani BC, nempe BD, temporis vero per BC homologa sit BI. Demonstrandum proinde est, tempus per BA ad tempus per BC esse ut DB ad BI. Ducatur IS, ipsi DC aequidistans: et quia iam demonstratum est, tempus descensus per BA ad tempus casus per perpendicularum BE esse ut ipsa BA ad BE, tempus vero per BE ad tempus per BD ut BE ad BI, tempus vero per BD ad tempus per BC ut BD ad BC, seu BI ad BS, ergo, ex aequali,

tempus per BA ad tempus per BC erit ut BA ad BS, seu CB ad BS; est autem CB ad BS ut DB ad BI; ergo patet propositum.

THEOREMA V, PROPOSITIO V.

Ratio temporum descensus super planis, quorum diversae sint inclinationes et longitudines, nec non elevationes inaequales, componitur ex ratione longitudinum ipsorum planorum et ex ratione subdupla elevationum eorundem permutatim accepta.



Sint plana AB, AC diversimode inclinata, quorum longitudines sint inaequales, et inaequales quoque elevationes: dico, rationem temporis descensus per AC ad tempus per AB compositam esse ex ratione ipsius AC ad AB et ex subdupla elevationum earundem permutatim accepta. Ducatur enim perpendicularum AD, cui occurrant horizontales BG, CD, et inter elevationes DA, AG media sit AL; ex puncto vero L ducta parallela horizonti occurrat plano AC in F: erit quoque AF media inter CA, AE. Et quia tempus per AC ad tempus per AE est

ut linea FA ad AE, tempus vero per AE ad tempus per AB ut eadem AE ad eandem AB; patet, tempus per AC ad tempus per AB esse ut AF ad AB: demonstrandum itaque restat, rationem AF ad AB componi ex ratione CA ad AB et ex ratione GA ad AL, quae est ratio subdupla elevationum DA, AG permutatim accepta. Id autem manifestum fit, posita CA inter FA, AB: ratio enim FA ad AC est eadem cum ratione LA ad AD, seu GA ad AL, quae est subdupla rationis elevationum GA, AD; et ratio CA ad AB est ipsamet ratio longitudinum; ergo patet propositum.

THEOREMA VI, PROPOSITIO VI.

Si a puncto sublimi vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur quaelibet plana usque ad circumferentiam inclinata, tempora descensuum per ipsa erunt aequalia.

Sit circulus ad horizontem GH erectus, cuius ex imo puncto, nempe ex contactu cum horizontali, sit erecta diameter FA, et ex puncto sublimi A plana quaelibet inclinentur usque ad circumferentiam AB, AC: dico, tempora descensuum per ipsa esse aequalia. Ducantur BD, CE ad diametrum perpendiculares, et inter planorum EA, AD altitudines media sit proportionalis AI: et

quia rectangula FAE, FAD aequalia sunt quadratis AC, AB; ut autem rectangulum FAE ad rectangulum FAD, ita EA ad AD; ergo ut quadratum CA ad quadratum AB, ita EA linea ad lineam AD. Verum ut linea EA ad DA, ita quadratum LA ad quadratum AD; ergo quadrata linearum CA, AB sunt inter se ut quadrata linearum IA, AD, et ideo ut CA linea ad AB, ita IA ad AD. At in praecedenti demonstratum est, rationem temporis descensus per AC ad tempus descensus per AB componi ex rationibus CA ad AB et DA ad AI, quae est eadem cum ratione BA ad AC; ergo ratio temporis descensus per AC ad tempus descensus per AB componitur ex rationibus CA ad AB et BA ad AC; est igitur ratio eorundem temporum ratio aequalitatis: ergo patet propositum. Idem⁶⁹⁴ aliter demonstratur ex mechanicis: nempe, in sequenti figura, mobile temporibus aequalibus

⁶⁹⁴ Delle lin. 32-33 della presente pagina e lin. 1-24 della pag. 222 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 160r.; delle lin. 1-24 della pag. 222, un'altra bozza, pure autografa e che appare posteriore, nello stesso cod. A, a car. 172r.; e della prima bozza, una esatta copia, di mano del GUIDUCCI, nel medesimo cod. A, a car. 47r. Le bozze autografe presentano le seguenti varianti, che raccogliamo contrassegnando con 1

pertransire CA, DA.

Sit enim BA *aequalis ipsi* DA, *et ducantur perpendiculares* BE, DF: *constat ex elementis mechanicis, momentum ponderis super plano secundum lineam* ABC *elevato ad momentum suum totale esse ut* BE *ad* BA, *eiusdemque ponderis momentum super elevatione* AD *ad totale suum momentum esse ut* DF *ad* DA *vel* BA; *ergo eiusdem ponderis momentum super plano secundum*

quelle di car. 160r, e con 2 quelle di car. 172r.:

32-33 *Aliter ostendemus, mobile*, 2 - pag. 222, lin. 1. *Sit* ba *aequalis*, 1 - 2. *mecanicis*, 1, 2 - 5. *eiusdemque vero ponderis*, 1, 2 - 6-7. *momentum, eamdem ob causam, esse*, 1, 2; - 15-16. *lineae* be, df. *At ut*, 1, 2 - 18. *ita probatur*, 2 - 20. *in i, et*, 1, 2 - 20-21. Fra «dca» e *cum* leggesi, cancellato, nella bozza prima: *extensan* [sic] *dg usque ad circumferentiam*. - 23. *ita erit* da *ad*, 1, 2. - 24. Tanto nella seconda bozza autografa, a car. 172r, quanto nella copia del GUIDUCCI, a car. 47r, dopo *quod erat probandum* si legge: *Collige, existentibus planis inaequaliter inclinatis* ad, ac, *atque data longitudine* ad, *inveniri posse in plano* ac *portionem, quae eodem tempore cum* da *peragatur: ducto enim perpendiculo* df, *et posita* ab *aequali* ad, *ductoque perpendiculo* be, *fiat ut* df *ad* eb, *ita* da *ad* ac; *eritque tempus per* ca *aequale tempori per* da.

DA inclinato ad momentum super inclinatione secundum ABC est ut linea DF ad lineam BE; quare spatia, quae pertransibit idem pondus temporibus aequalibus super inclinationibus CA, DA, erunt inter se ut lineae BE, DF, ex propositione secunda primi libri. Verum ut BE ad DF, ita demonstratur se habere AC ad DA; ergo idem mobile temporibus aequalibus pertransibit lineas CA, DA.

Esse autem ut BE ad DF, ita CA ad DA, ita demonstratur:

Iungatur CD, et per D et B, ipsi AF parallelae, agantur DGL, secans CA in puncto I, et BH: eritque angulus ADI aequalis angulo DCA, cum circumferentiis LA, AD aequalibus insistant, estque angulus DAC communis. Ergo triangulorum aequiangulorum CAD, DAI latera circa aequales angulos proportionalia erunt, et ut CA ad AD, ita DA ad AI, id est BA ad AI, seu HA ad AG, hoc est BE ad DF: quod erat probandum.

Aliter idem magis expedite demonstrabitur sic:

Sit ad horizontem AB erectus circulus, cuius diameter CD ad horizontem sit perpendicularis; ex termino autem sublimi D inclinetur ad circumferentiam usque quodlibet planum DF: dico,

descensum per planum DF, et casum per diametrum DC eiusdem mobilis, temporibus aequalibus absolvi. Ducatur enim FG horizonti AB parallela, quae erit ad diametrum DC perpendicularis, et connectatur FC: et quia tempus casus per DC ad tempus casus per DG est ut media proportionalis inter CD, DG ad ipsam DG; media autem inter CD, DG est DF, cum angulus DFC in semicirculo sit rectus, et FG perpendicularis ad DC; tempus itaque casus per DC ad tempus casus per DG est ut linea FD ad DG. Sed iam demonstratum est, tempus descensus per DF ad tempus casus per DG esse ut eadem linea DF ad DG; tempora igitur descensus per DF et casus per DC ad idem tempus casus per DG eandem habent rationem; ergo sunt aequalia. Similiter demonstrabitur, si ab imo termino C elevetur chorda CE, ducta EH horizonti parallela et iuncta ED, tempus descensus per EC aequari tempori casus per diametrum DC.

COROLLARIUM I.

Hinc colligitur, tempora descensuum per chordas omnes ex terminis C seu D perductas, esse inter se aequalia.

COROLLARIUM II.

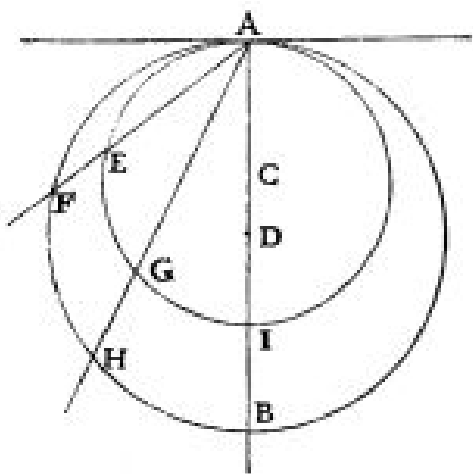
Colligitur etiam, quod si ab eodem puncto descendant perpendicularum et planum inclinatum, super quae descensus fiant temporibus aequalibus, eadem esse in semicirculo, cuius diameter est perpendicularum ipsum.

COROLLARIUM III.

Hinc colligitur, lationum tempora super planis inclinatis tunc esse aequalia, quando elevationes partium aequalium eorundem planorum fuerint inter se ut eorundem planorum longitudines: ostensum enim est, tempora per CA, DA, in penultima figura, esse aequalia, dum elevatio partis AB, aequalis AD, nempe BE, ad elevationem DF fuerit ut CA ad DA.

SAGR. Sospenda in grazia V. S. per un poco la lettura delle cose che seguono, sin che io mi vo risolvendo sopra certa contemplazione che pur ora mi si rivolge per la mente; la quale, quando non sia una fallacia, non è lontana dall'essere uno scherzo grazioso, quali sono tutti quelli della natura o della necessità.

È manifesto, che se da un punto segnato in un piano orizzontale si faranno produr sopra 'l medesimo piano infinite linee rette per tutti i versi, sopra ciascuna delle quali s'intenda muoversi un punto con moto equabile, cominciandosi a muover tutti nell'istesso momento di tempo dal segnato punto, e che siano le velocità di tutti eguali, si verranno conseguentemente a figurar da essi punti mobili circonferenze di cerchi, tuttavia maggiori e maggiori, concentrici tutti intorno al primo punto segnato; giusto in quella maniera che vediamo farsi dall'ondette dell'acqua stagnante, dopo che da alto vi sia



caduto un sassetto, la percossa del quale serve per dar principio di moto verso tutte le parti, e resta come centro di tutti i cerchi che vengon disegnati, successivamente

maggiori e maggiori, da esse ondette. Ma se noi intenderemo un piano eretto all'orizzonte, ed in esso piano notato un punto sublime, dal quale si portano infinite linee inclinate secondo tutte le inclinazioni, sopra le quali ci figuriamo descender mobili gravi, ciascheduno con moto naturalmente accelerato, con quelle velocità che alle diverse inclinazioni convengono; posto che tali mobili descendenti fosser continuamente visibili, in che sorti di linee gli vedremmo noi continuamente disposti? Qui nasce la mia maraviglia, mentre le precedenti dimostrazioni mi assicurano che si vedranno sempre tutti nell'istessa circonferenza di cerchi successivamente crescenti, secondo che i mobili nello scendere si vanno più e più successivamente allontanando dal punto sublime, dove fu il principio della lor caduta. E per meglio dichiararmi, segnisi il punto sublime A, dal quale descendano linee secondo qualsivogliano inclinazioni AF, AH, e la perpendicolare AB, nella quale presi i punti C, D descrivansi intorno ad essi cerchi che passino per il punto A, segando le linee inclinate ne i punti

F, H, B, E, G, I: è manifesto, per le antecedenti dimostrazioni, che partendosi nell'istesso tempo dal termine A mobili descendenti per esse linee, quando l'uno sarà in E, l'altro sarà in G e l'altro in I; e così, continuando discendere, si troveranno nell'istesso momento di tempo in F, H, B; e continuando di muoversi questi ed altri infiniti per le infinite diverse inclinazioni, si troveranno sempre successivamente nelle medesime circonferenze, fatte maggiori e maggiori in infinito. Dalle due specie dunque di moti, delle quali la natura si serve, nasce con mirabil corrispondente diversità la generazione di cerchi infiniti: quella si pone, come in sua sede e principio originario, nel centro d'infiniti cerchi concentrici; questa si costituisce nel contatto sublime delle infinite circonferenze di cerchi, tutti tra loro eccentrici: quelli nascono da moti tutti eguali ed equabili; questi, da moti tutti sempre inequabili in sè stessi, e diseguali l'uno dall'altro tutti, che sopra le differenti infinite inclinazioni si esercitano. Ma più aggiungiamo, che se da i

due⁶⁹⁵ punti assegnati per le emanazioni noi intenderemo eccitarsi linee non per due superficie sole, orizzontale ed eretta, ma per tutti i versi, sì come da quelle, cominciandosi da un sol punto, si passava alla produzione di cerchi, dal minimo al massimo, così, cominciandosi da un sol punto, si verranno producendo infinite sfere, o vogliam dire una sfera che in infinite grandezze si andrà ampliando, e questo in due maniere: cioè, o col por l'origine nel centro, o vero nella circonferenza di tali sfere.

SALV. La contemplazione è veramente bellissima, e proporzionata all'ingegno del Sig. Sagredo.

SIMP. Io, restando al meno capace della contemplazione sopra le due maniere del prodursi, con li due diversi moti naturali, i cerchi e le sfere, se bene della produzione dependente dal moto accelerato e della sua dimostrazione non son del tutto intelligente, tuttavia quel potersi assegnare per luogo di tale emanazione

⁶⁹⁵ *se de i due, s*

tanto il centro infimo quanto l'altissima sferica superficie, mi fa credere che possa essere che qualche gran misterio si contenga in queste vere ed ammirande conclusioni; misterio, dico, attenente alla creazione dell'universo, il quale si stima essere di forma sferica, ed alla residenza della prima causa.

SALV. Io non ho repugnanza al creder l'istesso. Ma simili profonde contemplazioni si aspettano a più alte dottrine che le nostre: ed a noi deve bastare d'esser quei men degni artefici, che dalle fodine scuoprano e cavano i marmi, ne i quali poi gli scultori industri fanno apparire maravigliose immagini, che sotto roza ed informe scorza stavano ascoste. Or, se così vi piace, seguiremo avanti.

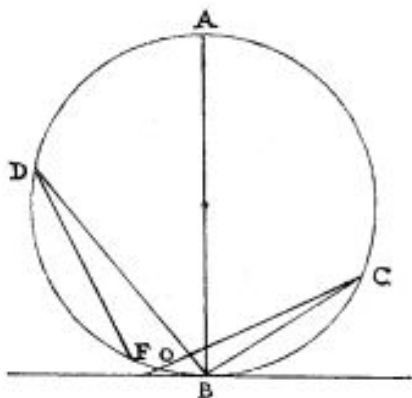
THEOREMA VII, PROPOSITIO VII.

Si elevationes duorum planorum duplam habuerint rationem eius quam habeant eorumdem planorum longitudines, lationes ex quiete in ipsis, temporibus aequalibus absolventur.

Sint plana inaequalia et inaequaliter inclinata AE, AB, quorum elevationes sint FA, DA; et quam rationem habet AE ad AB, eandem duplicatam habeat FA ad DA: dico, tempora lationum super planis AE, AB ex quiete in A esse aequalia. Ductae sint parallelae horizontales ad lineam elevationum EF et DB quae secet AE in G: et quia ratio FA ad AD dupla est rationis EA ad AB, et ut FA ad AD, ita EA ad AG, ergo ratio EA ad AG dupla est rationis EA ad AB; ergo AB media est inter EA, AG. Et quia tempus descensus per AB ad tempus per AG est ut AB ad AG, tempus autem descensus per AG ad tempus per AE est ut AG ad mediam inter AG, AE, quae est AB, ergo, ex aequali, tempus per AB ad tempus per AE est ut AB ad se ipsam; sunt igitur tempora aequalia: quod erat demonstrandum.

THEOREMA VIII, PROPOSITIO VIII.

In planis ab eodem sectis circulo ad horizontem erecto, in iis quae cum termino diametri erecti conveniunt, sive imo sive sublimi, lationum tempora sunt aequalia tempori casus in diametro;



in illis vero quae ad diametrum non pertingunt, tempora sunt breviora; in eis tandem quae diametrum secant, sunt longiora. Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis AB. De planis

ex terminis A, B ad circumferentiam usque productis, quod tempora lationum super eis sint aequalia, iam demonstratum est. De plano DF ad diametrum non pertingente, quod tempus descensus in eo sit brevius, demonstratur ducto plano DB, quod et longius erit et minus declive quam DF; ergo tempus per DF brevius quam per DB, hoc est per AB. De plano vero diametrum secante, ut CO, quod tempus descensus in eo sit longius, itidem constat; est enim et longius et minus declive quam CB. Ergo patet propositum.

THEOREMA IX, PROPOSITIO IX.

Si a puncto in linea horizonti parallela duo plana utcumque inclinentur, et a linea secentur, quae cum ipsis angulos faciat permutatim aequales angulis ab iisdem planis et horizontali contentis, lationes in partibus a dicta linea sectis, temporibus aequalibus absolventur.

Ex puncto C horizontalis lineae X duo plana utcumque inflectantur CD, CE, et in quolibet puncto lineae CD constituatur angulus CDF, angulo XCE aequalis; secet autem linea DF planum CE in F, adeo ut anguli CDF, CFD angulis XCE, LCD permutatim sumptis sint aequales: dico, tempora descensuum per CD, CF esse aequalia. Quod autem (posito angulo CDF aequali angulo XCE) angulus CFD sit aequalis angulo DCL, manifestum est. Dempto enim angulo communi DCF, ex tribus angulis trianguli CDF, aequalibus duobus rectis, quibus aequantur anguli omnes ad lineam LX in puncto C constitutis, remanent in triangulo duo CDF, CFD, duobus XCE, LCD aequales; positus autem est CDF ipsi XCE aequalis; ergo reliquus CFD reliquo DCL. Ponatur planum CE aequale plano CD, et ex punctis D, E perpendiculares agantur DA, EB ad horizontalem XL, ex C vero ad DF ducatur perpendicularis CG; et quia angulus CDG angulo ECB est aequalis, et recti

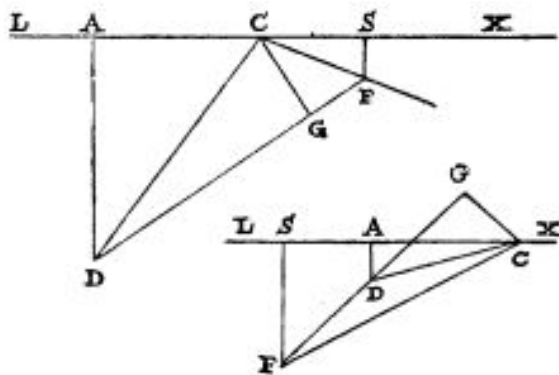
sunt DGC, CBE, erunt trianguli CDG, CBE aequianguli, et ut DC ad CG, ita CE ad EB: est autem DC aequalis CE: ergo CG aequalis erit BE: cumque triangulorum DAC, CGF anguli C, A angulis F, G sint aequales, erit ut CD ad DA, ita FC ad CG, et, permutando, ut DC ad CF, ita DA ad CG seu BE. Ratio itaque elevationum planorum aequalium CD, CE est eadem cum ratione longitudinum DC, CF; ergo, ex corollario primo praecedentis propositionis sextae, tempora descensuum in ipsis erunt aequalia: quod erat probandum.

Aliter idem: ducta FS perpendiculari ad horizontalem AS. Quia triangulum⁶⁹⁶ CSF simile est triangulo DGC, erit ut SF ad FC, ita GC ad CD; et quia triangulum CFG simile est triangulo DCA, erit ut FC ad CG, ita CD ad DA; ergo, ex

⁶⁹⁶ Del tratto che va dalle parole *Quia triangulum* della lin. 4 fino a tutta la lin. 22 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 89^{at}, la quale presenta le seguenti varianti:

4-5. *3ngulum csf est simile 3angulo dgc, ergo ut - 6-8. 3angulum cfg est simile Δ° dca, ergo ut - 9-11. ut sf ad cg, ita cg ad da: ergo cg est media inter - 19. ad fs; ergo - 20. praecedenti, cum - 24-25. inclinationes, quarum elevationes, s*

aequali, ut SF ad CG, ita CG ad DA: media est igitur CG inter SF, DA, et ut DA ad SF, ita quadratum DA ad quadratum CG. Rursus, cum triangulum ACD simile sit triangulo CGF, erit ut DA ad DC, ita GC ad CF, et, permutando, ut DA ad CG, ita DC ad CF, et ut quadratum DA ad quadratum DG, ita quadratum DC ad quadratum CF; sed ostensum est, quadratum DA ad quadratum CG esse ut linea DA ad



lineam FS;
ergo, ut quadratum DC ad quadratum CF, ita linea DA ad FS;
ergo, ex praecedenti septima,

cum planorum CD, CF elevationes DA, FS duplam habeant rationem eorumdem planorum, tempora lationum per ipsa erunt aequalia.

THEOREMA X, PROPOSITIO X.

Tempora lationum super diversas planorum inclinationes, quorum elevationes sint aequales, sunt inter se ut eorundem planorum longitudo, sive fiant lationes ex quiete, sive praecedat illis latio ex eadem altitudine.

Fiant lationes per ABC et per ABD usque ad horizontem DC, adeo ut, latio per AB praecedat lationibus per BD et per BC: dico, tempus lationis per BD ad tempus per BC esse ut BD longitudo ad BC. Ducatur AF horizonti parallela, ad quam extendatur DB occurrens in F, et ipsarum DF, FB media sit FE; et ducta EO ipsi DC parallela, erit AO media inter CA, AB. Quod si intelligatur, tempus per AB esse ut AB, erit tempus per FB ut FB, et tempus per totam AC erit ut media AO, per totam vero FD erit FE; quare tempus per reliquam BC erit BO per reliquam vero BD erit BE: verum ut BE ad BO, ita est BD ad BC: ergo tempora per BD, BC post casus per AB, FB, seu, quod idem est, per communem AB, erunt inter se ut longitudo BD, BC. Esse autem tempus per BD ad tempus per BC ex quiete in B ut longitudo BD ad BC, supra demonstratum est. Sunt igitur tempora lationum per plana diversa, quorum aequales sint elevationes, inter se ut eorundem planorum longitudo, sive motus fiat in ipsis ex quiete, sive lationibus iisdem

praecedat alia latio ex eadem altitudine: quod erat ostendendum.

THEOREMA XI, PROPOSITIO XI.

Si⁶⁹⁷ planum, in quo fit motus ex quiete, dividatur utcumque, tempus lationis per priorem partem ad tempus lationis per sequentem est ut ipsamet prima pars ad excessum quo eadem pars superatur a media proportionali inter totum planum et primam eandem partem.

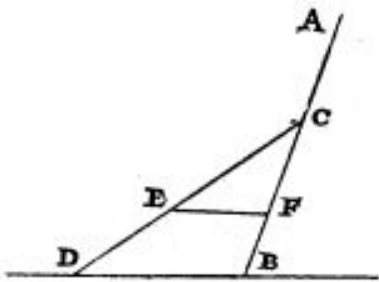
Fiat latio per totam AB ex quiete in A, quae in C divisa sit utcumque; totius autem BA et prioris partis AC media sit proportionalis AF; erit CF excessus mediae FA super partem AC: dico, tempus lationis per AC ad tempus sequentis lationis per

⁶⁹⁷ Delle lin. 18-30 si ha una bozza autografa nel cod. A. a car. 49r, la quale presenta le seguenti varianti:

18. *Si linea, in qua fiat latio ex - 18-19. lationis prioris partis ad tempus lationis 2^e [sic] partis est - 20-21. media inter totam et ipsam primam partem - 22-23. quae utcumque divisa sit in c; totius - 23. et partis - 23-24. sit af, cf vero excessus eiusdem mediae super primam ac: dico - 25. ad tempus per reliquam cb esse - 29. esse ac - 29-30. quod est propositum* manca nella bozza. -

CB esse ut AC ad CF. Quod patet: nam tempus per AC ad tempus per totam AB est ut AC ad mediam AF; ergo, dividendo, tempus per AC ad tempus per reliquam CB erit ut AC ad CF. Si itaque intelligatur, tempus per AC esse ipsamet AC, tempus per CB erit CF: quod est propositum.

Quod si motus non fiat per continuatam ACB, sed per inflexas ACD usque ad horizontem BD cui ex F parallela ducta



sit FE, demonstrabitur pariter, tempus per AC ad tempus per reflexam CD esse ut AC ad CE. Nam tempus per AC ad tempus per CB est ut AC ad CF; tempus vero per

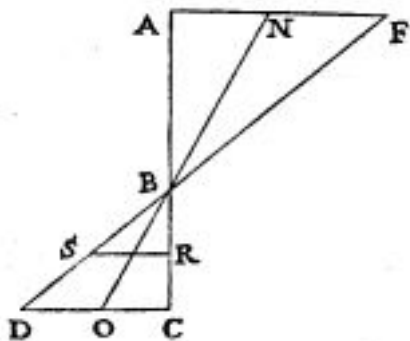
CB post AC ad tempus per CD post eundem descensum per AC demonstratum est esse ut CB ad CD, hoc est ut CF ad CE; ergo, ex aequali, tempus per AC ad tempus per CD erit ut AC linea ad CE.

THEOREMA XII, PROPOSITIO XII.

Si perpendicularum et planum utcunque inclinatum secentur inter easdem

horizontales lineas, sumanturque media proportionalia ipsorum et partium suarum a communi sectione et horizontali superiori comprehensarum, tempus lationis in perpendiculo ad tempus lationis factae in parte superiori perpendiculi, et consequenter in inferiori secantis plani, eam habebit rationem, quam habet tota perpendiculi longitudo ad lineam compositam ex media in perpendiculo sumpta et ex excessu quo totum planum inclinatum suam mediam superat.

Sint horizontes superior AF, inferior CD, inter quos secentur perpendiculum AC et planum inclinatum DF in B, et totius



perpendiculi CA et superioris partis AB media sit AR, totius vero DF et superioris partis BF media sit FS: dico, tempus casus per totum perpendiculum AC ad tempus per suam superiorem partem AB cum infe-

riori plano, nempe cum BD, eam habere rationem, quam habet AC ad mediam perpendiculi, scilicet AR, cum SD, quae est excessus totius plani DF super suam mediam FS. Connectatur RS, quae erit horizontalibus parallela; et quia tempus casus per totam AC ad tempus per partem AB est ut CA ad mediam AR, si

intelligamus, AC esse tempus casus per AC, erit AR tempus casus per AB, et RC per reliquam BC. Quod si tempus per AC ponatur, uti factum est, ipsa AC, tempus per FD erit FD, et pariter concludetur, DS esse tempus per BD post FB, seu post AB. Tempus igitur per totam AC est AR cum RC; per inflexas vero ABD erit AR cum SD: quod erat probandum. Idem accidit si loco perpendiculari ponatur aliud planum, quale, v. gr., NO; eademque est demonstratio.

PROBLEMA I, PROPOSITIO XIII.

Dato⁶⁹⁸ perpendiculari, ad ipsum planum inflectere, in quo,

⁶⁹⁸ Delle lin. 6-27 si ha nel cod. A, a car. 145r., una bozza autografa, della quale è poi una copia esatta, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 39r. dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

6-7. *ad ipsum lineam inflectere, in qua, cum ipsa habeat eandem cum dato perpendiculari altitudinem, fiat* - 9-10. *Sit datus perpendicularis ab, qui protrahatur, et ponatur bc aequalis ipsi ab, et ducantur orizzontes ce* - 10-11. *ad orizzontem* - 13-16. *in a. Sumatur cd aequalis cb, et ponatur be utrique bd, dc aequalis: dico iam, per be post casum ab fieri motum eodem tempore ac in ab. Producat* - 16-17. *orizzonti superiori*

cum ipsum habeat cum dato perpendiculo eandem elevationem, fiat motus post casum in perpendiculo eodem tempore, ac in eodem perpendiculo ex quiete.

Sit datum perpendiculum AB, cui, extenso in C, ponatur pars BC aequalis, et ducantur horizontales CE, AG: oportet, ex B planum usque ad horizontem CE inflectere, in quo fiat motus post casum ex A eodem tempore, ac in AB ex quiete in A. Ponatur CD aequalis CB, et ducta BD, applicetur BE aequalis utrisque BD, DC: dico, BE esse planum quaesitum. Producaturs EB, occurrens horizonti AG in G, et ipsarum EG, GB media sit GF; erit EF ad FB ut EG ad GF, et quadratum EF ad quadratum FB ut quadratum EG ad quadratum GF, hoc est ut linea EG ad GB: est autem EG dupla GB: ergo quadratum EF duplum quadrati FB. Verum quadratum

in g, et. Tra g ed et si legge, cancellato: et secetur bf aequalis bc; erit reliqua fe ipsi bd aequalis, et $\left[\frac{I}{ss}\right]$ fe duplum $\left[\frac{I}{ss}\right]$ fb; sed. - 19-20. gf, est ut eg ad - 20-24. dupla ad gb, quia aequales sunt ab, bc: ergo $\left[\frac{I}{ss}\right]$ ef duplum est $\left[\frac{I}{ss}\right]$ fb, et linea bf aequalis bc, cum tota be duabus bd, bc aequalis posita sit. Si igitur - 25. erit gb tempus casus per gb, et.

quoque DB duplum est quadrati BC; ergo ut linea EF ad FB, ita DB ad BC, et, componendo et permutando, ut EB ad duas DB, BC, ita BF ad BC: sed BE duabus DB, BC est aequalis: ergo BF ipsi BC, seu BA, aequalis est. Si igitur intelligatur, AB esse tempus casus per AB, erit GB tempus per GB, et GF tempus per totam GE; ergo BF erit tempus per reliquam BE post casum ex G, seu ex A: quod erat propositum.

PROBLEMA II, PROPOSITIO XIV.

Dato perpendiculo et plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo superiori reperire, quae ex quiete conficiatur tempore aequali ei, quo conficitur planum inclinatam post casum in parte reperta in perpendiculo.

Sit perpendiculum DB, et planum ad ipsum inclinatam AC: oportet, in perpendiculo AD partem reperire, quae ex quiete conficiatur tempore aequali ei, quo post casum in ea conficitur planum AC. Ducatur horizontalis CB, et ut BA cum dupla AC ad AC, ita fiat CA ad AE, et ut BA ad AC, ita fiat EA ad AR, et ab R ducatur perpendicularis RX ad DB: dico, X esse punctum quaesitum. Et quia ut BA cum dupla AC ad AC, ita CA ad AE, dividendo erit ut BA cum AC ad AC, ita CE ad

EA; et quia ut BA ad AC, ita EA ad AR, erit, componendo, ut BA cum AC ad AC, ita ER ad RA: sed ut BA cum AC ad AC, ita est CE ad EA: ergo ut CE ad EA, ita ER ad RA, et ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe CR ad RE. Sunt itaque CR, RE, RA proportionales. Amplius, quia ut BA ad AC, ita posita est EA ad AR, et, propter similitudinem triangulorum, ut BA ad AC, ita XA ad AR, ergo ut EA ad AR, ita XA ad AR: sunt itaque EA, XA aequales. Modo si intelligamus, tempus per RA esse ut RA, tempus per RC erit RE, media inter CR, RA, et AE erit tempus per AC post RA, sive post XA; verum tempus per XA est XA, dum RA est tempus per RA; ostensum autem est, XA, AE esse aequales: ergo patet propositum.

PROBLEMA III, PROPOSITIO XV.

Dato perpendiculo et plano ad ipsum inflexo, partem in perpendiculo infra extenso reperire, quae tempore eodem conficiatur ac planum inflexum post casum ex dato perpendiculo.

Sit perpendiculum AB, et planum ad ipsum inflexum BC: oportet, in perpendiculo infra extenso partem reperire, quae ex casu ab A conficiatur tempore eodem atque BC ex eodem casu

ab A. Ducatur horizontalis AD, cui occurrat CB extensa in D, et ipsarum CD, DB media sit DE, et BF ponatur aequalis BE; deinde ipsarum BA, AF tertia proportionalis sit AG: dico, BG esse spatium quod post casum AB conficitur tempore eodem ac planum BC post eundem casum. Si enim ponamus, tempus per AB esse ut AB, erit tempus per DB ut DB; et quia DE est media inter BD, DC, erit eadem DE tempus per totam DC, et BE tempus per reliquam BC ex quiete in D, seu ex casu AB. Et similiter concludetur, BF esse tempus per BG, post casum eundem; est autem BF aequalis BE; ergo patet propositum.

THEOREMA XIII, PROPOSITIO XVI.

Si plani inclinati et perpendiculi partes, quarum tempora lationum ex quiete sint aequalia, ad idem punctum componantur, mobile veniens ex qualibet altitudine sublimiori, citius absolvet eandem partem plani inclinati, quam ipsam partem perpendiculi.

Sit perpendiculum EB et planum inclinatum CE, ad idem punctum E composita, quorum tempora lationum ex quiete in E sint aequalia; et in perpendiculo extenso sumptum sit quodlibet punctum sublime A, ex quo demittantur mobilia: dico, tempore breviori absolvi planum inclinatum EC, quam perpendiculum

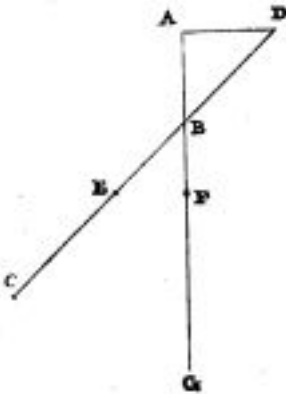
EB post casum AE. Iungatur⁶⁹⁹ CB, et ducta horizontali AD, extendatur CE, illi occurrens in D, et CD, DE media proportionalis sit DF, ipsarum vero BA, AE media sit AG, et ducantur FG, DG: et quia tempora lationum per EC, EB ex quiete in E sunt aequalia, erit angulus C rectus, ex corollario secundo propositionis sextae; estque rectus A, et anguli ad verticem E aequales; triangula igitur AED, CEB sunt aequiangula, et latera circa aequales angulos proportionalia; ergo ut BE ad EC, ita DE ad EA. Rectangulum ergo BEA est aequale rectangulo CED; et quia rectangulum CDE superat rectangulum CED quadrato ED, rectangulum vero BAE superat rectangulum BEA quadrato EA, excessus rectanguli CDE super rectangulo BAE, hoc est quadrati FD super quadrato AG, erit idem cum excessu quadrati DE super quadrato AE, qui excessus est quadratum DA. Est igitur quadratum FD aequale duobus quadratis GA, AD, quibus est quoque aequale quadratum GD; ergo linea DF ipsi DG est aequalis, et angulus DGF aequalis angulo DFG, et angulus EGF minor angulo EFG, et latus

⁶⁹⁹ post casum AE. Iungatur, s -

oppositum EF minus latere EG. Modo si intelligamus, tempus casus per AE esse ut AE, erit tempus per DE ut DE; cumque AG media sit inter BA, AE, erit AG tempus per totum AB, et reliqua EG erit tempus per reliquam EB ex quiete in A; et similiter concludetur, EF esse tempus per EC post descensum DE, seu post casum AE: demonstratum autem est, EF minorem esse quam EG: ergo patet propositum.

COROLLARIUM.

Ex hac atque ex praecedenti constat, spatium quod conficitur in perpendiculo post casum ex sublimi, tempore eodem quo conficitur planum inclinatum, minus esse eo quod conficitur tempore eodem atque in inclinato non praecedente casu ex sublimi, maius tamen quam idem planum inclinatum. Cum enim modo demonstratum sit, quod mobilium venientium ex termino sublimi A, tempus conversi per EC brevius sit tempore procedentis per EB, constat, spatium quod conficitur



per EB tempore aequali tempori per EC, minus esse toto spatio EB. Quod autem idem spatium perpendiculi maius sit quam EC, manifestum fit sumpta figura praecedentis propositionis, in qua partem perpendiculi BG confici demonstratum est tempore eodem cum BC post casum AB: hanc autem BG maiorem esse quam BC, sic colligitur. Cum BE, FB aequales sint, BA vero minor BD, maiorem rationem habet FB ad BA quam EB ad BD, et, componendo, FA ad AB maiorem habet quam ED ad DB; est autem ut FA ad AB, ita GF ad FB (est enim AF media inter BA, AG), et, similiter, ut ED ad BD, ita est CE ad EB; ergo GB ad BF maiorem habet rationem quam CB ad BE: est igitur GB maior BC.

PROBLEMA IV, PROPOSITIO XVII.

Dato⁷⁰⁰ perpendiculo et plano ad ipsum inflexo, in dato plano

⁷⁰⁰ Delle lin. 8-25 si ha nel cod. A, a car. 143r., una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del GUIDUCCI, a car. 40^ar. dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

9-10. *motus eodem tempore, quo mobile perpendiculum confecit.* - 11-12.

partem signare, in qua post casum in perpendiculo fiat motus tempore aequali ei, quo mobile datum perpendiculum ex quiete confecit.

Sit perpendiculum AB, et ad ipsum planum inflexum BE: oportet, in BE spatium signare, per quod mobile post casum in AB moveatur tempore aequali ei, quo ipsum perpendiculum AB ex quiete confecit

Sit horizontalis linea AD, cui occurrat in D planum extensum, et accipiatur FB aequalis BA, et fiat ut BD ad DF, ita FD ad DE: dico, tempus per BE post casum in AB aequari tempori per AB ex quiete in A. Si enim intelligatur, AB esse tempus per AB, erit DB tempus per DB; cumque sit ut BD ad DF, ita FD ad DE, erit DF tempus per totum planum DE, et BF per partem BE ex D: sed tempus per BE post DB est idem ac post AB: ergo tempus per BE post AB erit BF, aequale

ad ipsum [sic] inflexa [sic] be: oportet - 13-17. mobile moveatur post casum ab eodem tempore quo confecit ipsum ab. Extenso plano eb, occurrat orizonti in d, et accipiatur - 19-20. post ab aequari tempori per ab. Si - 20. intelligatur ab tempus - 22. per totam de, et - 24. tempori ab: quod.

scilicet tempori AB ex quiete in A: quod erat propositum.

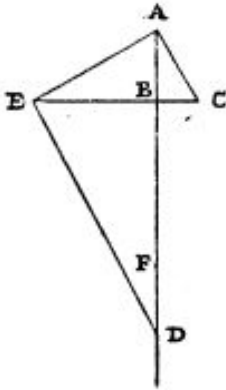
PROBLEMA V, PROPOSITIO XVIII.

Dato⁷⁰¹ in perpendiculo quovis spatio a principio lationis signato, quod in dato tempore conficiatur, datoque quocunque alio

⁷⁰¹ Delle lin. 2-23 si ha nel cod. A, a car. 143t., una bozza autografa, della quale è una copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 67r. dello stesso codice. La copia porta due correzioni autografe di GALILEO, L'una nella figura, l'altra nel testo, le quali tolgono le sole difformità ch'ella avesse dall'originale. La detta copia è segnata, superiormente a destra, col numero 12, traccia forse d'un ordinamento. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

2. *Dato quolibet spacio in perpendiculo a principio* - 3. *quocunque tempore* - 3-4. *aliud aequale spacium. priori accepto aequale, in eodem perpendiculo reperire* - 4-5. *tempore conficiatur* - 6. *perpendicularum ab, in* - 7. *orizon* - 7-8. *minus, quod sit bc: oportet* - 9. *aequale invenire, quod* - 12. *constituatur ipsi aequalis* - 12-13. *orizonti in e signo occurrat, ad* - 15-17. *ipsam fd ex a confici in tempore bc. Cum* - 18-19. *perpendicularis ducta sit ad ad, erit* - 20-21. *ba, hoc est inter fa, ab, erit (est enim fa aequalis db); cumque* - 21-22. *tempus per ab, erit ae tempus per totam* - 22-23. *af; cumque ae sit aequalis ipsi ec, ob aequalitatem*

tempore minori, aliud spatium in perpendicularo eodem reperire, quod in dato tempore minori conficiatur.



Sit perpendicularum A, in quo detur spatium AB, cuius tempus ex principio A sit AB, sitque horizon CBE, et detur tempus ipso AB minus, cui in horizonte notetur aequale BC: oportet, in eodem perpendicularo spatium eidem AB aequale reperire, quod tempore BC conficiatur. Iungatur linea AC, cumque BC minor sit BA, erit angulus BAC minor angulo BCA; constituitur ei aequalis CAE, et linea AE horizonti occurrat in puncto E, ad quam perpendicularis ponatur ED, secans perpendicularum in D, et linea DF ipsi BA secetur aequalis: dico, ipsam FD esse perpendiculari partem, in qua latio ex principio motus in A absolvitur tempore BC dato. Cum enim in triangulo rectangulo AED ab angulo recto E perpendicularis ad latus oppositum

angulorum eac, eca, relinquitur ut bc tempus sit ipsius fd: quod erat ostendendum.

AD ducta sit EB, erit AE media inter DA, AB, et BE media inter DB, BA, seu inter FA, AB (est enim FA ipsi DB aequalis); cumque AB positum sit esse tempus per A, erit AE, seu EC, tempus per totam AD, et EB tempus per AF; ergo reliqua BC erit tempus per reliquam FD: quod erat intentum.

PROBLEMA VI, PROPOSITIO XIX.

Dato in perpendiculo spatio quocunque a principio lationis peracto, datoque tempore casus, tempus reperire, quo aliud aequale spatium, ubicunque in eodem perpendiculo acceptum, ab eodem mobili consequenter conficiatur.

Sit⁷⁰² in perpendiculo AB quodcunque spatium AC ex principio lationis in A acceptum, cui aequale sit aliud spatium DB

⁷⁰² Delle lin. 5-21 si ha nel cod. A, a car. 143r., una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del GUIDUCCI, a car. 89^ar. dello stesso codice. In calce di questa copia è aggiunto, di mano di GALILEO, l'enunciato della Proposizione (lin. 2-4). Gli autografi presentano le seguenti varianti:

3-4. *in perpendiculo* - 4. *conficitur* - 5-10. *perpendiculo ab accepta pars ac, cum tempus ac; accepta rersus ubicunque parte db, ipsi ac aequali, quaeritur tempus qua eadem db post casum ex a conficietur. Circa* - 11-12. *et orizon ducatur ce, et* - 13-15. *quam ce; sit differentia af:*

ubique acceptum, sitque datum tempus lationis per AC, sitque illud AC: oportet, reperire tempus lationis per DB post casum ex A. Circa totam AB semicirculus describatur AEB, et ex C ad AB perpendicularis sit CE, et iungatur AE, quae maior erit quam EC; secetur EF ipsi EC aequalis: dico, reliquum FA esse tempus lationis per DB. Quia enim AE est media inter BA, AC, estque AC tempus casus per AC, erit AE tempus per totam AB; cumque CE media sit inter DA, AC (est enim DA aequalis ipsi BC), erit CE, hoc est EF, tempus per AD; ergo reliqua AF est tempus per reliquam DB: quod est propositum.

COROLLARIUM.

Hinc colligitur, quod si alicuius spatii ponatur, tempus ex quiete esse ut ipsummet spatium, tempus illius post aliud spatium

dico, af esse tempus per - 16-17. tempus per ac, erit - 19-21. erit ce tempus per totam ad; est autem ce aequalis ef; ergo ae est tempus per totam ab, ef vero per ad; ergo af erit tempus per db - 21. quod est propositum manca nella bozza autografa.

adiunctum erit excessus medii inter adiunctum una cum spatio, et ipsum spatium super medium inter primum et adiunctum: veluti, posito quod tempus per AB ex quiete in A sit AB, addito AS, tempus per AB post SA erit excessus medii inter SB, BA super medium inter BA, AS.

PROBLEMA VII, PROPOSITIO XX.

Dato quolibet spatio et parte in eo post principium lationis partem alteram versus finem reperire, quae conficiatur tempore eodem ac prima data.

Sit spatium CB, et in eo pars CD, data post principium lationis in C: oportet, partem alteram versus finem B reperire, quae conficiatur tempore eodem ac data CD. Sumatur media inter BC, CD, cui aequalis ponatur BA; et ipsarum BC, CA tertia proportionalis sit CE: dico, EB esse spatium quod post casum ex C conficitur tempore eodem ac ipsum CD. Si enim intelligamus, tempus per totam CB esse ut CB, erit BA (media scilicet inter BC, CD) tempus per CD; cumque CA media sit inter BC, CE, erit CA tempus per CE: est autem tota BC tempus per totam CB; ergo reliqua BA erit tempus per reliquam EB

post casum ex C: eadem vero BA fuit tempus per CD; ergo temporibus aequalibus conficiuntur CD et EB ex quiete in A: quod erat faciendum.

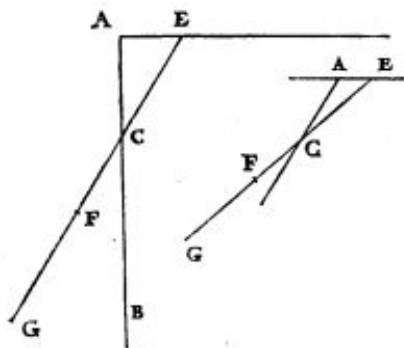
THEOREMA IV, PROPOSITIO XXI.

Si⁷⁰³ in perpendiculo fiat casus ex quiete, in quo a principio lationis sumatur pars, quovis tempore peracta, post quam sequatur motus inflexus per aliquod planum utcunque inclinatum, spatium quod in tali plano conficitur in tempore

⁷⁰³ Delle lin. 17 e seg., fino alla lin. 12 della pag. 239, si ha una bozza di mano del GUIDUCCI, con una correzione e tre aggiunte della mano di GALILEO, nel cod. A, a car. 65r. Essa presenta le seguenti varianti:

17. *Si fiat casus in perpendiculo, in quo* - 19-20. *planum inclinatum* - 20-21. *in plano* - 28-29. *perpendiculus* - 30-31. *inclinetur planum* - 31. *casum ac inflectatur motus*

aequali tempore casus iam peracti in perpendiculo, ad spa-



tium iam peractum in perpendiculo, maius erit quam duplum, minus vero quam triplum.

Infra horizontem AE sit perpendiculum AB, in quo ex principio A fiat casus, cuius sumatur quaelibet pars AC; inde ex C inclinetur utcumque planum CG, super quo post casum in AC continuetur motus: dico, quod spatium tali motu peractum per CG in tempore aequali tempore casus per AC, est plus quam duplum, minus vero quam triplum, eiusdem spatii⁷⁰⁴ AC. Ponatur enim CF

⁷⁰⁴ Delle lin. 17 e seg., fino alla lin. 12 della pag. 239, si ha una bozza di mano del GUIDUCCI, con una correzione e tre aggiunte della mano di GALILEO, nel cod. A, a car. 65r. Essa presenta le seguenti varianti:

2. Le parole «*eiusdem spatii ac*» sono aggiunte di mano di GALILEO. 3-4. *enim unaquaeque ipsarum cf, cd ipsi ac aequalis, et ut ca ad ad, ita fiat da ad ab, ut vero ce ad ef, ita fe ad eg: erit iam ipsa cb tripla ca, et tempus casus per ac aequabitur tempore casus per cb post ac. Si itaque.* Le parole «*unaquaeque ipsarum*», «*cd* », «*ca ad ad, ita fiat da ad ab, ut vero*», «*erit iam ipsa cb tripla ca, et tempus casus per ac aequabitur tempore casus per cb*»

aequalis AC, et extenso plano GC usque ad horizontem in E, fiat ut CE ad EF, ita FE ad EG. Si itaque ponatur, tempus casus per AC esse ut linea AC, erit CE tempus per EC, et CF, seu CA, tempus motus per CG: ostendendum itaque est, spatium CG ipsius CA⁷⁰⁵ maius esse quam duplum, minus vero quam triplum. Cum enim sit ut CE ad EF, ita FE ad EG, erit etiam ita CF ad FG; minor autem est EC quam EF; quare et CF minor erit quam FG, et GC maior quam dupla ad FC, seu AC. Cumque rursus FE minor sit quam dupla ad EC (est enim EC maior CA, seu CF), erit quoque GF minor quam dupla ad FC, et GC minor quam tripla ad CF, seu CA: quod erat demonstrandum.

Poterat autem universalius idem proponi: quod enim accidit in perpendiculari et plano inclinato, contingit etiam si post motum

⁷⁰⁵ Alla lin. 6 così la bozza manoscritta come la stampa leggono «*ipso* ca, che abbiamo corretto in «*ipsius* ca».

in plano quodam inclinato inflectatur per magis inclinatum, ut videtur in altera figura; eademque est demonstratio.

PROBLEMA VIII, PROPOSITIO XXII.

Datis⁷⁰⁶ duobus temporibus inaequalibus, et spatio quod in perpendiculo ex quiete conficitur tempore breviori ex datis, a puncto supremo perpendiculi usque ad horizontem planum inflectere, super quo mobile descendat tempore aequali longiori ex datis.

Tempora inaequalia sint A maius, B vero minus; spatium autem quod in perpendiculo conficitur ex quiete in tempore B, sit CD: oportet, ex termino C planum usque ad horizontem inflectere, quod tempore A conficiatur. Fiat ut B ad A, ita CD ad aliam lineam, cui linea CX aequalis ex C ad horizontem descendat: manifestum est, planum CX esse illud super quo mobile descendit tempore dato A. Demonstratum enim est, tempus per

⁷⁰⁶ Delle lin. 2-5 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 65t., la quale presenta le seguenti varianti:

3. *conficitur in tempore* - 4. *ad orizzontem* - 5. *tempore aequale.*

planum inclinatum ad tempus in sua elevatione eam habere rationem, quam habet plani longitudo ad longitudinem elevationis suae; tempus igitur per CX ad tempus per CD est ut CX ad CD, hoc est ut tempus A ad tempus B: tempus vero B est illud quo conficitur perpendiculum CD ex quiete: ergo tempus A est illud quo conficitur planum CX.

PROBLEMA IX, PROPOSITIO XXIII.

Dato⁷⁰⁷ spatio, quovis tempore peracto ex quiete in perpendiculo, ex termino imo huius spatii planum inflectere, super

⁷⁰⁷ Delle lin. 18 e seg., fino alla lin. 23 della pag. 241, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 85r., la quale presenta le seguenti varianti:

18. *Dato spacio, in quovis tempore peracto in perpendiculo.* Qui segue, cancellato, quanto appresso: *dataque proportionem quacunque alterius spatii ad spacium peractum in perpendiculo, quae tamen maior sit quam dupla, minor vero quam tripla.* - 18-19. *termino huius* - lin. 19 e lin. 1 della pag. 241, *quo, tempore eodem, conficiatur spacium cui libet spacio dato equale* [sic]

*quo post casum in perpendicularo tempore eodem conficiatur spatium cuilibet spatio dato aequale, quod tamen maius sit quam duplum, minus vero quam triplum, spatii peracti in perpendicularo*⁷⁰⁸.

Sit in perpendicularo AS tempore AC peractum spatium AC ex quiete in A, cuius IR maius sit quam duplum, minus vero quam triplum: oportet, ex termino C planum inflectere super quo mobile eodem tempore AC conficiat post casum per AC spatium

⁷⁰⁸ Delle lin. 18 e seg. della pag. 240, fino alla lin. 23 della pag. 241, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 85r., la quale presenta le seguenti varianti:

2-3. pag. 241 Le parole *spatii peracti in perpendicularo* nella bozza autografa si leggono tra *tamen* e *maius* (lin. 2). - 4-5. *spacium ac, cuius* - 8-9. *conficiat spacium ipsi* - 11-14. *eandem habeat ac ad aliam, cui aequalis sit ce, occurrens in e orizonti ae, quae* - 15. *versus g, et* - 16. *co esse* - 16-17. *tempori ac. Cum* - 19-20. *nempe ut tota oe ad ef, ita fe ad ec. Sunt* - 21-23. *et cf tempus per co; est autem cf aequale ipsi* - 23. *quod facere oportebat*. Qui la bozza seguita: *Hinc patet, quod quo magis oc accedit ad triplicitatem ipsius ca, eo planum co vergit versus perpendicularum, in quo tandem spacium peractum tempore aequali tempori ac est triplum ipsius ac; quo vero magis eadem oc accedit ad duplicitatem eiusdem ca, eo planum oc accedit ad aequidistantiam cum orizonte ae, in quo tandem cum desinet, spacium oc peractum tempore ca. erit duplum spatii ac.*

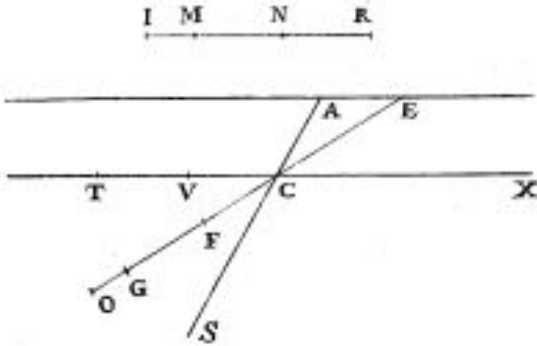
Alla lin. 10 la stampa originale legge *ipsi AE aequalia*, dove abbiamo corretto, conforme alla bozza autografa, *AE* in *AC*. -

ipsi IR aequale. Sint RN, NM ipsi AC aequalia, et quam rationem habet residuum IM ad MN, eandem habeat AC linea ad aliam, cui aequalis applicetur CE ex C ad horizontem AE, quae extendatur versus O, et accipiantur CF, FG, GO aequales ipsis RN, NM, MI: dico, tempus super inflexa CO post casum AC esse aequale tempori AC ex quiete in A. Cum enim sit ut OG ad GF, ita FC ad CE, erit, componendo, ut OF ad FG, seu FC, ita FE ad EC, et ut unum antecedentium ad unum consequentium, ita omnia ad omnia, nempe tota OE ad EF, ut FE ad EC. Sunt itaque OE, EF, EC continue proportionales: quod cum positum sit, tempus per AC esse ut AC, erit CE tempus per EC, et EF tempus per totam EO, et reliquum CF per reliquam CO; est autem CF aequalis ipsi CA; ergo factum est quod fieri oportebat. Est enim tempus CA tempus casus per AC ex quiete in A, CF vero (quod aequatur CA) est tempus per CO post descensum per EC, seu post casum per AC: quod est propositum.

Notandum autem est, quod idem accidet, si praecedens latio non in perpendiculo fiat, sed in plano inclinato, ut in sequenti figura, in qua latio praecedens facta sit per planum inclinatum AS infra horizontem AE; et demonstratio est prorsus eadem.

SCHOLIUM.

Si diligenter attendatur, manifestum erit, quod quo minus



data linea IR deficit a tripla ipsius AC, eo planum inflexum, super quod facienda est secunda latio, puta

CO, accedit vicinius ad perpendicularum, in quo tandem in tempore aequali AC conficitur spatium ad AC triplum. Cum enim IR proxima fuerit ad triplicitatem AC, erit IM aequalis fere ipsi MN; cumque ut IM ad MN, in constructione, ita fiat AC ad CE, constat, ipsam CE paulo maiorem reperiri quam CA, et, quod consequens est, punctum E proximum reperiri puncto A, et CO cum CS acutissimum angulum continere, et fere mutuo coincidere. E contra vero, si data IR minimum quid maior fuerit

quam dupla eiusdem AC, erit IM brevissima linea; ex quo accidet, minimam quoque futuram esse AC respectu CE, quae longissima erit et quam proxime accedet ad parallelam horizontalem per C productam. Indequè colligere possumus, quod si, in apposita figura, post descensum per planum inclinatum AC fiat reflexio per lineam horizontalem, qualis esset CT, spatium, tempore aequali tempori descensus per AC, per quod mobile consequenter moveretur, esset duplum spatii AC exacte. Videtur autem et hic accommodari consimilis ratiocinatio: apparet enim ex eo, cum OE ad EF sit ut FE ad EC, ipsam FC determinare tempus per CO. Quod si pars horizontalis TC, dupla CA, divisa sit bifariam in V, extensa versus X in infinitum elongata erit, dum occursum cum producta AE quaerit, et ratio infinitae TX ad infinitam VX non erit alia a ratione infinitae VX ad infinitam XC.

Istud idem alia aggressionè concludere poterimus, consimile resumentes ratiocinium ei, quo usi sumus in propositionis primae demonstratione. Resumentes enim triangulum ABC, nobis repraesentans in suis parallelis basi BC velocitatis gradus continue adauctos iuxta temporis incrementa, ex quibus, cum infinitae sint, veluti infinita sunt puncta in linea AC et instantia in quovis

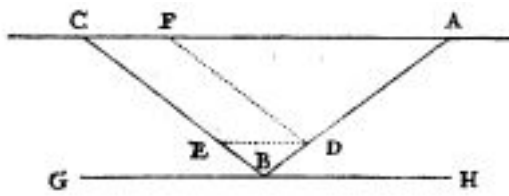
tempore, exurget superficies ipsa trianguli; si intelligamus, motum per⁷⁰⁹ alterum tantum temporis continuari, sed non amplius motu accelerato, verum aequabili, iuxta maximum gradum velocitatis acquisitae, qui gradus repraesentatur per lineam BC; ex talibus gradibus conflabitur aggregatum consimile parallelogrammo ADBC, quod duplum est trianguli ABC: quare spatium quod cum gradibus consimilibus tempore eodem conficietur, duplum erit spatii peracti cum gradibus velocitatis a triangulo ABC repraesentatis. At in plano horizontali motus est aequabilis, cum nulla ibi sit causa accelerationis aut retardationis; ergo concluditur, spatium CD peractum tempore aequali tempori AC, duplum esse spatii AC: hoc enim motu ex quiete accelerato, iuxta parallelas trianguli, conficitur; illud vero, iuxta parallelas parallelogrammi, quae, dum fuerint infinitae, duplae sunt ad parallelas infinitas trianguli.

Attendere insuper licet, quod velocitatis gradus, quicumque in mobili reperiatur, est in illo sapse natura indelebiter impressus, dum externae causae accelerationis aut retardationis tollantur,

⁷⁰⁹ intelligamus, motus per, s.

quod in solo horizontali plano contingit; nam in planis declivibus adest iam causa accelerationis maioris, in acclivibus vero retardationis: ex quo pariter sequitur, motum in horizontali esse quoque aeternum; si enim est aequabilis, non debilitatur aut remittitur, et multo minus tollitur. Amplius, existente gradu celeritatis per naturalem descensum a mobili acquisito, suapte natura indelebili atque aeterno, considerandum occurrit, quod si post descensum per planum declive fiat reflexio per aliud planum acclive, iam in isto occurrit causa retardationis: in tali enim plano idem mobile naturaliter descendit; quare mixtio quaedam contrariarum affectionum exurgit, nempe gradus illius celeritatis acquisitae in praecedenti descensu, qui per se uniformiter mobile in infinitum abduceret, et naturalis propensionis ad motum deorsum iuxta illam eandem proportionem accelerationis iuxta quam semper movetur. Quare admodum rationabile videbitur si, inquirentes quatenam contingant accidentia dum mobile post descensum per aliquod planum inclinatum reflectatur per planum aliquod acclive, accipiamus, gradum illum maximum in descensu acquisitum, idem per se perpetuo in ascendente plano servari; attamen in ascensu ei supervenire naturalem inclinationem deorsum, motum nempe ex quiete acceleratum iuxta semper acceptam proportionem.

Quod si forte haec intelligere fuerit subobscurum, clarius per ali-



*quam delineatio-
nem explicabitur.*

*Intelligatur ita-
que, factum esse*

*descensum per planum declive AB, ex quo per aliud acclive BC
continuetur motus reflexus, et sint, primo, plana aequalia, et ad
aequales angulos super horizontem GH elevata: constat iam,
quod mobile ex quiete in A descendens per AB, gradus acquirit
velocitatis iuxta temporis ipsius incrementum; gradum vero in B
esse maximum acquisite, et suapte natura immutabiliter im-
pressum, sublati scilicet causis accelerationis novae aut retarda-
tionis: accelerationis, inquam, si adhuc super extenso plano ulte-
rius progredieretur; retardationis vero, dum super planum acclive
BC fit reflexio: in horizontali autem GH aequabilis motus,
iuxta gradum velocitatis ex A in B acquisitae, in infinitum ex-
tenderetur; esset autem talis velocitas, ut in tempore aequali tem-
pori descensus per AB in horizonte conficeret spatium duplum
ipsius AB. Modo fingamus, idem mobile eodem celeritatis gradu
aequaliter moveri per planum BC, adeo ut, etiam in hoc, tem-*

pore aequali tempore descensus per AB conficeret super BC extenso spatium duplum ipsius AB; verum intelligamus, statim atque ascendere incipit, ei suapte natura supervenire illud idem quod ei contigit ex A super planum AB, nempe descensus quidam ex quiete secundum gradus eosdem accelerationis, vi quorum, ut in AB contigit, tempore eodem tantumdem descendat in plano reflexo, quantum descendit per AB: manifestum est, quod ex eiusmodi mixtione motus aequabilis ascendentis et accelerati descendens perducetur mobile ad terminum C per planum BC iuxta eosdem velocitatis gradus, qui erunt aequales. Quod vero sumptis utcunque duobus punctis D, E, aequaliter ab angulo B remotis, transitus per DB fiat tempore aequali tempori reflexionis per BE, hinc colligere possumus. Ducta DF, erit parallela ad BC; constat enim, descensum per AD reflecti per DF: quod si post D mobile feratur per horizontalem DE, impetus in E erit idem cum impetu in D; ergo ex E ascendet in C; ergo gradus velocitatis in D est aequalis gradui in E.

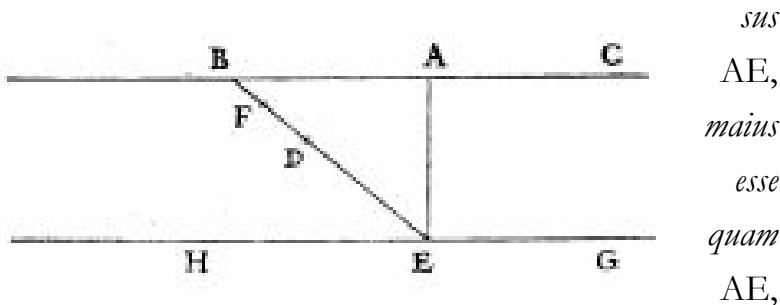
Ex his igitur rationabiliter asserere possumus, quod si per aliquod planum inclinatum fiat descensus, post quem sequatur reflexio per planum elevatum, mobile per impetum conceptum

ascendet usque ad eandem altitudinem, seu elevationem ab horizonte; ut si fiat descensus per AB, feretur mobile per planum reflexum BC usque ad horizontalem ACD, non tantum si inclinationes planorum sint aequales, verum etiam si inaequales sint, qualis est plani BD: assumptum enim prius est, gradus velocitatis esse aequales, qui super planis inaequaliter inclinatis acquiruntur, dum ipsorum planorum eadem fuerit supra horizontem elevatio. Si autem, existente eadem inclinatione planorum EB, BD, descensus per EB impellere valet mobile per planum BD usque ad D; cum talis impulsus fiat propter conceptum velocitatis impetum in puncto B, sitque idem impetus in B, seu descendat mobile per AB seu per EB; constat, quod expelletur pariter mobile per BD post descensum per AB, atque per EB. Accidet vero, quod tempus ascensus per BD longius erit quam per BC, prout descensus quoque per EB longiori fit tempore quam per AB; ratio autem eorundem temporum iam demonstrata est eadem ac longitudinum ipsorum planorum. Sequitur modo ut inquiramus proportionem spatiorum temporibus aequalibus peractorum in planis, quorum diversae sint inclinationes, eadem tamen elevationes, hoc est, quae inter easdem parallelas horizontales comprehendantur. Id autem contingit iuxta sequentem rationem.

THEOREMA XV. PROPOSITIO XXIV.

Dato inter easdem parallelas horizontales perpendiculo et plano elevato ab eius imo termino, spatium quod a mobili, post casum in perpendiculo, super plano elevato conficitur in tempore aequali tempori casus, maius est ipso perpendiculo, minus tamen quam duplum eiusdem perpendiculi.

Inter easdem parallelas horizontales BC, HG sint perpendiculum AE, et planum elevatum EB, super quo, post casum in perpendiculo AE, ex termino E fiat reflexio versus B: dico, spatium per quod mobile ascendit in tempore aequali tempori descen-



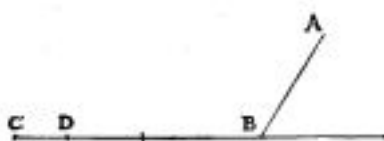
minus vero quam duplum eiusdem AE. Ponatur ED ipsi AE aequale, et ut EB ad BD, ita fiat DB ad BF; ostendetur, primo,

punctum F esse signum, quo mobile motu reflexo per EB perveniet tempore aequali tempori AE; deinde, EF maius esse quam EA, minus vero quam duplum eiusdem. Si intelligamus, tempus descensus per AE esse ut AE, erit tempus descensus per BE, seu ascensus per EB, ut ipsa linea BE; cumque DB media sit inter EB, BF, sitque BE tempus descensus per totam BE, erit BD tempus descensus per BF, et reliqua DE tempus descensus per reliquam FE: verum idem est tempus per FE ex quiete in B, atque tempus ascensus per EF, dum in E fuerit velocitatis gradus per descensum BE, seu AE, acquisitus: ergo idem tempus DE erit id in quo mobile, post casum ex A per AE, motu reflexo per EB, pervenit ad signum F; positum autem est, ED esse aequale ipsi AE: quod erat primo ostendendum. Et quia, ut tota EB ad totam BD, ita ablata DB ad ablatam BF, erit ut tota EB ad totam BD, ita reliqua ED ad DF: est autem EB maior BD: ergo et ED maior DF, et EF minor quam dupla DE, seu AE: quod erat ostendendum. Idem autem accidet si motus praecedens, non in perpendiculari, sed in plano inclinato, fiat; eademque est demonstratio, dummodo planum reflexum sit minus acclive, nempe longius plano declivi.

THEOREMA XVI, PROPOSITIO XXV.

Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum horizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis.

Sit linea horizontis CB, planum inclinatum AB, et post casum per AB equatur motus per horizontem, in quo sumatur quodlibet spatium BD: dico, tempus casus per AB ad tempus



motus per BD esse ut dupla AB ad BD. Sumpta enim BC ipsius AB dupla, constat ex praedemonstratis,

tempus casus per AB aequari tempori motus per BC: sed tempus motus per BC ad tempus motus per DB est ut linea CB ad lineam BD: ergo tempus motus per AB ad tempus per BD est ut dupla AB ad BD: quod erat probandum.

PROBLEMA X, PROPOSITIO XXVI.

*Dato perpendiculo inter lineas parallelas horizontales, dato-
que spatio maiori eodem perpendiculo, sed minori quam
duplum eiusdem⁷¹⁰, ex imo termino perpendiculi planum
attollere inter easdem parallelas, super quo motu reflexo
post descensum in perpendiculo conficiat mobile spatium
dato aequale, et in tempore aequali tempore descensus in
perpendiculo.*

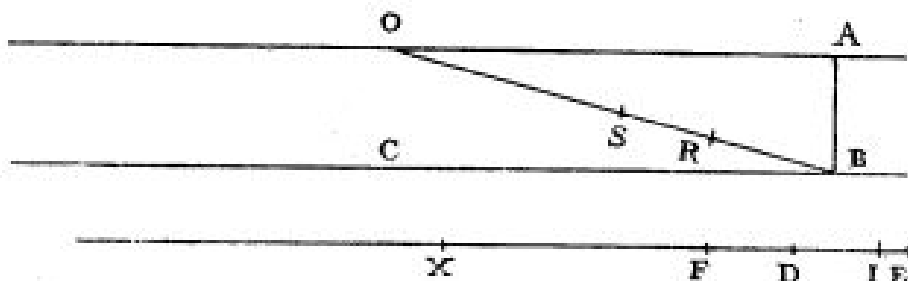
Inter⁷¹¹ parallelas horizontales AO, BC sit perpendiculum

⁷¹⁰ *quam dupluo eiusdem.*

⁷¹¹ Delle lin. 10 e seg., fino alla lin. 7 della pag. 248, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 170r., la quale comincia così: *Sit data ef maior ba, minor vero quam dupla eiusdem ba; accipiatur ed aequalis ba, et reliquae df ponatur aequalis di, et ut ei ad id, ita fiat df ad aliam fx, atque ex b reflectatur planum bo, aequale ex: dico, planum bo esse illud super quo post descensum ab mobile in tempore aequali tempore descensus per ab pertransit ascendendo spatium equale [sic] dato ef. Cum enim;* dopo di che continua, conforme al testo della stampa (lin. 20), *sit ut ei ad ecc.*, presentando le seguenti varianti:

lin. 21 e lin. 1 della pag. 248, *et, permutando, ut ed ad dx, ita di ad fx, et, componendo, ut ex ad xd, ita dx ad xf; hoc est* - 5. pag. 248 Tra ergo e «bo» leggesi, cancellato, «br, seu ba, est tempus, bs est sp....». - 7. Dopo oportebat l'autografo seguita: *Si post casum in perpendiculo fiat reflexus motus in linea orizontali....*

AB; FE vero maior sit quam BA, minor vero quam dupla eiusdem: oportet, ex B planum inter horizontales erigere, super quo mobile, post casum ex A in B, motu,



reflexo in tempore aequali tempori descensus per AB, conficiat ascendendo spatium aequale ipsi EF. Ponatur ED aequalis AB; erit reliqua DF minor, cum tota EF minor sit quam dupla ad AB: sit DI aequalis DF, et ut EI ad ID, ita fiat DF ad aliam FX, atque ex B reflectatur recta BO aequalis EX: dico, planum per BO esse illud, super quo post casum AB mobile in tempore aequali tempore casus per AB pertransit ascendendo spatium aequale dato spatio EF. Ipsis ED, DF aequales ponantur BR, RS: cum enim sit ut EI ad ID, ita DF ad FX, erit, componendo, ut ED ad DI, ita DX ad XF; hoc est, ut ED ad DF,

ita DX ad XF, et EX ad XD; hoc est, ut BO ad OR, ita RO ad OS. Quod si ponamus, tempus per AB esse AB, erit tempus per OB ipsa OB, et RO tempus per OS, et reliqua BR tempus per reliquum SB, descendendo ex O in B: sed tempus descensus per SB ex quiete in O est aequale tempori ascensus ex B in S post descensum AB: ergo BO est planum ex B elevatum, super quo post descensum per AB conficitur tempore BR, seu BA, spatium BS, aequale spatio dato EF: quod facere oportebat.

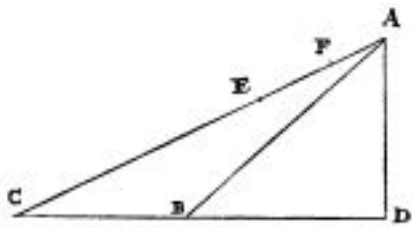
THEOREMA XVII, PROPOSITIO XXVII.

Si in planis inaequalibus, quorum eadem sit elevatio, descendat mobile⁷¹², spatium quod in ima parte longioris conficitur in tempore aequali ei in quo conficitur totum planum

⁷¹² Delle lin. 9-28 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 87r., in capo alla quale si legge, di mano di GALILEO: *Scritta*. Essa presenta le seguenti varianti:

9. *descendat mobile* è stato sostituito a *fiat motus*, che GALILEO aveva scritto e poi cancellò. - 10-11. *conficitur tempore aequali tempori quo* - 11. Tra *brevius* ed *est* leggesi, cancellato, *ad planum brevius eandem habet rationem*. - La parola *spatio* è scritta sopra *plano*, che non è cancellato. - 14. Tra *longius* e *brevius* leggesi, cancellato, *planum*. - 22. *conficitur ex discessu ex* - 27. *reliquum* fc *tempus erit*

brevius, est aequale spatio quod componitur ex ipso breviori plano et ex parte ad quam idem brevis planum eam habet rationem, quam habet planum longius ad excessum quo longius brevis superat.



Sit planum AC longius, AB vero brevis, quorum eadem sit elevatio AD, et ex ima parte AC sumatur CE aequale ipsi

AB, et quam rationem habet totum CA ad AE, nempe ad excessum plani CA super AB, hanc habeat CE ad EF: dico, spatium FC esse illud quod conficitur, post discessum ex A, tempore aequali tempore descensus per AB. Cum enim totum CA ad totum AE sit ut ablatum CE ad ablatum EF, erit reliquum EA ad reliquum AF ut totum CA ad totum AE; sunt itaque tres CA, AE, AF continue proportionales: quod si ponatur, tempus per AB esse ut AB, erit tempus per AC ut AC; tempus vero per

Alla lin. 28 la stampa originale legge *ergo fit propositum*, che abbiamo corretto, conforme alla bozza autografa, in *ergo patet propositum*.

AF erit ut AE, et per reliquum FC erit ut EC: est autem EC ipsi AB aequale: ergo patet propositum.

PROBLEMA XI, PROPOSITIO XXVIII.⁷¹³

Tangat horizontalis linea AG circulum, et a contactu sit diameter AB, et duae chordae utcunque AEB: determinanda sit ratio temporis casus per AB ad tempus descensus per ambas AEB. Extendatur BE usque ad tangentem in G, et angulus BAE bifariam secetur, ducta AF: dico, tempus per AB ad tempus per AEB esse ut AE ad AEF. Cum enim angulus FAB aequalis sit angulo FAE, angulus vero EAG angulo ABF, erit totus GAF duobus FAB, ABF aequalis; quibus aequatur quoque angulus GFA; ergo linea GF ipsi GA est aequalis: et quia rectangulum BGE aequatur quadrato GA, erit quoque aequale

⁷¹³ Nella stampa originale la *Propositio XXVIII* è intitolata, per errore, *Theorema XVIII* e la *Propositio XXIX* è intitolata *Problema XI*.

Delle lin. 2-21 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 84r, in capo alla quale si legge, di mano di GALILEO: *Scritta*. Essa presenta le seguenti varianti: 2. *horizontalis ag circulum* - 3. *et 2 cordae* - 18-19. *quod erat determinandum* manca nella bozza autografa. - 20-21. *mediam inter*.

quadrato GF, et tres lineae BG, GF, GE proportionales. Quod si ponatur, AE esse tempus per AE, erit GE tempus per GE, et GF tempus per totam GB, et EF tempus per EB, post descensum ex G seu ex A per AE: tempus igitur per AE, seu per AB, ad tempus per AEB est ut AE ad AEF: quod erat determinandum.

Aliter brevius. Secetur GF aequalis GA; constat, GF esse mediam proportionalem inter BG, GE. Reliqua ut supra.

THEOREMA XVIII⁷¹⁴, PROPOSITIO XXIX.

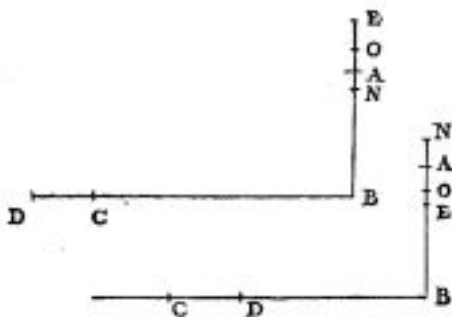
Dato quolibet spatio horizontali, ex cuius termino erectum sit perpendiculum, in quo sumatur pars aequalis dimidio spatii in horizontali dato, mobile ex tali altitudine descendens et in horizontali conversum conficiet horizontale spatium

⁷¹⁴ Delle lin. 23 e seg., fino alla lin. 2 della pag. 250, si ha una bozza autografa nei cod. A, a car. 73r., e delle lin. 3-31 della pag. 250 si ha un'altra bozza, pure autografa, nel medesimo codice, a car. 78r.: in capo a quest'ultima si legge, di mano di GALILEO: *Scritta*. Tali bozze presentano le seguenti varianti:

23. *Dato in horizontali quolibet spatio, ex - 24-25. horizontali signati, mobile*

una cum perpendiculo breviori tempore, quam quodcunque aliud spatium perpendiculi cum eodem spatio horizontali.

Sit⁷¹⁵ planum horizontale, in quo datum sit quodlibet spatium BC, et ex termino B sit perpendiculum, in quo BA sit dimidium ipsius BC: dico, tempus, quo mobile ex A demissum conficiet ambo spatia AB, BC, esse temporum omnium brevissimum, quibus idem spatium BC cum parte perpendiculi, sive maiori sive minori



è A, a car. 78r.: in capo a LILEO: Scritta. Tali bozze

ed in leggesi, cancellato, um bc - 11-14. *Sit sumpta*

maior vel minor eb: ostendendum. Tra *Sit* e *sumpta* leggesi, cancellato, *primum*. - 17-18. *tempus erit ut bc. Sit* - 20-21. *Fiat ut eb ad ba, ita* - 23-24. *cumque bc, nempe dupla ba, sit.* Le parole *nempe dupla ba* sono aggiunte fra le righe. - 25. Dopo *dupla ba* leggesi, cancellato: *Cum autem db dupla sit be, et cb dupla ba, erit ut.* - 27. *ut ob ad bn, ratio autem be ad ba dupla sit rationis ob ad ba, erit* - 30. *igitur 4 eb, bo, ba, bn continue* - 31. Le parole *ex quo patet propositum* mancano nella bozza autografa.

parte AB, conficeretur. Sit sumpta maior, ut in prima figura, vel minor, ut in secunda, EB: ostendendum est, tempus quo conficiuntur spatia EB, BC, longius esse tempore quo conficiuntur AB, BC. Intelligatur, tempus per AB esse ut AB; erit quoque tempus motus in horizontali BC, cum BC dupla sit ad AB, et per ambo spatia ABC tempus erit dupla BA. Sit BO media inter EB, BA; erit BO tempus casus per EB: sit praeterea horizontale spatium BD duplum ipsius BE; constat, tempus ipsius post casum EB esse idem BO. Fiat ut DB ad BC, seu ut EB ad BA, ita OB ad BN, et cum motus in horizontali sit aequalis, sitque OB tempus per BD post casum ex E: erit NB tempus per BC post casum ex eadem altitudine E. Ex quo constat, OB cum BN esse tempus per EBC; cumque dupla BA sit tempus per ABC, ostendendum relinquitur, OB cum BN maiora esse quam dupla BA. Cum autem OB media sit inter EB, BA, ratio EB ad BA dupla est rationis OB ad BA; et cum EB ad BA sit ut OB ad BN, erit quoque ratio OB ad BN dupla rationis OB ad BA: verum ipsa ratio OB ad BN componitur ex rationibus OB ad BA et AB ad BN: ergo ratio AB ad BN est eadem cum ratione OB ad BA. Sunt igitur BO, BA, BN tres continue proportionales, et OB cum BN maiores

quam dupla BA: ex quo patet propositum.

THEOREMA XIX, PROPOSITIO XXX.

Si ex aliquo puncto lineae horizontalis descendat perpendicularum, ex alio vero puncto in eadem horizontali sumpto ducendum sit planum usque ad perpendicularum, per quod mobile tempore brevissimo usque ad perpendicularum descendat; tale planum erit illud quod de perpendicularo abscindit partem aequalem distantiae puncti accepti in horizontali a termino perpendiculari.

Sit perpendicularum BD, ex puncto B horizontalis lineae AC descendens, in qua sit quodlibet punctum C, et in perpendicularo ponatur distantia BE aequalis distantiae BC, et ducatur CE: dico, planorum omnium ex puncto C usque ad perpendicularum inclinorum, CE esse illud super quo tempore omnium brevissimo fit descensus usque ad perpendicularum. Inclinentur enim, supra et infra, plana CF, CG, et ducatur IK, circum semidiametro BC descriptum tangens in C, quae erit perpendicularo aequidistans; et ipsi CF parallela sit EK, usque ad tangentem protracta, secans circumferentiam circuli in L: constat, tempus

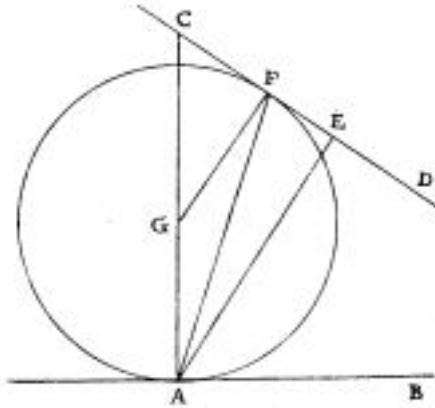
casus per LE esse aequale tempori casus per CE: sed tempus per KE est longius quam per LE: ergo tempus per KE longius est quam per CE. Sed tempus per KE aequatur tempori per CF, cum sint aequales et secundum eandem inclinationem ductae; similiter, cum CG et IE sint aequales et iuxta eandem inclinationem inclinatae, tempora lationum per ipsas erunt aequalia: sed tempus per HE, breviorum ipsa IE, est brevius tempore per IE: ergo tempus quoque per CE (quod aequatur tempori per HE) brevius erit tempore per IE. Patet ergo propositum.

THEOREMA XX, PROPOSITIO XXXI.

Si linea recta super horizontalem fuerit utcunque inclinata, planum a dato puncto in horizontali usque ad inclinatam extensum, in quo descensus fit tempore omnium brevissimo, est illud quod bifariam dividit angulum contentum a duabus perpendicularibus a dato puncto extensis, una ad horizontalem lineam, altera ad inclinatam.

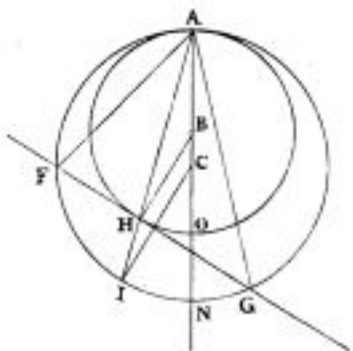
Sit CD linea supra horizontalem AB utcunque inclinata, datoque in horizontali quocunque puncto A, educantur ex eo AC

perpendicularis ad AB, AE vero perpendicularis ad CD, et angulum CAE bifariam dividat FA linea: dico, planorum omnium ex quibuslibet punctis lineae CD ad punctum A inclinatorum, extensum per FA esse in quo, tempore omnium brevissimo fiat descensus. Ducatur FG ipsi AE parallela; erunt anguli GFA,



FAE coalterni aequales: est autem EAF ipsi FAG aequalis: ergo trianguli latera FG, GA aequalia erunt. Si itaque centro G, intervallo GA, circulus describatur, transibit per F, et horizontalem et inclinatam tanget in punctis A, F; est enim angulus GFC

rectus, cum GF ipsi AE sit aequidistans: ex quo constat, lineas omnes usque ad inclinatam ex puncto A productas extra circumferentiam extendi, et, quod consequens est, lationis per ipsas longiori tempore absolvi quam per FA. Quod erat demonstrandum.



LEMMA.⁷¹⁶

Si duo circuli se se intus contingant, quorum interiorem quaelibet linea recta contingat, exteriorem vero secet, tres lineae a contactu circulorum ad tria puncta rectae lineae tangentis, nempe ad contactum interioris circuli et ad sectiones exterioris, protractae, angulos in contactu circulorum aequales continebunt.

Tangant se intus in puncto A duo circuli, quorum centra, B minoris, C maioris; interiorem vero circumulum contingat recta quaelibet linea FG in puncto H, maiorem autem secet in punctis F, G; et connectantur tres lineae AF, AH, AG: dico, angulos ab illis contentos FAH, GAH esse aequales. Extendatur AH usque ad circumferentiam in I, et ex centris producantur BH, CI, et per eadem centra ducta sit BC, quae extensa cadet in

⁷¹⁶ Nel cod. A, a car. 33t., si trova, disegnata di mano di GALILEO (come si arguisce dalla forma delle lettere), la figura relativa a questo Lemma.

contactum A et in circumferentias circulorum in O et N: et quia anguli ICN, HBO aequales sunt, cum quilibet ipsorum duplus sit anguli IAN, erunt lineae BH, CI parallelae. Cumque BH, ex centro ad contactum, sit perpendicularis ad FG, erit quoque ad eandem perpendicularis CI et arcus FI arcui IG aequalis, et, quod consequens est, angulus FAI angulo IAG. Quod erat ostendendum.

THEOREMA XXI, PROPOSITIO XXXII.

Si⁷¹⁷ in horizonte sumantur duo puncta, et ab altero ipsorum

⁷¹⁷ Delle lin. 12 e seg., fino alla lin. 13 della pag. 254, si ha nel cod. A, a car. 168r., della mano giovanile di GALILEO, una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del GUIDUCCI, a car. 33r. dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

12-14. *quaelibet linea inclinetur, ad quam ex altero puncto orizontis altera recta ducatur, ex ea secans partem aequalem.* Tra *inclinetur* e *ad* si legge, cancellato: *in qua sumatur a termino in orizonte pars aequalis ei quae inter puncta in orizonte signata intercipitur, et ad.* -14-15. *orizontis* - 15. *absolvitur* - 16. *eandem lineam inclinatam* - 18-19. *aequales supra et infra ab.* Tra *infra* ed *ab* si legge, cancellato, *hanc.* - 20. *temporibus aequalibus* - 21. *in linea orizontali duo* - 22. *et*

quaelibet linea versus alterum inclinetur, ex quo ad inclinatam recta linea ducatur, ex ea partem abscindens aequalem ei quae inter puncta horizontis intercipitur, casus per hanc ductam citius absolvetur quam per quascunque alias rectas ex eodem puncto ad eandem inclinatam protractas. In aliis autem quae per angulos aequales hinc inde ab hac distiterint, casus fiunt temporibus inter se aequalibus.

Sint in horizonte duo puncta A, B, et ex B inclinetur recta BC, in qua ex termino B sumatur BD, ipsi BA aequalis, et iungatur AD: dico, casum per AD velocius fieri quam per quamlibet ex A ad inclinatam BC productam. Ex punctis enim A, D ad ipsas BA, BD perpendiculares ducantur AE, DE, se se in E secantes: et quia in triangulo aequicruri ABD anguli BAD, BDA sunt aequales, erunt reliqui ad rectos DAE, EDA aequales; ergo, centro E, intervallo EA, descriptus circulus per D quoque transibit, et lineas BA, BD tanget in punctis A, D.

a b inclinetur - 24. Dopo «iungatur ad» leggesi, cancellato, *a qua per angulos aequales dirimantur duae ag, ac.* - 27. Dopo *productam* si legge, cancellato, *et insuper tempora casuum per ag, ac esse aequalia.* pag. 254, lin 3. *intervallo autem ea.*

Et cum A sit terminus perpendiculi AE, casus per AD citius absolvetur quam per quamcunque⁷¹⁸ aliam ex eodem termino A usque ad lineam BC ultra circumferentiam circuli extensam: quod erat primo ostendendum.

Quod si, extenso perpendiculo AE, in eo sumatur quodvis centrum F, et secundum intervallum FA circulus AGC describatur, tangentem lineam in punctis G, C secans, iunctae AG, AC per angulos aequales a media AD, ex ante demonstratis, dirimentur; et per ipsas, lationes temporibus aequalibus absolventur, cum ex puncto sublimi A ad circumferentiam circuli AGC⁷¹⁹ terminentur.

⁷¹⁸ Delle lin. 12 e seg., fino alla lin. 13 della pag. 254, si ha nel cod. A, a car. 168r., della mano giovanile di GALILEO, una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del GUIDUCCI, a car. 33r. dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

6. *quamcumque* - 7-8. *primo demonstrandum. Quod si in perpendiculo ae sumatur infra et quodcumque centrum* - 9-10. *describatur, lineam bc in punctis*. Tra *describatur e lineam* si legge, cancellato, *iunctis*. - 10-13. *aequales, ex antedemonstratis, a media ad dirimentur; et patet, per ipsas eodem tempore fieri motum, cum ex apice perpendiculi ad circumferentiam agc sint ductae.*

⁷¹⁹ Alla lin. 12 la stampa originale legge, per errore, *circuli AGO*.

PROBLEMA XII, PROPOSITIO XXXIII.⁷²⁰

Dato perpendiculo et plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur mobile, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum conficiat tempore eodem, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

Sint perpendiculum et planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, AB, AC: oportet, in perpendiculo BA, producto ex parte A, punctum reperire, ex quo descendens mobile conficiat spatium AC eodem tempore, quo conficit datum perpendiculum

⁷²⁰ Delle lin. 15 e seg., fino alla lin. 21 della pag. 255, si ha nel cod. A, a car. 161t., una bozza autografa, la quale presenta le seguenti varianti:

18-19. *ipsum planum inclinatum conficiat eodem tempore, quo* - 20. *perpendiculus* - 21-22. *ex a in h, punctum invenire, ex qua demissum mobile* - 23. *conficit perpendiculum* -23-24. *ad rectos angulos ad* - 24-26. *iungatur ad, quae maior erit ipsa dc, et angulus adc maior angulo cad. Fiat*

AB ex quiete in A. Ponatur DCE ad angulos rectos ad AC, et secetur CD aequalis AB, et iungatur AD: erit angulus ADC maior angulo CAD (est enim CA maior quam AB, seu CD). Fiat angulus DAE aequalis angulo ADE, et ad ipsam AE perpendicularis sit EF, plano inclinato et⁷²¹ utrinque extenso occurrens in F, et utraque AI, AG ponatur ipsi CF aequalis, et per G ducatur GH, horizonti aequidistans: dico, H esse punctum quod quaeritur.

Intelligatur enim, tempus casus per perpendicularum AB esse AB; erit tempus per AC ex quiete in A ipsamet AC: cumque in triangulo rectangulo AEF ab angulo recto E perpendicularis ad basim AF sit acta EC, erit AE media inter FA, AC, et CE media inter AC, CF, hoc est inter CA, AI: et cum ipsius AC tempus ex A sit AC, erit AE tempus totius AF, et EC tempus ipsius AI. Quia vero in triangulo aequicruri AED latus AE est aequale lateri ED, erit ED tempus per AF: et est EC tempus per AI: ergo CD, hoc est AB, erit tempus per IF ex quiete in A: quod idem est ac si dicamus, AB esse tempus per AC ex G, seu ex H: quod erat faciendum.

⁷²¹ Fino alla lin. 21 della pag. 255, si ha nel cod. A, a car. 161t., una bozza autografa, la quale presenta le seguenti varianti:

1. inclinato et extenso - 2-3. per g orizonti aequidistans gh: dico - 8-10. ex a ipsa ac: cumque - 21. quod erat determinandum.

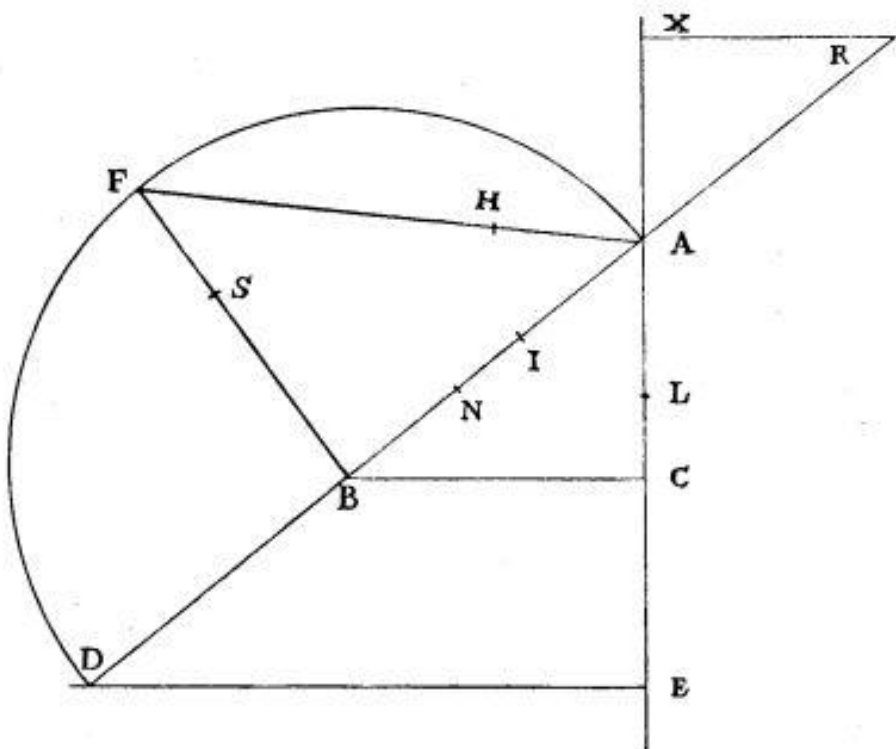
PROBLEMA XIII, PROPOSITIO XXXIV.⁷²²

Dato plano inclinato et perpendicularo, quorum idem sit sublimis terminus, punctum sublimius in perpendicularo extenso reperire, ex quo mobile decidens, et per planum inclinatam conversum, utrumque conficiat tempore eodem ac solum planum inclinatam ex quiete in eius superiori termino.

Sint planum inclinatam et perpendicularum AB, AC, quorum idem sit terminus A: oportet, in perpendicularo ad partes A

⁷²² Delle lin. 23 e seg., fino alla lin. 33 della pag. 257, si ha, nel cod. A, a car. 93t., una bozza autografa, la quale porta, sempre della mano di GALILEO, l'indicazione «Scritta»; e delle lin. 23-26 di questa pag. 255 si ha una bozza, pure autografa, nel medesimo cod. A, a car. 74t., con premessavi l'intitolazione «*Propositio*». Le due bozze sono, nella parte comune, interamente conformi, e presentano le seguenti varianti a confronto della stampa:

23-24. *quorum eadem sit elevatio, punctum sublime in perpendicularo reperire* - 27-28. *quorum eadem sit elevatio, nempe ac: oportet.*



extenso punctum sublime reperire, ex quo mobile decidens et per planum AB conversum, partem assumptam perpendiculi et planum AB conficiat tempore eodem ac solum planum AB ex quiete in A⁷²³. Sit horizontalis linea BC, et secetur AN aequalis AC;

⁷²³ Fino alla lin. 33 della pag. 257, si ha, nel cod. A, a car. 93t., una bozza autografa, la quale porta, sempre della mano di

et ut AB ad BN, ita fiat AL ad LC; et ipsi AL ponatur aequalis AI, et ipsarum AC, BI tertia proportionalis sit CE, in perpendiculo AC producto signata: dico, CE esse spatium quaesitum, adeo ut, extenso perpendiculo supra A et assumpta parte AX ipsi CE aequali, mobile ex X conficiet utrumque spatium XAB aequali tempore ac solum AB ex A.

Ponatur horizontalis XR aequidistans BC, cui occurrat BA

GALILEO, l'indicazione «Scritta». 2-3. *ac si ex quiete in a per solum planum ab descenderet. Sit* - 4. *Tra et ed ipsarum* si legge, cancellato, *quam proportionem habet ac ad bi.* - 6. *Tra «supra a» ed et* si legge, cancellato, *et in eo posita parte.* - 9. Le parole da *Ponatur* a «*extensa in r*» sono sostituite a queste altre, che leggonsi cancellate: *Ponatur bs aequalis be, seu cg (constat enim, eas esse inter se aequales, cum sint mediae inter ac, ce).* - 10-11. *supra ad semicirculus describatur* è sostituito a *supra ad, ae semicirculi describantur*, che leggesi cancellato. - 12. *Tra circumferentiam e patet* leggesi, cancellato: *extendanturque bc usque ad alteram circumferentiam in g: constat, cg esse medium inter ac, ce, et ideo aequalem ipsi bi.* Dopo *patet* segue, cancellato, *similiter.* - 13. Dopo «*bi*» segue, cancellato, *seu cg.*

extensa in R; deinde, producta AB in D, ducatur ED aequidistans CB, et supra AD semicirculus describatur, et ex B ipsi DA perpendicularis erigatur BF usque ad circumferentiam: patet, FB esse mediam inter AB, BD, et ductam FA mediam inter DA, AB. Ponatur BS aequalis BI, et FH aequalis FB: et quia ut AB ad BD, ita AC ad CE, estque BF media inter AB, BD, et BI media inter AC, CE, erit ut BA ad AC, ita FB ad BS⁷²⁴; et cum sit ut BA ad AC, seu ad AN, ita FB ad BS, erit, per conversionem rationis, BF ad FS ut AB ad BN, hoc est AL ad LC. Rectangulum igitur sub FB, CL aequatur rectangulo sub AL, SF; hoc autem rectangulum AL, SF est excessus rectanguli sub AL, FB, seu AI, BF, super rectangulo AI, BS, seu AIB; rectangulum vero FB, LC est excessus rectanguli AC, BF super

⁷²⁴ Fino alla lin. 33 della pag. 257, si ha, nel cod. A, a car. 93t., una bozza autografa, la quale porta, sempre della mano di GALILEO, l'indicazione «Scritta». 2. Tra «*ita fb ad*» e «bs» leggesi, cancellato, «cg et ad». - 2. *seu an, ita* - 8. Tra «*ita fb ad*» e «bi» leggesi, cancellato, «cg, idest ad».- 11. *nempe duobus aib cum* - Comune - 14. *Comuniter* - 22. *comune* - *aequalis ipsi ai: si* - 26. *per ac erit ac, et* - 31. *seu xa, est* - 31-33. *ergo patet propositum*.

rectangulo AL, BF; rectangulum autem AC, BF aequatur rectangulo ABI (est enim ut BA ad AC, ita FB ad BI): excessus igitur rectanguli ABI super rectangulo AI, BF, seu AI, FH, aequatur excessui rectanguli AI, FH super rectangulo AIB: ergo bina rectangula AI, FH aequantur duobus ABI, AIB, nempe binis AIB cum quadrato BI. Commune sumatur quadratum AI: erunt bina rectangula AIB cum duobus quadratis AI, IB, nempe quadratum ipsum AB, aequale binis rectangulis AI, FH cum quadrato AI. Communiter rursus assumpto quadrato BF, erunt duo quadrata AB, BF, nempe unicum quadratum AF, aequale binis rectangulis AI, FH cum duobus quadratis AI, FB, id est AI, FH. Verum idem quadratum AF aequale est binis rectangulis AHF cum duobus quadratis AH, HF; ergo bina rectangula AI, FH cum quadratis AI, FH aequalia sunt binis rectangulis AHF cum quadratis AH, HF; et dempto communi quadrato HF, bina rectangula AI, FH cum quadrato AI erunt aequalia binis rectangulis AHF cum quadrato AH. Cumque rectangulorum omnium FH sit latus commune, erit linea AH aequalis lineae AI: si enim maior vel minor esset, rectangula quoque FHA et quadratum HA maiora vel minora essent rectangulis FH, IA et quadrato IA, contra id quod demonstratum

est. Modo si intelligamus, tempus casus per AB esse ut AB, tempus per AC erit ut AC, et ipsa IB, media inter AC, CE, erit tempus per CE, seu per XA ex quiete in X: cumque inter DA, AB, seu RB, BA, media sit AF, inter vero AB, BD, id est RA, AB, media sit BF, cui aequatur FH, erit, ex praedemonstratis, excessus AH tempus per AB ex quiete in R, seu post casum ex X, dum tempus eiusdem AB ex quiete in A fuerit AB. Tempus igitur per XA est IB; per AB vero post RA, seu post XA, est AI; ergo tempus per XAB erit ut AB, idem nempe cum tempore per solam AB ex quiete in A. Quod erat propositum.

PROBLEMA XIV, PROPOSITIO XXXV.

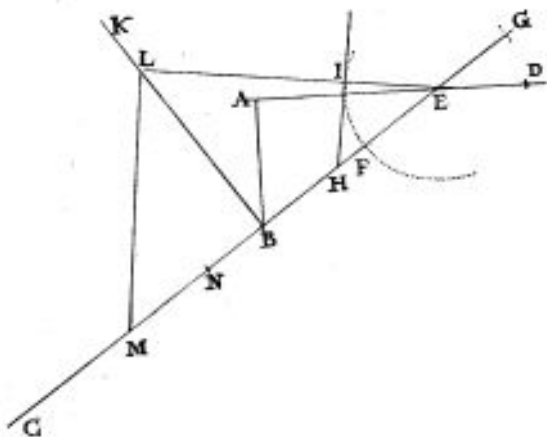
Data inflexa ad datum perpendicularum, partem in inflexa accipere, in qua sola, ex quiete, fiat⁷²⁵ motus eodem tempore

⁷²⁵ Delle lin. 2 e seg., fino alla lin. 12 della pag. 259, si ha nel cod. A, a car. 142r., una bozza autografa, della quale è, di mano del GUIDUCCI, una copia, diversa soltanto in due luoghi, nello stesso cod. A, a car. 51r.. Questi manoscritti presentano le seguenti varianti a confronto della stampa:

3. *sola fiat* - 5. *perpendicularus* - 6. *sola fiat* - 8. *orizon* - 9-10. *cb occurrat*.

Nella copia del GUIDUCCI tra «cb» e *occurrat* è aggiunto fra le linee, della sua stessa mano, *extensa*. -11-12. Tra «ba» ed *et si*

Sit perpendicularum AB, et ad ipsum inflexa BC: oportet, in BC partem accipere, in qua sola, ex quiete, fiat motus eodem tempore ac in eadem cum perpendicularo AB. Ducatur horizon



AD, cui incli-
nata CB ex-
tensa occurrat
in E, ponatur-
que BF aequa-
lis BA, et, cen-
tro E, inter-
vallo EF, circu-
lus describatur

FIG, et FE ad circumferentiam usque protrahatur in G, et ut GB ad BF, ita fiat BH ad HF, et HI circulum tangat in I; deinde ex B perpendicularis ad FC erigatur BK, cui occurrat in

457

L linea EIL; tandem ipsi EL perpendicularis ducatur LM, occurrens BC in M: dico, in linea BM ex quiete in B fieri motum eodem tempore ac ex quiete in A per ambas AB, BM. Ponatur EN aequalis EL; cumque ut GB ad BF, ita sit BH ad HF, erit, permutando, ut GB ad BH, ita BF ad FH, et, dividendo, GH ad HB, ut BH ad HF: quare rectangulum GHF quadrato HB erit aequale: sed idem rectangulum aequatur quoque quadrato HI: ergo BH ipsi HI est aequalis. Cumque in quadrilatero ILBH latera HB, HI sint aequalia, et anguli B, I recti, erit latus quoque BL ipsi LI aequale: est autem EI aequalis EF: ergo tota LE, seu NE, duabus LB, EF est aequalis. Auferatur⁷²⁶ communis EF; erit reliqua FN ipsi LB aequalis:

⁷²⁶ Delle lin. 2 della pag. 258 e seg., fino alla lin. 12 della pag. 259, si ha nel cod. A, a car. 142r, una bozza autografa, della quale è, di mano del GUIDUCCI, una copia, diversa soltanto in due luoghi, nello stesso cod. A, a car. 51r. Questi manoscritti presentano le seguenti varianti a confronto della stampa:

2. *Auferat* [sic] *communis ef*; *ergo reliqua fn ipsi lb aerit* [sic] *aequalis*
 - 3. *est fb ipsi ba aequalis: ergo* - 6. Tra *tempus* e *casus* leggesi, cancellato, *erit bn*. - Tra «eb» e *seu* si legge, cancellato, *erit ipsa bn, seu*. - 6-7. *positum est autem, tempus*. La copia del GUIDUCCI è conforme alla stampa. - 11-12. *aequalem duobus*.

at posita est FB aequalis ipsi BA: ergo LB duabus AB, BN aequatur. Rursus, si intelligatur, tempus per AB esse ipsam AB, erit tempus per EB ipsi EB aequale; tempus autem per totam EM erit EN, media scilicet inter ME, EB; quare reliquae BM tempus casus post EB, seu post AB, erit ipsa BN: positum autem est, tempus per AB esse AB: ergo tempus casus per ambas ABM est ABN. Cum autem tempus per EB ex quiete in E sit EB, tempus per BM ex quiete in B erit media proportionalis inter BE, BM; haec autem est BL; tempus igitur per ambas ABM ex quiete in A est ABN: tempus vero per BM solam ex quiete in B est BL; ostensum autem est, BL esse aequalem duabus AB, BN; ergo patet propositum.

Aliter, magis expedite.

Sit BC planum inclinatum, BA perpendicularum. Ducta perpendiculari per B ad EC, et utrinque extensa, ponatur BH aequalis excessui BE super BA, et angulo BHE ponatur aequalis angulus HEL; ipsa vero EL extensa occurrat BK in L, et ex L excitetur perpendicularis ad EL, LM, occurrens BC in M: dico, BM esse spatium in plano BC quaesitum. Quia enim angulus MLE rectus est, erit BL media inter MB, BE, et LE media inter ME, EB, cui EL secetur aequalis EN; et erunt tres

lineae NE, EL, LH aequales, et HB erit excessus NE super BL: verum eadem HB est etiam excessus NE super NB, BA: ergo duae NB, BA aequales sunt BL. Quod si ponatur, EB esse tempus per EB, erit BL tempus per BM ex quiete in B, et BN erit tempus eiusdem post EB, seu post AB, et AB erit tempus per AB: ergo tempora per ABM, nempe ABN, aequalia sunt tempori per solam BM ex quiete in B: quod est intentum.

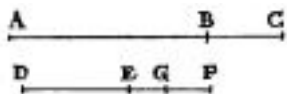
LEMMA.

Sit DC⁷²⁷ ad diametrum BA perpendicularis, et a termino B educatur BED utcunque, et connectatur FB: dico, FB inter DB, BE esse mediam. Connectatur EF, et per B ducatur tangens BG, quae erit ipsi CD parallela; quare angulus DBG angulo FDB erit aequalis: at eidem GBD aequatur quoque angulus EFB in portione altera: ergo similia sunt triangula FBD, FEB, et ut BD ad BF, ita FB ad BE.

⁷²⁷ Delle lin. 2-11 si ha una bozza autografa, interamente conforme alla stampa, nel cod. A, a car. 172*t*.

LEMMA.

Sit⁷²⁸ linea AC maior ipsa DF, et habeat AB ad BC maiorem rationem quam DE ad EF:



dico, AB ipsa DE esse maiorem.

Quia enim AB ad BC maiorem rationem habet quam DE ad EF; quam rationem habet AB ad BC, hanc habebit DE ad minorem quam EF. Habeat ad EG: et quia AB ad BC est ut DE ad EG, erit, componendo et per conversionem rationis, ut CA ad AB, ita GD ad DE: est autem

⁷²⁸ Delle lin. 13-19 si ha una bozza nel cod. A, a car. 185r., ed un'altra nello stesso codice, a car. 172t. Tutt'e due sono della mano giovanile di GALILEO; ma per la forma del carattere, e soprattutto per il fatto che a car. 185r. si legge soltanto tale Lemma, mentre a car. 172t. esso è scritto di séguito all'altro Lemma che anche nella stampa gli precede, si può tenere questa bozza come posteriore a quella. Esse sono tra di loro conformi (fuorché la bozza a car. 185r. presenta, come noteremo, due cancellature, che non sono nell'altra), ed offrono le seguenti varianti a confronto della stampa:

14. *ipsa de maiorem esse. Quia* - 15-16. Nella prima bozza, dopo «ad ef» si legge, cancellato, *quam rationem habebit*, e dopo *rationem* (lin. 16) è ripetuto (e pur cancellato) *habebit*. - 17. *quam ef. Sit eg: et* - 18. *erit ut ca* - 19. *ergo et ba ipsa*.

CA *maior* GD: *ergo* BA *ipsa* DE *maior erit*.

LEMMA.

Sit⁷²⁹ circuli quadrans ACIB; et ex B, ipsi AC parallela, BE; et ex quovis centro in ea sumpto circulus BOES descriptus, tangens AB in B, et secans circumferentiam quadrantis in I; et iuncta sit CB, et CI usque ad S extensa: dico, lineam CI minorem semper esse ipsa CO. Iungatur AI, quae circum BOE tanget. Si enim ducatur DI, erit⁷³⁰ aequalis ipsi DB; cum vero

⁷²⁹ Delle lin. 21-22 della presente pagina e 1-28 della pag. 261 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 163r., la quale presenta le seguenti varianti:

lin. 21-22 e lin. 1-3 della pag. 261. *parallela, ducatur be; et in ea assumpto centro, circulus boes describat [sic], ita ut secet circumferentiam quadrantis, quod sit in i; et connectatur cb et ci, quae usque ad s extendatur: dico, lineam ci ipsa co semper esse minorem. Iungatur.*

⁷³⁰ Delle lin. 21-22 della pagina 260 e 1-28 della pag. 261 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 163r., la quale presenta le seguenti varianti:

4-5. *enim iungatur di, erit* - 5-7. *vero db tangat quadrantem, tanget etiam di; ergo ad* - 8-9. *tanget. Et* - 10. *periferiae* - 14-16. *maior ci, cum* □ *bco sit aequale* □ *sci. Idem.* Si noti che le parole da *cum* a «sci»

DB quadrantem tangat, tanget etiam eundem DI et ad diametrum AI erit perpendicularis; quare et ipsa AI circum BOE tanget in I. Et quia angulus AIC maior est angulo ABC, cum maiori insistat peripheriae, ergo angulus quoque SIN ipso ABC maior erit: quare portio IES maior est portione BO, et linea CS, centro vicinior, maior ipsa CB: quare et CO maior CI, cum SC ad CB sit ut OC ad CI.

Idem autem magis accidet, si (ut in altera figura) BIC quadrante fuerit minor. Nam perpendicularis DB circum secabit CIB; quare DI quoque, cum ipsi DB sit aequalis; et angulus DIA erit obtusus, et ideo AIN circum quoque BIE⁷³¹ secabit. Cumque angulus ABC minor sit angulo AIC, qui aequatur ipsi

sono cancellate, e che dopo «*maior ci*» è richiamata un'aggiunta marginale, la quale forse conteneva il testo della stampa, ma è così cancellata da non potersi leggere.

⁷³¹ Alla lin. 22 abbiamo corretto BIE in luogo di BIN, che si legge nella stampa. Anche la bozza autografa ha «bin», ma nella figura della bozza la lettera «n» designa l'intersezione del prolungamento di «ai» col cerchio.

SIN; iste autem est adhuc minor eo qui ad contactum in I fieret per lineam SI; ergo portio SEI est longe maior portione BO: unde etc. *Quod erat demonstrandum.*

THEOREMA XXII, PROPOSITIO XXXVI.

Si in circulo ad horizontem erecto ab imo puncto eleuetur planum non maiorem subtendens circumferentiam quadrante, a terminis cuius duo alia plana ad quodlibet circumferentiae punctum inflectantur, descensus in planis ambobus inflexis breviori tempore absolvetur, quam in solo priori plano elevato, vel quam in altero tantum ex illis duobus, nempe in inferiori.

Sit⁷³² circuli ad horizontem erecti ab imo puncto C circumferentia CBD, non maior quadrante, in qua sit planum elevatum

⁷³² Delle lin. 5 e seg., fino alla lin. 19 della pag. 263, si ha nel cod. A, a car. 163r., una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del GUIDUCCI, a car. 59r. e t. dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

5-14. *Sit circuli circumferentia cbd, et diameter me ad orizontem erecta, et ducatur de, non maior subtendente quadrantem, et a terminis d, e aliae duae ad quodcumque punctum b: dico, mobile ex termino d ferri*

CD, et duo plana a terminis D, C inflexa ad quodlibet punctum B, in circumferentia sumptum: dico, tempus descensus per ambo plana DBC brevius esse tempore descensus per solum DC, vel per unicum BC ex quiete in B. Ducta sit per D horizontalis MDA, cui CB extensa occurrat in A; sintque DN, MC ad MD, et BN ad BD perpendiculares, et circa triangulum rectangulum DBN semicirculus describatur DFBN, secans DC in F; et ipsarum CD, DF media sit proportionalis DO, ipsarum autem CA, AB media sit AV. Sit autem PS tempus quo peragitur tota DC, vel BC (constat enim, tempore eodem peragi utramque), et quam rationem habet CD ad DO, hanc habeat tempus SP ad tempus PR: erit tempus PR id, in quo mobile ex D peragit DF; RS vero id, in quo reliquum FC. Cum vero PS sit quoque tempus quo mobile ex B peragit BC, si fiat ut BC ad

[tra «d» e ferri leggesi, cancellato, *velocius*] per duas db, bc lineas tempore breviori quam per dc ex eodem termino d, vel per solam bc ex termino b. Ducta sit per d, ipsi cm perpendicularis, mda, cui - 15- 17. in a; sitque dn ipsi me parallela, et bn ad bd perpendicularis, et - 20. autem ca, ab, av. Sit - 21. enim, eodem tempore peragi - 30. df, db

CD, ita SP ad PT, erit PT tempus casus ex A in C, cum DC media sit inter AC, CB, ex ante demonstratis. Fiat tandem ut CA ad AV, ita TP ad PG: erit PG tempus quo mobile ex A venit in B, GT vero tempus residuum motus BC consequentis post motum ex A in B. Cum vero DN, circuli DFN diameter, ad horizontem sit erecta, temporibus aequalibus peragentur DF et DB lineae: quare si demonstratum fuerit, mobile citius⁷³³ permeare BC post casum DB, quam FC post peractam DF, habebimus intentum. At eadem temporis celeritate conficit mobile veniens ex D per DB ipsam BC, ac si venerit ex A per AB, cum ex utroque casu DB, AB aequalia accipiat velocitatis momenta; ergo demonstrandum erit, breviori tempore peragi BC post AB,

⁷³³ Delle lin. 5 della pag. 262, fino alla lin. 19 della pag. 263, si ha nel cod. A, a car. 163r., una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del GUIDUCCI, a car. 59r. e t. dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

1. citius conficere bc - 2-3. celeritate conficiet mobile bc veniens ex db, ac si veniret ex ab, cum - 8. sic demonstratur: quia enim ut - 10. ita cd ad ca; et - 12. Tra «cv» ed est si legge, cancellato: oste... cum vero cf sit maior cb - 14. sit quam cb - 18. lemmate praedemonstrato, co - 18-19. Constat igitur, tempus

quam FC post DF. Explicatum est autem, tempus quo peragitur BC post AB, esse GT; tempus vero ipsius FC post DF esse RS: ostendendum itaque est, RS maius esse quam GT. Quod sic ostenditur: quia ut SP ad PR, ita CD ad DO, per conversionem rationis et convertendo, ut RS ad SP, ita OC ad CD, ut autem SP ad PT, ita DC ad CA; et quia est ut TP ad PG, ita CA ad AV, per conversionem rationis erit quoque ut PT ad TG, ita AC ad CV; ergo, ex aequali, ut RS ad GT, ita OC ad CV: est autem OC maior quam CV, ut mox demonstrabitur: ergo tempus RS maius est tempore GT: quod demonstrare oportebat. Cum vero CF maior sit CB, FD vero minor BA, habebit CD ad DF maiorem rationem quam CA ad AB; ut autem CD ad DF, ita quadratum CO ad quadratum OF, cum sint CD, DO, DF proportionales; ut vero CA ad AB, ita quadratum CV ad quadratum VB; ergo CO ad OF maiorem rationem habet quam CV ad VB: igitur, ex lemmate praedicto, CO maior est quam CV. Constat insuper, tempus per DC ad tempus per DBC esse ut DOC ad DO cum CV.

SCHOLIUM.

Ex his quae demonstrata sunt, colligi posse videtur, lationem omnium velocissimam ex termino ad terminum non per brevissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem, fieri. In quadrante enim BAEC, cuius latus BC sit ad horizontem erectum, divisus sit arcus AC in quocunque partes aequales, AD, DE, EF, FG, GC, et ductae sint rectae ex C ad puncta A, D, E, F, G, et iunctae sint rectae quoque AD, DE, EF, FG, GC: manifestum est, lationem per duas ADC citius absolvi quam per unam AC, vel DC ex quiete in D. Sed ex quiete in A citius absolvitur DC quam duae ADC: sed per duas DEC ex quiete in A verisimile est, citius absolvi descensum quam per solam CD: ergo descensus per tres ADEC absolvitur citius quam per duas ADC. Verum similiter, praecedente descensu per ADE, citius fit latio per duas EFC quam per solam EC⁷³⁴; ergo per quatuor ADEFC citius fit motus quam per tres ADEC. Ac tandem per duas FGC, post praecedentem descensum per ADEF, citius absolvitur latio quam per solam FC;

⁷³⁴ solam FC; ergo, s

ergo per quinque ADEFGC breviori adhuc tempore fit descensus quam per quatuor ADEFC. Quo igitur per inscriptos polygonos magis ad circumferentiam accedimus, eo citius absolvitur motus inter duos terminos signatos A, C.

Quod autem in quadrante explicatum est, contingit etiam in circumferentia quadrante minori; et idem est ratiocinium.

PROBLEMA XV, PROPOSITIO XXXVII.⁷³⁵

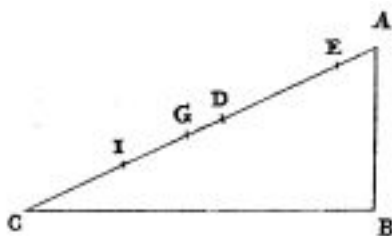
Dato perpendiculo et plano inclinato, quorum eadem sit elevatio, partem in inclinato reperire, quae sit aequalis perpendiculo et conficiatur eodem tempore ac ipsum perpendiculum.

Sint AB perpendiculum et AC planum inclinatum: oportet,

⁷³⁵ Delle lin. 16 e seg., fino alla lin. 12 della pag. 265, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 79r., la quale porta superiormente, sempre della mano di GALILEO, la indicazione: «Scritta», e presenta le seguenti varianti:

18-22. *eodem tempore. Sint ac, ab, et ponatur* - 24-30. *ita sit ci ad ae, cui ponatur aequalis dg: erit eg aequalis ad et ab. Dico, hanc confici tempore aequali tempori ab. Quia.*

in inclinato partem reperire aequalem perpendiculari AB, quae post quietem in A conficiatur tempore aequali tempori quo conficitur perpendicularum. Ponatur AD aequalis AB, et reliqua DC bifariam secetur in I; et ut AC ad CI, ita fiat CI ad aliam AE, cui ponatur aequalis DG: patet, EG aequalem esse AD et AB.



Dico insuper, hanc EG eam esse, quae conficitur a mobili, veniente ex quiete in A, tempore aequali tempori quo mobile cadit per AB. Quia, enim, ut AC ad CI, ita CI ad AE, seu ID ad DG, erit, per conversionem rationis, ut CA ad AI ita DI ad IG⁷³⁶: cum itaque sit ut totum CA ad totum AI, ita ablatum CI ad ablatum IG, erit reliquum IA ad reliquum AG ut totum CA ad totum

⁷³⁶ Delle lin. 16 della pag. 264, fino alla lin. 12 della pag. 265, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 79r, la quale porta superiormente, sempre della mano di GALILEO, la indicazione: «Scritta», e presenta le seguenti varianti:

1. *ig, seu ci ad ig: cum* - 6. *sit cag, sitque* - 9. *tempus eg* - Le parole *Quod faciendum fuit* mancano nella bozza. - 11. *quaesitum mediare inter.*

AI. Est itaque AI media inter CA, AG, et CI media inter CA, AE. Si itaque ponatur, tempus per AB esse ut AB, erit AC tempus per AC, et CI, seu ID, tempus per AE; cumque AI media sit inter CA, AG, sitque CA tempus per totam AC; erit AI tempus per AG, et reliquum IC per reliquum GC: fuit autem DI tempus per AE: sunt itaque DI, IC tempora per utraque AE, CG: ergo reliquum DA erit tempus per EG, aequale nempe tempori per AB. Quod faciendum fuit.

COROLLARIUM

Ex his constat, spatium quaesitum esse intermedium inter partes superam et inferam, quae temporibus aequalibus conficiuntur.

PROBLEMA XVI, PROPOSITIO XXXVIII.⁷³⁷

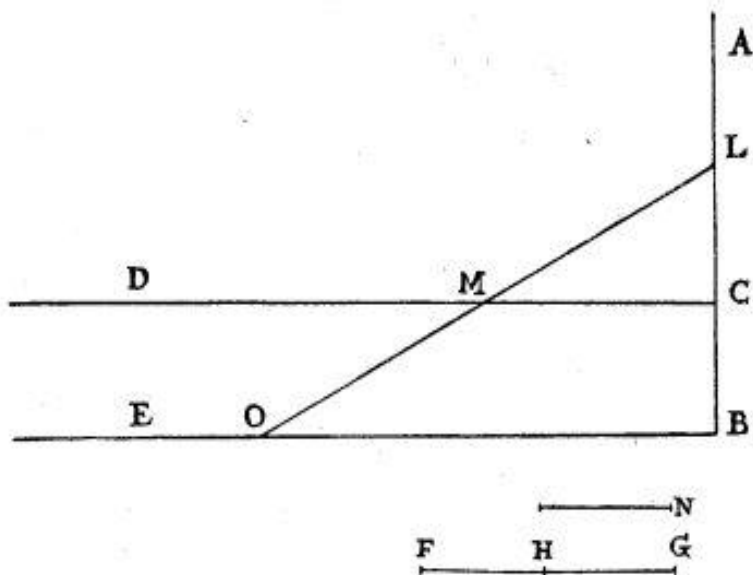
⁷³⁷ Delle lin. 14 e seg. Della pag. 265, fino alla lin. 9 della pag. 266, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 162r., la quale presenta le seguenti varianti: 14. *orizontalibus* - *sectis*, *dataque qualibet proportione minoris ad maiorem*, *oportet in* -15-20. *quo mobilia cadentia*, *et in horizontalibus reflexa*, *temporibus casuum suorum spatia in horizontalibus conficiant*

Datis duobus planis horizontalibus a perpendicularo sectis, in perpendicularo punctum sublime reperire, ex quo cadentia mobilia, et in planis horizontalibus reflexa, conficiant, in temporibus aequalibus casuum, in iisdem horizontalibus, in superiore nempe atque in inferiore, spatia quae inter se habeant quamcunque datam rationem minoris ad maiorem.

Secta sint plana horizontalia CD, BE a perpendicularo ACB, sitque data ratio minoris ad maiorem, N ad FG: oportet, in perpendicularo AB punctum sublime reperire, ex quo mobile cadens, et in plano CD reflexum, tempore aequali tempori sui casus spatium conficiat, quod ad spatium confectum ab altero mobili, ex eodem puncto sublimi veniente, tempore aequali tempori

datam inter se habentia rationem. Secentur plana - 20-21. data proportio n minoris ad maiorem fg. Tra maiorem ed «fg» si legge, cancellato, «n ad». - 21. perpendicularo punctum - 22. cadens, in - 24. puncto sublimi venienti - 25 Tra planum ed habeat si legge, sottolineato, conficeret.

sui casus, motu reflexo per BE planum, habeat rationem eamdem cum data N ad FG. Ponatur GH aequalis ipsi N; et ut FH ad HG, ita fiat BC ad CL:



dico, L esse punctum sublime quaesitum. Accepta enim CM dupla ad CL, ducatur LM, plano BE occurrens in O; erit BO dupla BL: et quia ut FH ad HG, ita BC ad CL, erit, componendo⁷³⁸ et convertendo, ut HG, hoc est N, ad GF, ita CL ad

⁷³⁸ Delle lin. 14 e seg. della pag. 265, fino alla lin. 9 della pag. 266, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 162r., la quale presenta le seguenti varianti:

LB, *hoc est* CM *ad* BO. *Cum autem* CM *dupla sit ad* LC, *patet, spatium*⁷³⁹ CM *esse illud quod a mobili veniente ex* L *post casum* LC *conficitur in plano* CD, *et eadem ratione* BO *esse illud quod conficitur post casum* LB *in tempore aequali temporis casus per* LB, *cum* BO *sit dupla ad* BL. *Ergo patet propositum.*

SAGR. Parmi veramente che conceder si possa al nostro Accademico, che egli senza iattanza abbia nel principio di questo suo trattato potuto attribuirsi di arrecarci una nuova scienza intorno a un soggetto antichissimo. Ed il vedere con quanta facilità e chiarezza da un solo semplicissimo principio ei deduca le dimostrazioni di tante proposizioni, mi fa non poco maravigliare

2. *punctum quaesitum* - 2-3. *dupla cl, ducatur* 4-5. *componendo, ut fg ad gh, idest ad n, ita bl ad le, et bo ad cm. Cum* - 6. *venienti* - 7. *casum lo [sic] conficitur* - 9. Nella bozza autografa, dopo *Ergo patet propositum* continua: *Quod si intelligamus, cm et bo esse circulorum circumferentias circa centrum quo grave tendit descriptorum, habebimus distantiam l, unde deducitur ratio velocitatum in illis circulis latorum: ex qua et ex ratione conversionum distantia centri elici...* E così in tronco finisce.

⁷³⁹ Alla lin. 6 la stampa originale legge *LC, fit, spatium*, che abbiamo corretto, conforme alla bozza autografa, in *LC, patet, spatium*.

come tal materia sia passata intatta da Archimede, Apollonio, Euclide e tanti altri matematici e filosofi illustri, e massime che del moto si trovano scritti volumi grandi e molti.

SALV. Si vede un poco di fragmento d'Euclide intorno al moto, ma non vi si scorge vestigio che egli s'incaminasse all'investigazione della proporzione dell'accelerazione e delle sue diversità sopra le diverse inclinazioni. Tal che veramente si può dire, essersi non prima che ora aperta la porta ad una nuova contemplazione, piena di conclusioni infinite ed ammirande, le quali ne i tempi avvenire potranno esercitare altri ingegni.

SAGR. Io veramente credo, che sì come quelle poche passioni (dirò per esempio) del cerchio, dimostrate nel terzo de' suoi Elementi da Euclide, sono l'ingresso ad innumerabili altre più recondite, così le prodotte e dimostrate in questo breve trattato, quando passasse nelle mani di altri ingegni specolativi, sarebbe strada ad altre ed altre più maravigliose; ed è credibile che così seguirebbe, mediante la nobiltà del soggetto sopra tutti gli altri naturali.

Lunga ed assai laboriosa giornata è stata questa d'oggi, nella quale ho gustato più delle semplici proposizioni che delle loro dimostrazioni, molte delle quali credo che, per ben capirle, mi porteranno via più d'un'ora per ciascheduna: studio che mi riserbo a farlo con quiete, lasciandomi V. S. il libro nelle mani, dopo che avremo veduto questa parte che resta intorno al moto

de i proietti; che sarà, se così gli piace, nel seguente giorno.

SALV. Non mancherò d'esser con lei.

FINISCE LA TERZA GIORNATA

GIORNATA QUARTA.

SALV. Attempo arriva ancora il Sig. Simplicio; però, senza⁷⁴⁰ interpor quiete, venghiamo al moto: ed ecco il testo del nostro Autore.

DE MOTU PROIECTORUM.

Quae in motu aequabili contingunt accidentia, itemque in motu naturaliter accelerato super quascunque planorum inclinationes, supra consideravimus. In hac, quam modo aggredior, contemplatione, praecipua quaedam symptomata, eaque scitu digna, in medium afferre conabor, eademque firmis demonstrationibus stabilire, quae mobili accidunt dum motu ex duplici latione composito, aequabili nempe et naturaliter accelerata, movetur: huiusmodi autem videtur esse motus ille, quem de proiectis dicimus; cuius generationem talem constituo.

Mobile quoddam super planum horizontale proiectum mente concipio, omni secluso impedimento: iam constat, ex his quae fusius alibi dicta sunt,

⁷⁴⁰ però senza, s.

illius motum aequabilem et perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur; si vero terminatum et in sublimi positum intelligamus, mobile, quod gravitate praeditum concipio, ad plani terminum delatum, ulterius progrediens, aequabili atque indelebili priori lationi superaddet illam quam a propria gravitate habet deorsum propensionem, indeque motus quidam emerget compositus ex aequabili horizontali et ex deorsum naturaliter accelerato, quem projectionem voco. Cuius accidentia nonnulla demonstrabimus: quorum primum sit.

THEOREMA I, PROPOSITIO I.

Proiectum, dum fertur motu composito ex horizontali aequabili et ex naturaliter accelerato deorsum, lineam semiparabolicam describit in sua latione.

SAGR. È forza, Sig. Salviati, in grazia di me, ed anco, credo io, del Sig. Simplicio, far qui un poco di pausa; avvenga che io non mi son tanto inoltrato nella geometria, che io abbia fatto studio in Apollonio, se non in quanto so ch'ei tratta di queste parabole e dell'altre sezioni coniche, senza la cognizione delle quali e delle loro passioni non credo che intendersi possano le dimostrazioni di altre proposizioni a quelle aderenti. E perchè

già nella bella prima proposizione ci vien proposto dall'Autore, doversi dimostrare, la linea descritta dal proietto esser parabolica, mi vo imaginando che, non dovendosi trattar d'altro che di tali linee, sia assolutamente necessario avere una perfetta intelligenza, se non di tutte le passioni di tali figure dimostrate da Apollonio, almeno di quelle che per la presente scienza son necessarie.

SALV. V. S. si umilia molto, volendosi far nuovo di quelle cognizioni le quali non è gran tempo che ammesse come ben sapute, allora, dico, che nel trattato delle resistenze avemmo bisogno della notizia di certa proposizione d'Apollonio, sopra la quale ella non mosse difficoltà.

SAGR. Può essere o che io la sapessi per ventura o che io la supponessi⁷⁴¹ per una volta tanto che ella mi bisognò in tutto quel trattato: ma qui, dove mi imagino d'avere a sentir tutte le dimostrazioni circa tali linee,

⁷⁴¹ *supponesse*, s.

non bisogna, come si dice, bever grosso, buttando via il tempo e la fatica.

SIMP. E poi, rispetto a me, quando bene, come credo, il Sig. Sagredo fusse ben corredato di tutti i suoi bisogni, a me cominciano già a giugner come nuovi gli stessi primi termini; perchè, se bene i nostri filosofi hanno trattata questa materia del moto de' proietti, non mi sovvien che si siano ristretti a definire quali siano le linee da quelli descritte, salvo che assai generalmente sian sempre linee curve, eccetto che nelle proiezioni perpendicolari *sursum*. Però, quando quel poco di geometria che io ho appreso da Euclide, da quel tempo in qua che noi avemmo altri discorsi, non sia bastante per rendermi capace delle cognizioni necessarie per l'intelligenza delle seguenti dimostrazioni, mi converrà contentarmi delle sole proposizioni credute, ma non sapute.

SALV. Anzi voglio io che le sappiate mercè dell'istesso Autor dell'opera, il quale, quando già mi concesse di veder questa sua fatica, perchè io ancora in quella volta non aveva in pronto i libri di Apollonio,

s'ingegnò di dimostrarmi due passioni principalissime di essa parabola, senza veruna altra precognizione, delle quali sole siamo bisognosi nel presente trattato: le quali son ben anco provate da Apollonio, ma dopo molte altre, che lungo sarebbe a vederle; ed io voglio che abbreviamo assai il viaggio, cavando la prima immediatamente dalla pura e semplice generazione di essa parabola, e da questa poi pure immediatamente la dimostrazione della seconda. Venendo dunque alla prima:

Intendasi il cono retto, la cui base sia il cerchio $ibkc$, e vertice il punto l , nel quale, segato con un piano parallelo al lato lk , nasca la sezione bac , detta *parabola*; la cui base bc seghi ad angoli retti il diametro ik del cerchio $ibkc$, e sia l'asse della parabola ad parallelo al lato lk ; e preso qualsivoglia punto f nella linea bfa , tirisi la retta fe parallela alla bd : dico che il quadrato della bd al quadrato della fe ha la medesima proporzione che l'asse

porzione che il rettangolo *idk* al rettangolo *geb*. E perchè la linea *ed* è parallela alla *bk*, sarà la *eb* eguale alla *dk*, che pur son parallele: e però il rettangolo *idk* al rettangolo *geb* arà la medesima proporzione che la *id* alla *ge*, cioè che la *da* alla *ae*: adunque il rettangolo *idk* al rettangolo *geb*, cioè il quadrato *bd* al quadrato *fe*, ha la medesima proporzione che l'asse *da* alla parte *ae*: che bisognava dimostrare.

L'altra proposizione, pur necessaria al presente trattato, così faremo manifesta. Segniamo la parabola, della quale sia prolungato fuori l'asse ca in d , e preso qualsivoglia punto b , per esso intendasi prodotta la linea bc , parallela alla base di essa parabola; e posta la da eguale alla parte dell'asse ca , dico che la retta tirata per i punti d, b non cade dentro alla parabola, ma fuori, sì che solamente la tocca nell'istesso punto b . Imperò che, se è possibile, caschi dentro, segandola sopra, o, prolungata, segandola sotto, ed in essa sia preso qualsivoglia punto g , per il quale passi la retta fge . E perchè il quadrato fe è maggiore del quadrato ge , maggior proporzione avrà esso quadrato fe al quadrato bc che 'l quadrato ge al medesimo bc ; e perchè, per la precedente, il quadrato fe al quadrato bc sta come la ea alla ac , adunque maggior proporzione ha la ea alla ac che 'l quadrato ge al quadrato bc , cioè che 'l quadrato ed al quadrato dc (essendo che nel triangolo dge come la ge alla parallela bc , così sta ed a dc): ma la linea ea alla ac , cioè alla ad , ha la medesima proporzione che 4 rettangoli ead a 4 quadrati di ad , cioè al quadrato cd (che è eguale a 4 quadrati di ad): adunque 4

rettangoli *ead* al quadrato *cd* aranno maggior proporzione che il quadrato *ed* al quadrato *dc*: adunque 4 rettangoli *ead* saranno maggiori del quadrato *ed*: il che è falso, perchè son minori; imperò che le parti *ea*, *ad* della linea *ed* non sono eguali. Adunque la linea *db* tocca la parabola in *b*, e non la sega: il che si doveva dimostrare.

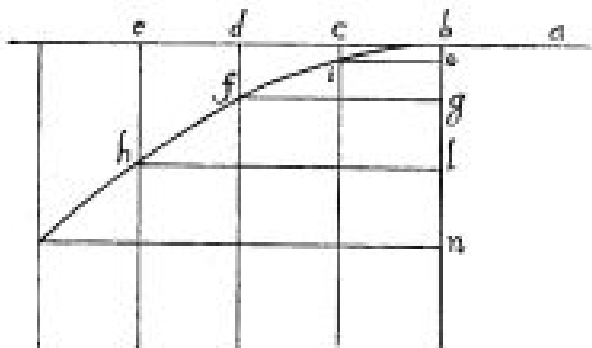
SIMP. Voi procedete nelle vostre dimostrazioni troppo alla grande, ed andate sempre, per quanto mi pare, supponendo che tutte le proposizioni di Euclide mi siano così familiari e pronte, come gli stessi primi assiomi, il che non è. E pur ora l'uscirmi addosso, che 4 rettangoli *ead* son minori del quadrato *de*, perchè le parti *ea*, *ad* della linea *ed* non sono eguali, non mi quietà, ma mi lascia sospeso.

SALV. Veramente tutti i matematici non vulgari suppongono che il lettore abbia prontissimi al meno gli Elementi di Euclide: e qui, per supplire al vostro bisogno, basterà ricordarvi una proposizione del secondo, nella quale si dimostra, che quando una linea è segata in parti eguali ed in diseguali, il rettangolo delle parti diseguali è minore del rettangolo delle parti eguali (cioè

del quadrato della metà) quanto è il quadrato della linea compresa tra i segmenti; onde è manifesto che il quadrato di tutta, il quale contiene 4 quadrati della metà, è maggiore di 4 rettangoli delle parti diseguali. Ora, di queste due proposizioni dimostrate, prese da gli elementi conici, conviene che tenghiamo memoria per l'intelligenza delle cose seguenti nel presente trattato: chè di queste sole, e non di più, si serve l'Autore. Ora possiamo ripigliare il testo, per vedere in qual maniera ei vien dimostrando la sua prima proposizione, dove egli intende di provarci la linea descritta dal mobile grave, che mentre ci discende con moto composto dell'equabile orizzontale e del naturale descendente, sia una semiparabola.

Intelligatur horizontalis linea seu planum ab in sublimi positum, super quo ex a in b motu aequabili feratur mobile; deficiente vero plani fulcimento in b, superveniat ipsi mobili, a propria gravitate, motus naturalis deorsum iuxta perpendicularem bn. Intelligatur insuper plano ab in directum posita linea be, tanquam temporis effluxus seu mensura, super qua ad libitum

notentur partes quotlibet temporis aequales, bc, cd, de; atque ex punctis b, c, d, e intelligantur productae lineae perpendiculari bn aequidistantes: in quarum prima accipiatur quaelibet pars ci; cuius quadrupla sumatur in sequenti, df; nonupla, eh; et consequenter in reliquis secundum rationem quadratorum ipsarum cb, db, eb, seu dicamus in ratione earundem linearum



duplicata. Quod si mobili ultra b versus c aequabili latitudine lato

descensum perpendicularem secundum quantitatem ci superadditum intelligamus, reperietur tempore bc in termino i constitutum. Ulterius autem procedendo, tempore db, duplo scilicet bc, spatium descensus deorsum erit spatii primi ci quadruplum; demonstratum enim est in primo tractatu, spatia peracta a gravi, motu naturaliter accelerato, esse in duplicata ratione temporum: pariterque consequenter spatium eh, peractum tempore be, erit ut 9: adeo ut manifeste constet, spatia eh, df, ci esse inter se ut

quadrata linearum eb, db, cb. Ducantur modo a punctis i, f, h rectae io, fg, hl, ipsi eb aequidistantes: erunt hl, fg, io lineae lineis eb, db, cb, singulae singulis, aequales; nec non ipsae bo, bg, bl ipsis ci, df, eh aequales; eritque quadratum hl ad quadratum fg ut linea lb ad bg, et quadratum fg ad quadratum io ut gb ad bo; ergo puncta i, f, h sunt in una eademque linea parabolica. Similiterque demonstrabitur, assumptis quibuscunque temporis particulis aequalibus cuiuslibet magnitudinis, loca mobilis simili motu composito lati iisdem temporibus in eadem linea parabolica reperiri. Ergo patet propositum.

SALV. Questa conclusione si raccoglie dal converso della prima delle due proposizioni poste di sopra. Imperò che, descritta, per esempio, la parabola per li punti b, h , se alcuno delli $2f, i$ non fusse nella descritta linea parabolica, sarebbe dentro o fuori, e, per conseguenza, la linea fg sarebbe o minore o maggiore di quella che andasse a terminare nella linea parabolica; onde il quadrato della hl non al quadrato della fg , ma ad altro maggiore o minore, arebbe la medesima proporzione che

ha la linea lb alla bg : ma la ha al quadrato della fg : adunque il punto f è nella parabolica: e così tutti gli altri, etc.

SAGR. Non si può negare che il discorso sia nuovo, ingegnoso e concludente, argomentando *ex suppositione*, supponendo cioè che il moto trasversale si mantenga sempre equabile, e che il naturale *deorsum* parimente mantenga il suo tenore, d'andarsi sempre accelerando secondo la proporzion duplicata de i tempi, e che tali moti e loro velocità, nel mescolarsi, non si alterino perturbino ed impedischino, sì che finalmente la linea del proietto non vadia, nella continuazion del moto, a degenerare in un'altra spezie: cosa che mi si rappresenta come impossibile. Imperò che, stante che l'asse della parabola nostra, secondo 'l quale noi supponghiamo farsi il moto naturale de i gravi, essendo perpendicolare all'orizzonte, va a terminar nel centro della Terra; ed essendo che la linea parabolica si va sempre slargando dal suo asse; niun proietto andrebbe già mai a terminar nel centro, o, se vi andrebbe, come par necessario, la linea del proietto tralignerebbe in altra, diversissima dalla parabolica.

SIMP. Io a queste difficoltà ne aggiungo dell'altre: una delle quali è, che noi supponghiamo che il piano orizzontale, il quale non sia nè acclive nè declive, sia una linea retta, quasi che una simil linea sia in tutte le sue parti egualmente distante dal centro, il che non è vero; perchè, partendosi dal suo mezo, va verso le estremità sempre più e più allontanandosi dal centro, e però ascendendo sempre; il che si tira in conseguenza, essere impossibile che il moto si perpetui, anzi che nè pur per qualche spazio si mantenga equabile, ma ben sempre vadia languendo. In oltre, è, per mio credere, impossibile lo schivar l'impedimento del mezo, sì che non levi l'equabilità del moto trasversale e la regola dell'accelerazione ne i gravi cadenti. Dalle quali tutte difficoltà si rende molto improbabile che le cose dimostrate con tali supposizioni inconstantì possano poi nelle praticate esperienze verificarsi.

SALV. Tutte le promosse difficoltà e istanze son tanto ben fondate, che stimo essere impossibile il rimuoverle, ed io, per me, le ammetto tutte, come anco

credo che il nostro Autore esso ancora le ammetterebbe; e concedo che le conclusioni così in astratto dimostrate si alterino in concreto, e si falsifichino a segno tale, che nè il moto trasversale sia equabile, nè l'accelerazione del naturale sia con la proporzion supposta, nè la linea del proietto sia parabolica, etc.: ma ben, all'incontro, domando che elle non contendano al nostro Autor medesimo quello che altri grandissimi uomini hanno supposto, ancor che falso. E la sola autorità d'Archimede può quietare ogn'uno, il quale, nelle sue *Mecaniche* e nella prima *Quadratura della parabola*, piglia come principio vero, l'ago della bilancia o stadera essere una linea retta in ogni suo punto equalmente distante dal centro commune de i gravi, e le corde alle quali sono appesi i gravi esser tra di loro parallele: la qual licenza viene da alcuni scusata, perchè nelle nostre pratiche gli strumenti nostri e le distanze le quali vengono da noi adoperate, son così piccole in comparazione della nostra gran lontananza dal centro del globo terrestre, che ben possiamo prendere un minuto di un grado del cerchio massimo come se fusse una linea

retta, e due perpendicoli che da i suoi estremi pendessero, come se fossero paralleli. Che quando nelle opere praticali si avesse a tener conto di simili minuzie, bisognerebbe cominciare a riprendere gli architetti, li quali col perpendicolo suppongono d'alzar le altissime torri tra linee equidistanti. Aggiungo qui, che noi possiamo dire che Archimede e gli altri supposero nelle loro contemplazioni, esser costituiti per infinita lontananza remoti dal centro, nel qual caso i loro assunti non erano falsi, e che però concludevano con assoluta dimostrazione. Quando poi noi vogliamo praticar in distanza terminata le conclusioni dimostrate col suppor lontananza immensa, doviamo diffalcar dal vero dimostrato quello che importa il non esser la nostra lontananza dal centro realmente infinita, ma ben tale che domandar si può immensa in comparazione della piccolezza de gli artificii praticati da noi: il maggior de i quali sarà il tiro de i proietti, e di questi quello solamente dell'artiglierie, il quale, per grande che sia, non passerà 4 miglia di quelle delle quali noi siamo lontani dal centro quasi altrettante migliara; ed andando questi a terminar nella

superficie del globo terrestre, ben potranno solo insensibilmente alterar quella figura parabolica, la quale si concede che sommamente si trasformerebbe nell'andare a terminar nel centro.

Quanto poi al perturbamento procedente dall'impedimento del mezo, questo è più considerabile, e, per la sua tanto multiplice varietà, incapace di poter sotto regole ferme esser compreso e datone scienza; atteso che, se noi metteremo in considerazione il solo impedimento che arreca l'aria a i moti considerati da noi, questo si troverà perturbargli tutti, e perturbargli in modi infiniti, secondo che in infiniti modi si variano le figure, le gravità e le velocità de i mobili. Imperò che, quanto alla velocità, secondo che questa sarà maggiore, maggiore sarà il contrasto fattogli dall'aria; la quale anco impedirà più i mobili, secondo che saranno men gravi: talchè, se bene il grave descendente dovrebbe andare accelerandosi in duplicata proporzione della durezza del suo moto, tuttavia, per gravissimo che fusse il mobile, nel venir da grandissime altezze sarà tale l'impedimento dell'aria, che gli torrà il poter crescere più la

sua velocità, e lo ridurrà ad un moto uniforme ed equabile; e questa adeguazione tanto più presto ed in minori altezze si otterrà, quanto il mobile sarà men grave. Quel moto anco che nel piano orizzontale, rimossi tutti gli altri ostacoli, dovrebbe essere equabile e perpetuo, verrà dall'impedimento dell'aria alterato, e finalmente fermato: e qui ancora tanto più presto, quanto il mobile sarà più leggiero. De i quali accidenti di gravità, di velocità, ed anco di figura, come variabili in modi infiniti, non si può dar ferma scienza: e però, per poter scientificamente trattar cotal materia, bisogna astrar da essi, e ritrovate e dimostrate le conclusioni astratte da gl'impedimenti, servircene, nel praticarle, con quelle limitazioni che l'esperienza ci verrà insegnando. E non però piccolo sarà l'utile, perchè le materie e lor figure saranno elette le men soggette⁷⁴² a gl'impedimenti del mezo, quali sono le gravissime e le rotonde, e gli spazii e le velocità per lo più non saranno sì grandi, che le

⁷⁴² sogette, s.

loro esorbitanze non possano con facil tara esser ridotte a segno; anzi pure ne i proietti praticabili da noi, che siano di materie gravi e di figura rotonda, ed anco di materie men gravi e di figura cilindrica, come frecce, lanciati con frombe o archi, insensibile sarà del tutto lo svario del lor moto dall'esatta figura parabolica. Anzi (e voglio pigliarmi alquanto più di licenza), che ne gli artifizii da noi praticabili la piccolezza loro renda pochissimo notabili gli esterni ed accidentarii impedimenti, tra i quali quello del mezo è il più considerabile, vi posso io con due esperienze far manifesto. Io farò considerazione sopra i movimenti fatti per l'aria, chè tali son principalmente quelli de i quali noi parliamo; contro i quali essa aria in due maniere esercita la sua forza: l'una è coll'impedir più i mobili men gravi che i gravissimi; l'altra è nel contrastar più alla velocità maggiore che alla minore dell'istesso mobile. Quanto al primo, il mostrarci l'esperienza che due palle di grandezza eguali, ma di peso l'una 10 o 12 volte più grave dell'altra, quali sarebbero, per esempio, una di piombo e l'al-

tra di rovere, scendendo dall'altezza di 150 o 200 braccia, con pochissimo differente velocità arrivano in terra, ci rende sicuri che l'impedimento e ritardamento dell'aria in amendue è poco: che se la palla di piombo, partendosi nell'istesso momento da alto con l'altra di legno, poco fusse ritardata, e questa molto, per assai notabile spazio dovrebbe il piombo, nell'arrivare in terra, lasciarsi a dietro il legno, mentre è 10 volte più grave; il che tutta via non accade, anzi la sua anticipazione non sarà nè anco la centesima parte di tutta l'altezza; e tra una palla di piombo ed una di pietra, che di quella pesasse la terza parte o la metà, appena sarebbe osservabile la differenza del tempo delle lor giunte in terra. Ora, perchè l'impeto che acquista una palla di piombo nel cadere da un'altezza di 200 braccia (il quale è tanto, che continuandolo in moto equabile scorrebrrebbe braccia 400 in tanto tempo quanto fu quello della sua scesa) è assai considerabile rispetto alle velocità che noi con archi o altre machine conferiamo a i nostri proietti (trattone gl'impeti dependenti dal fuoco), possiamo senza errore notabile concludere e reputar come

assolutamente vere le proposizioni che si dimostreranno senza il riguardo dell'alterazion del mezo. Circa poi all'altra parte, che è di mostrare, l'impedimento che l'istesso mobile riceve dall'aria, mentre egli con gran velocità si muove, non esser grandemente maggiore di quello che gli contrasta nel muoversi lentamente, ferma certezza ce ne porge la seguente esperienza. Sospensansi da due fili egualmente lunghi, e di lunghezza di 4 o 5 braccia, due palle di piombo eguali, e attaccati i detti fili in alto, si rimuovano amendue le palle dallo stato perpendicolare; ma l'una si allontani per 80 o più gradi, e l'altra non più che 4 o 5: sì che, lasciate in libertà, l'una scenda e, trapassando il perpendicolo, descriva archi grandissimi di 160, 150, 140 gradi etc., diminuendogli a poco a poco; ma l'altra, scorrendo liberamente, passi archi piccoli di 10, 8, 6 etc., diminuendogli essa ancora a poco a poco: qui primieramente dico, che in tanto tempo passerà la prima li suoi gradi 180, 160 etc., in quanto l'altra li suoi 10, 8 etc. Dal che si fa manifesto, che la velocità della prima palla sarà 16 e 18 volte mag-

giore della velocità della seconda; sì che, quando la velocità maggiore più dovesse essere impedita dall'aria che la minore, più rade devriano esser le vibrazioni ne gli archi grandissimi di 180 o 160 gradi etc., che ne i piccolissimi di 10, 8, 4, ed anco di 2 e di 1: ma a questo repugna l'esperienza; imperò che se due compagni si metteranno a numerare le vibrazioni, l'uno le grandissime e l'altro le piccolissime, vedranno che ne numerreranno non pur le decine, ma le centinaia ancora, senza discordar d'una sola, anzi d'un sol punto. E questa osservazione ci assicura congiuntamente delle 2 proposizioni, cioè che le massime e le minime vibrazioni si fanno tutte a una a una sotto tempi eguali, e che l'impedimento e ritardamento dell'aria non opera più ne i moti velocissimi che ne i tardissimi; contro a quello che pur dianzi pareva che noi ancora comunemente giudicassimo.

SAGR. Anzi, perchè non si può negare che l'aria impedisca questi e quelli, poi che e questi e quelli vanno languendo e finalmente finiscono, convien dire che tali ritardamenti si facciano con la medesima proporzione

nell'una e nell'altra operazione. Ma che? L'avere a far maggior resistenza una volta che un'altra, da che altro proced'egli fuor che dall'esser assalito una volta con impeto e velocità maggiore, ed un'altra con minore? E se questo è, la quantità medesima della velocità del mobile è cagione ed insieme misura della quantità della resistenza. Adunque tutti i moti, siano tardi o veloci, son ritardati e impediti con l'istessa proporzione: notizia, par a me, non disprezzabile.

SALV. Possiam per tanto anco in questo secondo caso concludere, che le fallacie nelle conclusioni le quali astraendo da gli accidenti esterni si dimostreranno, siano ne gli artifizii nostri di piccola considerazione, rispetto a i moti di gran velocità, de i quali per lo più si tratta, ed alle distanze, che non sono se non piccolissime in relazione alla grandezza del semidiametro e de i cerchi massimi del globo terrestre.

SIMP. Io volentieri sentirei la cagione per la quale V. S. sequestra i proietti dall'impeto del fuoco, cioè, come credo, dalla forza della polvere, da gli altri proietti con frombe archi o balestre, circa 'l non essere nell'istesso

modo soggetti all'alterazione ed impedimento dell'aria.

SALV. Muovemi l'eccessiva e, per via di dire, furia soprannaturale⁷⁴³ con la quale tali proietti vengono cacciati; chè bene anco fuori d'iperbole mi par che la velocità con la quale vien cacciata la palla fuori d'un moschetto o d'una artiglieria, si possa chiamar soprannaturale. Imperò che, scendendo naturalmente per l'aria da qualche altezza immensa una tal palla, la velocità sua, mercè del contrasto dell'aria, non si andrà accrescendo perpetuamente: ma quello che ne i cadenti poco gravi si vede in non molto spazio accadere, dico di ridursi finalmente a un moto equabile, accaderà ancora, dopo la scesa di qualche migliara di braccia, in una palla di ferro o di piombo; e questa terminata ed ultima velocità si può dire esser la massima che naturalmente può ottener tal grave per aria: la qual velocità io reputo assai minor di quella che alla medesima palla viene impressa

⁷⁴³ *soprannaturali*, s.

dalla polvere accesa. Del che una assai acconcia esperienza ci può render cauti. Sparisi da un'altezza di cento o più braccia un archibuso con palla di piombo all'ingiù perpendicolarmente sopra un pavimento di pietra, e col medesimo si tiri contro una simil pietra in distanza d'un braccio o 2, e veggasi poi qual delle 2 palle si trovi esser più ammaccata: imperò che, se la venuta da altro si troverà meno schiacciata dell'altra, sarà segno che l'aria gli avrà impedita e diminuita la velocità conferitagli dal fuoco nel principio del moto, e che, per conseguenza, una tanta velocità non gli permetterebbe l'aria che ella guadagnasse già mai venendo da quanto si voglia sublime altezza; chè quando la velocità impressagli dal fuoco non eccedesse quella che per sè stessa, naturalmente scendendo, potesse acquistare, la botta all'ingiù dovrebbe più tosto esser più valida che meno. Io non ho fatto tale esperienza, ma inclino a credere che una palla d'archibuso o d'artiglieria, cadendo da un'altezza quanto si voglia grande, non farà quella percossa che ella fa in una muraglia in lontananza di poche

braccia, cioè di così poche, che 'l breve sdrucito, o vogliamo dire scissura, da farsi nell'aria non basti a levar l'eccesso della furia sopranaturale impressagli dal fuoco. Questo soverchio impeto di simili tiri sforzati può cagionar qualche deformità nella linea del proietto, facendo 'l principio della parabola meno inclinato e curvo del fine; ma questo, poco o niente può esser di pregiudizio al nostro Autore nelle praticali operazioni: tra le quali principale è la composizione d'una tavola per i tiri che dicono di volata, la quale contenga le lontananze delle cadute delle palle tirate secondo tutte le diverse elevazioni; e perchè tali proiezzioni si fanno con mortari, e con non molta carica, in questi non essendo sopranaturale l'impeto, i tiri segnano le lor linee assai esattamente.

Ma in tanto procediamo avanti nel trattato, dove l'Autore ci vuole introdurre alla contemplazione ed investigazione dell'impeto del mobile, mentre si muove con moto composto di due; e prima, del composto di due equabili, l'uno orizzontale e l'altro perpendicolare.

THEOREMA II, PROPOSITIO II.

*Si⁷⁴⁴ aliquod mobile duplici motu aequabili moveatur, nempe
orizontali et perpendiculari, impetus seu momentum latio-
nis ex utroque motu compositae erit potentia aequalis am-
bobus momentis priorum motuum.*

*Moveatur enim aliquod mobile aequabiliter duplici latione, et
mutationi perpendiculari respondeat spatium ab, lationi vero ho-
rizontali eodem tempore confectae respondeat bc. Cum igitur per
motus aequabiles conficiantur eodem tempore spatia ab, bc,
erunt harum lationum momenta inter se ut ipsae ab, bc: mobile
vero, quod secundum hasce duas mutationes movetur, describit
diagonalem ac; erit momentum suae velocitatis ut ac. Verum ac*

⁷⁴⁴ Delle lin. 2-14 si ha una bozza, della mano giovanile di GALILEO, nel cod. A, a car. 91t, la quale presenta le seguenti varianti:

 *duplici si legge, cancellato, in perpendiculo ab uno
tempore feratur aequabiliter per horizontem cb. - 6. ori-
zontali - 9. ipsae lineae ab - 11-12. movetur, describet diametrum ac
eodem tempore quo facit mutationem perpendicularem ab et horizontalem
bc, eritque momentum suae velocitatis ut ac; ac autem potentia - 14.
quod erat demonstrandum.*

potentia aequatur ipsis ab , bc ; ergo momentum compositum ex utrisque momentis ab , bc est potentia tantum illis simul sumptis aequale: quod erat ostendendum.

SIMP. È necessario levarmi un poco di scrupolo che qui mi nasce, parendomi che questo, che ora si conclude, repugni ad un'altra proposizione del trattato passato, nella quale si affermava, l'impeto del mobile venente dall' a in b essere eguale al venente dall' a in c ; ed ora si conclude, l'impeto in c esser maggiore che in b .

SALV. Le proposizioni, Sig. Simplicio, sono amendue vere, ma molto diverse tra di loro. Qui si parla d'un sol mobile, mosso d'un sol moto, ma composto di due, amendue equabili; e là si parla di 2 mobili, mossi di moti naturalmente accelerati, uno per la perpendicolare ab , e l'altro per l'inclinata ac . In oltre, i tempi quivi non si suppongono eguali, ma il tempo per l'inclinata ac è maggiore del tempo per la perpendicolare ab ; ma nel moto del quale si parla al presente, i moti per le ab , bc , ac s'intendono equabili e fatti nell'istesso tempo.

SIMP. Mi scusino, e seguano avanti, chè resto acquietato.

SALV. Séguita l'Autore per incamminarci a intender quel che accaggia intorno all'impeto d'un mobile mosso pur d'un moto composto di 2, uno cioè orizzontale ed equabile, e l'altro perpendicolare ma naturalmente accelerato, de i quali finalmente è composto il moto del proietto e si descrive la linea parabolica, in ciaschedun punto della quale si cerca di determinare quanto sia l'impeto del proietto. Per la cui intelligenza ci dimostra l'Autore il modo, o vogliàn dir metodo, di regolare e misurar cotale impeto sopra l'istessa linea nella quale si fa il moto del grave descendente con moto naturalmente accelerato, partendosi dalla quiete, dicendo:

THEOREMA III, PROPOSITIO III.

*Fiat*⁷⁴⁵ *motus per lineam ab ex quiete in a, et accipiat in*

⁷⁴⁵ Delle lin. 12 2 seg., fino alla 13 della pag. 282, si ha nel cod. A, a car. 91*t.*, una bozza della mano giovanile di GALILEO e con aggiunte posteriori, pure autografe, le quali indichiamo

ea quodlibet punctum c; et ponatur ipsamet ac esse tempus, seu temporis mensura, casus ipsius per spatium ac, nec non mensura quoque impetus seu momenti in puncto c ex descensu ac acquisiti. Modo sumatur in eadem linea ab quodcunque aliud punctum, utputa b, in quo determinandum est de impetu acquisito a mobili per descensum ab, in ratione ad impetum quem obtinuit in c, cuius mensura posita est ac. Ponatur as media proportionalis inter ba, ac: demonstrabimus, impetum in b ad impetum in c esse ut lineam sa ad ac. Sumantur horizontales cd, dupla

qui abbasso tra le varianti, racchiudendole tra i segni $\uparrow\downarrow$, posti il primo dove l'aggiunta comincia e il secondo dove finisce.

Tale bozza comincia:

In motu ex quiete eadem ratione intenditur velocitatis momentum a tempun ipsius motus; l e appresso presenta le seguenti varianti:

12, *Fiat enim motus per ab ex – accipiantur quodlibet – 13-23. ponatur, ac esse tempus casus per ac, et momentum celeritatis in c $\uparrow$ acquisitae $\downarrow$ esse $\uparrow$ pariter $\downarrow$ ut ac, sumaturque rursus quodlibet punctum b: dico, momentum velocitatis in b ad momentum in c esse ut tempus casus per ab ad tempus per ac. Sumatur as media inter ba, ac; et cum positum sit, tempus casus per ac esse ac, erit as tempus per ab: demonstratum igitur est, momentum celeritatis in c ad momentum caeleritatis [sic] in b esse ut ac ad as. Sumantur orizontales cd, dupla ad ca, be vero dupla ad ba. – 24 e lin. 1-2 della pag. 282. orizonte cd, conficere cd $\uparrow$ motu aequabili $\downarrow$ aequali tempore atque ipsa $\uparrow$ confecit motu accelerato naturaliter $\downarrow$ ac; et similiter, be confici*

ipsius ac, be vero dupla ba: constat, ex demonstratis, cadens per ac, conversum in horizonte cd, atque iuxta impetum in c acquisitum motu aequabili delatum, conficere spatium cd aequali tempore, atque ipsum ac motu accelerato confecit; similiterque, be confici eodem tempore atque ab: sed tempus ipsius descensus ab est⁷⁴⁶ as: ergo horizontalis be conficitur tempore as. Fiat ut tempus sa ad tempus ac, ita eb ad bl; cumque motus per be sit aequabilis, erit spatium bl peractum tempore ac secundum momentum celeritatis in b: sed tempore eodem ac conficitur spatium cd secundum momentum celeritatis in c; momenta autem celeritatis sunt inter se ut spatia, quae iuxta ipsa momenta eodem

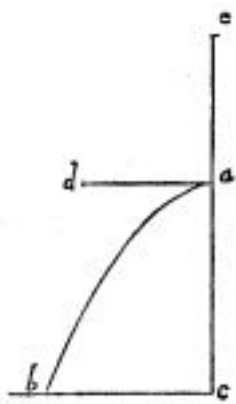
⁷⁴⁶ Delle lin. 12 2 seg., fino alla 13 della pag. 282, si ha nel cod. A, a car. 91t., una bozza della mano giovanile di GALILEO e con aggiunte posteriori, pure autografe, le quali indichiamo qui abbasso tra le varianti, racchiudendole tra i segni ↑↓, posti il primo dove l'aggiunta comincia e il secondo dove finisce.

3. *ipsius ab est - orizontalis - 6-7. sed secundum momentum caeleritatis* [sic] *in c eodem tempore ac conficitur spacium cd; momenta - 8. ipsa* ↑ *momenta* ↓ *eodem - 10. dimidia, ↑ nempe* ↓ *ca ad - 13. Dopo «tempus per ab» nella bozza autografa si legge: quod erat demonstrandum.*

conficiuntur tempore: ergo momentum celeritatis in c ad momentum celeritatis in b est ut dc ad bl. Quia vero ut dc ad be, ita ipsarum dimidia, nempe ca ad ab; ut autem eb ad bl, ita ba ad as; ergo, ex aequali, ut dc ad bl, ita ca ad as: hoc est, ut momentum celeritatis in c ad momentum celeritatis in b, ita ca ad as, hoc est, tempus per ca ad tempus per ab.

Patet itaque ratio mensurandi impetum seu celeritatis momentum super linea in qua fit motus descensus; qui quidem impetus ponitur augeri pro ratione temporis.

Hic autem, antequam ulterius progrediamur, praemonendum est, quod cum de motu composito ex aequabili horizontali et ex



naturaliter accelerato deorsum futurus sit sermo (ex tali enim mixtione conflatur ac designatur linea proiectedi, nempe parabola), necesse habemus definire aliquam communem mensuram, iuxta quam utriusque motus velocitatem, impetum, seu momentum, dimetiri valeamus; cumque lationis aequabilis innumeri sint velocitatis gradus,

quorum non quilibet fortuito, sed unus ex illis innumeris, cum gradu celeritatis per motum naturaliter acceleratum acquisito sit

conferendus et coniungendus, nullam faciliorem viam excogitare potui pro eo eligendo atque determinando, quam alium eiusdem generis assumendo. Ut autem clarius me explicem, intelligatur perpendicularis ac ad horizontalem cb; ac vero esse altitudinem, cb autem amplitudinem semiparabolae ab, quae describitur a compositione duarum lationum, quarum una est mobilis descendentis per ac motu naturaliter accelerato ex quiete in a, altera est motus transversalis aequabilis iuxta horizontalem ad. Impetus acquisitus in c per descensum ac determinatur a quantitate eiusdem altitudinis ac; unus enim atque idem est semper impetus mobilis ex eadem altitudine cadentis: verum in horizontali non unus, sed innumeri assignari possunt gradus velocitatis motuum aequabilium. Ex quorum multitudine ut illum quem elegero a reliquis segregare et quasi digito monstrare possim, altitudinem ca in sublimi extendam, in qua, prout opus fuerit, sublimitatem ae firmabo: ex qua si cadens ex quiete in e mente concipiam, patet, impetum eius in termino a acquisitum, unum esse cum quo idem mobile, per horizontalem ad conversum, ferri concepero; eiusque gradum celeritatis esse illum, quo, in tempore descensus per ea, spatium in horizontali duplum ipsius ea conficiet. Haec praemonere necessarium visum est.

Advertatur insuper, semiparabolae ab «amplitudinem» a me vocari horizontalem cb

«altitudinem», ac nempe, eiusdem parabolae axem:

lineam vero ea, ex cuius descensu determinatur impetus horizontalis, «sublimitatem» appello.

His declaratis ac definitis, ad demonstrandum me confero.

SAGR. Fermate, in grazia, perchè qui mi par che venga adornar questo pensiero dell'Autore con la conformità del concetto di Platone intorno al determinare le diverse velocità de i moti equabili delle conversioni de i moti celesti. Il quale, avendo per avventura auto concetto, non potere alcun mobile passare dalla quiete ad alcun determinato grado di velocità, nel quale ei debba poi equabilmente perpetuarsi, se non col passare per tutti gli altri gradi di velocità minori, o vogliam dire di tardità maggiori, che tra l'assegnato grado e l'altissimo di tardità, cioè della quiete, intercedono, disse che Iddio, dopo aver creati i corpi mobili celesti, per assegnar loro quelle velocità con le quali poi dovessero con moto circolare equabile perpetuamente muoversi, gli

fece, partendosi loro dalla quiete, muover per determinati spazii di quel moto naturale e per linea retta secondo 'l quale noi sensatamente veggiamo i nostri mobili muoversi dallo stato di quiete accelerandosi successivamente; e soggiugne che, avendogli fatto guadagnar quel grado nel quale gli piacque che poi dovessero mantenersi perpetuamente, convertì il moto loro retto in circolare, il quale solo è atto a conservarsi equabile, rigirandosi sempre senza allontanarsi o avvicinarsi a qualche prefisso termine da essi desiderato. Il concetto è veramente degno di Platone; ed è tanto più da stimarsi, quanto i fondamenti taciuti da quello e scoperti dal nostro Autore, con levargli la maschera o sembianza poetica, lo scuoprono in aspetto di verace istoria. E mi pare assai credibile, che avendo noi per le dottrine astronomiche assai competente notizia delle grandezze de gli orbi de i pianeti e delle distanze loro dal centro intorno al quale si raggirano, come ancora delle loro velocità, possa il nostro Autore (al quale il concetto Platonico non era ascosto) aver tal volta per sua

curiosità auto pensiero d'andare investigando se si potesse assegnare una determinata sublimità, dalla quale partendosi, come da stato di quiete, i corpi de i pianeti, e mossi per certi spazii di moto retto e naturalmente accelerato, convertendo poi la velocità acquistata in moti equabili, si trovassero corrispondere alle grandezze de gli orbi loro e a i tempi delle loro rivoluzioni.

SALV. Mi par sovvenire che egli già mi dicesse, aver una volta fatto il computo, ed anco trovato assai acconciamente rispondere alle osservazioni, ma non averne voluto parlare, giudicando che le troppe novità da lui scoperte, che lo sdegno di molti gli hanno provocato, non accendessero nuove scintille. Ma se alcuno avrà simil desiderio, potrà per sè stesso, con la dottrina del presente trattato, sodisfare al suo gusto. Ma seguiamo la nostra materia, che è di dimostrare:

PROBLEMA I, PROPOSITIO IV.

Quomodo in datae parabolae, a proiecto descriptae, punctis singulis impetus sit determinandus.

*Sit semiparabola bec, cuius amplitudo cd, altitudo db, quae
 extensa in sublimi occurrat tangenti parabolam ca in a; et per
 verticem b sit horizonti et cd parallela bi. Quod si amplitudo
 cd sit aequalis toti altitudini da, erit bi aequalis ba et bd; et si
 temporis casus per ab, et momenti velocitatis acquisiti in b per
 descensum ab ex quiete in a, ponamus mensuram esse ipsammet
 ab, erit dc (dupla nempe bi) spatium quod per impetum ab, per
 horizontalem conversum, conficiet eodem tempore: sed eodem tem-
 pore cadens per bd ex quiete in b conficit altitudinem bd: ergo
 mobile cadens ex quiete in a, per ab conversum cum impetu ab,
 per horizontalem conficit spatium aequale dc. Superveniente vero
 casu per bd, conficit altitudinem bd, et parabola bc designatur,
 cuius impetus in termino c est compositus ex aequabili transver-
 sali, cuius momentum est ut ab, et ex altero momento acquisito
 in descensu bd in termino d seu c; quae momenta aequalia sunt.
 Si ergo intelligamus, ab alterius illorum esse mensuram, ut puta
 transversalis aequabilis; bi vero, quae ipsi bd est aequalis, esse
 mensuram impetus acquisiti in d seu c; subtensa ia erit quanti-
 tas momenti compositi ex ambobus: erit ergo quantitas seu men-
 sura integri momenti, quo proiectum veniens per parabolam bc
 impetum facit in c. His retentis, accipiat in parabola quodlibet*

punctum e, in quo de impetu proiecti determinandum sit. Ducatur horizontalis ef, et accipiatur bg media proportionalis inter bd, bf: cumque posita sit ab, seu bd, esse mensura temporis et momenti velocitatis in casu bd ex quiete in b, erit bg tempus seu mensura temporis et impetus in f venientis ex b. Si igitur ponatur bo aequalis bg, iuncta diagonalis ao erit quantitas impetus in puncto e: est enim ab determinatrix posita temporis et impetus in b, qui conversus in horizontali semper servatur idem; bo vero determinat impetum in f seu e per descensum ex quiete in b in altitudine bf; his autem ab, bo potentia aequipollet ao. Patet ergo quod quaerebatur.

SAGR. La contemplazione del componimento di questi impeti diversi, e della quantità di quell'impeto che da tal mistione ne risulta, mi giugne tanto nuova, che mi lascia la mente in non piccola confusione: non dico della mistione di due movimenti equabili, benchè tra di loro diseguali, fatti uno per la linea orizzontale e l'altro per la perpendicolare, chè di questi resto capacissimo farsi un moto in potenza eguale ad amendue i

componenti; ma mi nasce confusione nel mescolamento dell'orizzontale equabile⁷⁴⁷, e perpendicolare naturalmente accelerato. Però vorrei che insieme digerissimo meglio questa materia.

SIMP. Ed io tanto più ne son bisognoso, quanto che non sono ancor totalmente quietato di mente, come bisogna, nelle proposizioni che sono come primi fondamenti dell'altre che gli seguono appresso. Voglio inferire che anco nella mistione de i due moti equabili, orizzontale e perpendicolare, vorrei meglio intendere quella potenza del lor composto. Ora, Sig. Salviati, V. S. intende il nostro bisogno e desiderio.

SALV. Il desiderio è molto ragionevole, e tenterò se l'aver io più lungo tempo potuto pensarvi sopra, può agevolare la vostra intelligenza. Ma converrà comportarmi e scusarmi, se nel discorrere andrò replicando buona parte delle cose sin qui poste dall'Autore.

Discorrer determinatamente circa i movimenti e lor velocità o impeti, siano quelli o equabili o naturalmente accelerati, non

⁷⁴⁷ *equabile perpendicolare*, s.

possiamo noi senza prima determinar della misura che usar vogliamo per misurar tali velocità, come anco della misura del tempo. Quanto alla misura del tempo, già abbiamo la comunemente ricevuta per tutto, delle ore, minuti primi e secondi etc.; e come per misura del tempo ci è la detta comune, ricevuta da tutti, così bisogna assegnarne una per le velocità, che appresso tutti sia comunemente intesa e ricevuta, cioè che appresso tutti sia l'istessa. Atta per tale uso ha stimato l'Autore, come si è dichiarato, esser la velocità de i gravi naturalmente descendenti, de i quali le crescenti velocità in tutte le parti del mondo serbano l'istesso tenore; sì che quel grado di velocità che (per esempio) acquista una palla di piombo d'una libra nell'esser, partendosi dalla quiete, scesa perpendicolarmente quanto è l'altezza di una picca, è sempre e in tutti i luoghi il medesimo, e per ciò accomodatissimo per esplicar la quantità dell'impeto derivante dalla scesa naturale. Resta poi il trovar modo di determinare anco la quantità dell'impeto in un moto equabile in guisa tale, che tutti coloro che circa di quello discorrino, si formino l'istesso concetto della grandezza e velocità sua, sì che uno non se lo figuri più veloce e un altro meno, onde poi nel congiugnere e mescolar questo da sè concepito equabile con lo statuito moto accelerato, da diversi uomini ne vengano formati diversi concetti di diverse grandezze d'impeti. Per determinare e rappresentare cotal impeto e velocità particolare, non ha trovato il nostro Autore altro

mezo più accomodato, che 'l servirsi dell'impeto che va acquistando il mobile nel moto naturalmente accelerato; del quale qualsivoglia momento acquistato, convertito in moto equabile, ritien la sua velocità limitata precisamente, e tanta, che in altrettanto tempo quanto fu quello della scesa passa doppio spazio dell'altezza dalla quale è caduto. Ma perchè questo è punto principale nella materia che si tratta, è bene con qualche esempio particolare farsi perfettamente intendere.

Ripigliando dunque la velocità e l'impeto acquistato dal grave cadente, come dicemmo, dall'altezza d'una picca, della quale velocità vogliamo servirci per misura di altre velocità ed impeti in altre occasioni; e posto, per esempio, che il tempo di tal caduta sia 4 minuti secondi d'ora; per ritrovar da questa tal misura quanto fusse l'impeto del cadente da qualsivoglia altra altezza maggiore o minore, non doviamo dalla proporzione la quale quest'altra altezza avesse con l'altezza d'una picca, argomentare e concludere la quantità dell'impeto acquistato in questa seconda altezza, stimando, per esempio, che il cadente da quadrupla altezza avesse acquistato quadrupla velocità, perchè ciò è falso: imperò che

non cresce o cala la velocità nel moto naturalmente accelerato secondo la proporzione degli spazii, ma ben secondo quella de i tempi, della quale quella degli spazii è maggiore in duplicata proporzione, come già fu dimostrato. Però, quando noi avessimo in una linea retta assegnatane una parte per misura della velocità, ed anco del tempo e dello spazio in tal tempo passato (chè per brevità tutte tre queste grandezze con un'istessa linea spesse volte vengono rappresentate), per trovar la quantità del tempo e 'l grado di velocità che il mobile medesimo in altra distanza avrebbe acquistato, ciò otterremo noi non immediatamente da questa seconda distanza, ma dalla linea che tra le due distanze sarà media proporzionale. Ma con un esempio meglio mi dichiaro. Nella linea *ac*, perpendicolare all'orizzonte, intendasi la parte *ab* essere uno spazio passato da un grave naturalmente descendente di moto accelerato; il tempo del qual passaggio, potendo io rappresentarlo con qualsivoglia linea, voglio per brevità figurarlo esser quanto la medesima linea *ab*; e parimente per misura dell'impeto e velocità acquistata per tal moto pongo pur l'istessa

linea ab : sì che di tutti gli spazii che nel progresso del discorso si hanno a considerare, la misura sia la parte ab . Stabilite ad arbitrio nostro sotto una sola grandezza ab queste 3 misure di generi di quantità diversissimi, cioè di spazii, di tempi e di impeti, siaci proposto di dover determinare, nell'assegnato spazio e altezza ac ,



quanto sia per essere il tempo della scesa del cadente da l' a in c , e quanto l'impeto che in esso termine c si troverà avere acquistato, in relazione al tempo ed all'impeto misurati per la ab . L'uno e l'altro quesito si determinerà pigliando delle due linee ac , ab la media proporzionale ad ; affermando, il tempo della caduta per tutto lo spazio ac esser quanto il tempo ad in relazione al tempo ab , posto da principio per la quantità del tempo nella scesa ab . Diremo parimente, l'impeto o grado di velocità che otterrà l'cadente nel termine c , in relazione all'impeto che ebbe in b , esser quale è la medesima linea ad in relazione alla ab , essendo che la velocità cresce con la medesima proporzione che cresce il tempo: la qual conclusione se ben fu presa come postulato, pur tuttavia volse l'Autore

esplicarne l'applicazione di sopra, alla Proposizion terza.

Ben compreso e stabilito questo punto, venghiamo alla considerazione dell'impeto derivante da 2 moti composti; uno de i quali sia composto dell'orizzontale e sempre equabile, e del perpendicolare all'orizzonte e esso ancora equabile; ma l'altro sia composto dell'ori-



zontale, pur sempre equabile, e del perpendicolare naturalmente accelerato.

Se amendue saranno equabili, già s'è visto

come l'impeto risultante dalla composizione di amendue è in potenza eguale ad amendue, come per chiara intelligenza esemplificheremo così. Intendasi, il mobile descendente per la perpendicolare *ab* aver, per esempio, 3 gradi d'impeto equabile, ma, trasportato per la *ab* verso *c*, esser tal velocità ed impeto di 4 gradi, sì che nel tempo medesimo che scendendo passerebbe nella perpendicolare, v. g., 3 braccia, nella orizzontale ne passerebbe 4: ma nel composto di amendue le velocità viene,

nel medesimo tempo, dal punto a nel termine c , camminando sempre per la diagonale ac , la quale non è lunga 7, quanto sarebbe la composta delle 2, ab 3 e bc 4, ma è 5; la qual 5 è in potenza eguale alle due 3 e 4. Imperò che, fatti li quadrati del 3 e del 4, che sono 9 e 16, e questi congiunti insieme, fanno 25 per il quadrato di ac , il quale alli due quadrati di ab e di bc è eguale; onde la ac sarà quanto è il lato, o vogliam dir la radice, del quadrato 25, che è 5. Per regola dunque ferma e sicura, quando si debba assegnare la quantità dell'impeto risultante da 2 impeti dati, uno orizzontale e l'altro perpendicolare ed amendue equabili, si deve di amendue fare i quadrati, e, componendogli insieme, estrar la radice del composto, la quale ci darà la quantità dell'impeto composto di amendue quelli. E così nell'esempio posto, quel mobile che in virtù del moto perpendicolare arebbe percosso sopra l'orizzonte con 3 gradi di forza, e col moto solo orizzontale arebbe percosso in c con gradi 4, percotendo con amendue gl'impeti congiunti, il colpo sarà come quello del percuoziente mosso con gradi 5 di velocità e di forza: e questa tal percossa

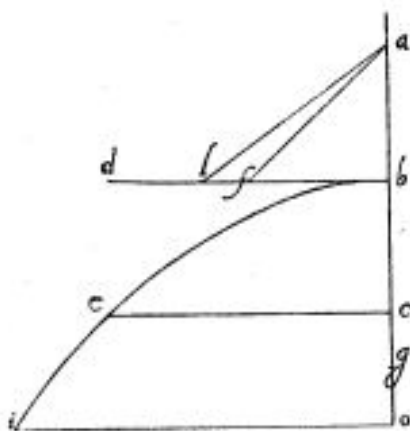
sarebbe del medesimo valore in tutti i punti della diagonale *ac*, per esser sempre gl'impeti composti i medesimi, non mai cresciuti o diminuiti.

Veggiamo ora quello che accaschi nel comporre il moto orizzontale equabile con un moto perpendicolare all'orizzonte, il quale, cominciando dalla quiete, vadia naturalmente accelerandosi. Già è manifesto che la diagonale, che è la linea del moto composto di questi due, non è una linea retta, ma semiparabolica, come si è dimostrato; nella quale l'impeto va sempre crescendo, mercè del continuo crescimento della velocità del moto perpendicolare. Là onde, per determinar qual sia l'impeto in un assegnato punto di essa diagonale parabolica, prima bisogna assegnar la quantità dell'impeto uniforme orizzontale, e poi investigar qual sia l'impeto del cadente nell'assegnato punto, il che non si può determinare senza la considerazione del tempo decorso dal principio della composizione de i 2 moti, la qual considerazione di tempo non si richiede nella composizione de i moti equabili, le velocità ed impeti de i quali son sempre i medesimi; ma qui, dove entra nella mistione

un moto che, cominciando dalla somma tardità, va crescendo la velocità conforme alla continuazion del tempo, è necessario che la quantità del tempo ci manifesti la quantità del grado di velocità nell'assegnato punto: chè quanto al resto poi, l'impeto composto di questi 2 è (come nei moti uniformi) eguale in potenza ad amendue i componenti. Ma qui ancora meglio mi dichiaro con un esempio. Sia nella perpendicolare all'orizzonte *ac* presa qualsivoglia parte *ab*, la quale figuro che serva per misura dello spazio del moto naturale fatto in essa perpendicolare, e parimente sia misura del tempo ed anco del grado di velocità, o vogliam dire de gl'impeti: è primieramente manifesto, che se l'impeto del cadente in *b* dalla quiete⁷⁴⁸ in *a* si convertirà sopra la *bd*, parallela all'orizzonte, in moto equabile, la quantità della sua velocità sarà tanta, che nel tempo *ab* passerà uno spazio doppio dello spazio *ab*; e tanta sia la linea *bd*. Posta poi la *bc* eguale alla *ba*, e tirata la parallela *ce* alla

⁷⁴⁸ *in b della quiete, s.*

bd , e ad essa eguale, descriveremo per i punti b , e la linea parabolica bei . E perchè nel tempo ab con l'impeto ab si passa l'orizzontale bd o ce , doppia della ab , e passasi ancora in altrettanto tempo⁷⁴⁹ la perpendicolare bc con acquisto d'impeto in c eguale al medesimo orizzontale;



adunque il mobile, in tanto tempo quanto è ab , si troverà dal b giunto in e per la parabola be con un impeto composto di due, ciascheduno eguale all'impeto ab : e perchè l'uno di essi è orizon-

tale e l'altro perpendicolare, l'impeto composto di essi sarà in potenza eguale ad amendue, cioè doppio di uno; onde, posta la bf eguale alla ba e tirata la diagonale af , l'impeto e la percossa in e sarà maggiore della percossa

⁷⁴⁹ *in altrettanto tempo, s.*

in b del cadente dall'altezza a , o vero della percossa dell'impeto orizzontale per la bd , secondo la proporzione di af ad ab . Ma quando, ritenendo pur sempre la ba per misura dello spazio della caduta dalla quiete in a sino in b e per misura del tempo e dell'impeto del cadente acquistato in b , l'altezza bo non fusse eguale, ma maggiore della ab , presa la bg media proporzionale tra esse ab , bo , sarebbe essa bg misura del tempo e dell'impeto in o , per la caduta nell'altezza bo acquistato in o ; e lo spazio per l'orizzontale, il quale passato con l'impeto ab nel tempo ab sarebbe doppio della ab , sarà in tutta la durazion del tempo bg tanto maggiore, quanto a proporzione la bg è maggiore della ba . Posta dunque la lb eguale alla bg , e tirata la diagonale al , avremo da essa la quantità composta delli 2 impeti orizzontale e perpendicolare, da i quali si descrive la parabola; de i quali l'orizzontale ed equabile è l'acquistato in b per la caduta ab , e l'altro è l'acquistato in o , o vogliam dire in i , per la caduta bo , il cui tempo fu bg , come anco la quantità del suo momento. E con simil discorso investigheremo l'impeto nel termine estremo della parabola, quando

l'altezza sua fusse minore della sublimità ab , prendendo tra amendue la media; la quale posta nell'orizzontale in luogo della bf , e congiunta la diagonale, come af , aremo da questa la quantità dell'impeto nell'estremo termine della parabola.

A quanto sin qui si è considerato circa questi impeti, colpi o vogliam dir percosse, di tali proietti, convien aggiugnere un'altra molto necessaria considerazione: e questa è, che non basta por mente alla sola velocità del proietto per ben determinare della forza ed energia della percossa, ma convien chiamare a parte ancora lo stato e condizione di quello che riceve la percossa, nell'efficacia della quale esso per più rispetti ha gran partecipazione e interesse. E prima, non è chi non intenda che la cosa percossa intanto patisce violenza dalla velocità del percuziente, in quanto ella se gli oppone, e frena in tutto o in parte il moto di quello: chè se il colpo arriverà sopra tale che ceda alla velocità del percuziente senza resistenza alcuna, tal colpo sarà nullo; e colui che corre per ferir con lancia il suo nimico, se nel sopraggiugnerlo accaderà che quello si muova fuggendo con

pari velocità, non farà colpo, e l'azione sarà un semplice toccare senza offendere. Ma se la percossa verrà ricevuta in un oggetto che non in tutto ceda al percuziente, ma solamente in parte, la percossa danneggerà, ma non con tutto l'impeto, ma solo con l'eccesso della velocità di esso percuziente sopra la velocità della ritirata e cedenza del percosso: sì che, se, v. g., il percuziente arriverà con 10 gradi di velocità sopra 'l percosso, il quale, cedendo in parte, si ritiri con gradi 4, l'impeto e percossa sarà come di gradi 6. E finalmente, intera e massima sarà la percossa, per la parte del percuziente, quando il percosso nulla ceda, ma interamente si opponga, e fermi tutto 'l moto del percuziente; se però questo può accadere. Ed ho detto *per la parte del percuziente*, perchè quando il percosso si movesse con moto contrario verso 'l percuziente, il colpo e l'incontro si farebbe tanto più gagliardo, quanto le 2 velocità contrarie unite son maggiori che la sola del percuziente. Di più, conviene anco avvertire che il ceder più o meno può derivare non solamente dalla qualità della materia più o men dura, come se sia di ferro,

di piombo o di lana etc., ma dalla positura del corpo che riceve la percossa: la qual positura se sarà tale che 'l moto del percuziente la vadia a investire ad angoli retti, l'impeto del colpo sarà il massimo; ma se 'l moto verrà obbliquamente e, come diciam noi, a scancío, il colpo sarà più debole, e più e più secondo la maggiore obbliquità; perchè in oggetto in tal modo situato, ancor che di materia sodissima, non si spegne e ferma tutto l'impeto e moto del percuziente, il quale, sfuggendo, passa oltre, continuando almeno in qualche parte a muoversi sopra la superficie del resistente opposto. Quando dunque si è di sopra determinato della grandezza dell'impeto del proietto nell'estremità della linea parabolica, si deve intendere della percossa ricevuta sopra una linea ad angoli retti ad essa parabolica o vero alla tangente la parabola nel detto punto; perchè, se ben quel moto è composto d'un orizzontale e d'un perpendicolare, l'impeto nè sopra l'orizzontale nè sopra 'l piano eretto all'orizzonte è il massimo, venendo sopra ambedue ricevuto obbliquamente.

SAGR. Il ricordar V. S. questi colpi e queste percosse

mi ha risvegliato nella mente un problema o vogliam dire questione meccanica, della quale non ho trovato appresso autore alcuno la soluzione, nè cosa che mi scemi la maraviglia o al meno in parte mi quieti l'intelletto. E 'l dubbio e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa derivare, e da qual principio possa dipendere, l'energia e la forza immensa che si vede consistere nella percossa, mentre col semplice colpo d'un martello, che non abbia peso maggiore d'8 o 10 libbre, veggiamo superarsi resistenze tali, le quali non cederanno al peso d'un grave che, senza percossa, vi faccia impeto, solamente calcando e premendo, benchè la gravità di quello passi molte centinaia di libbre. Io vorrei pur trovar modo di misurar la forza di questa percossa; la quale non penso però che sia infinita, anzi stimo che ella abbia il suo termine da potersi pareggiare e finalmente regolare con altre forze di gravità prementi, o di leve o di viti o di altri strumenti meccanici, de i quali io a soddisfazione resto capace della moltiplicazione della forza loro.

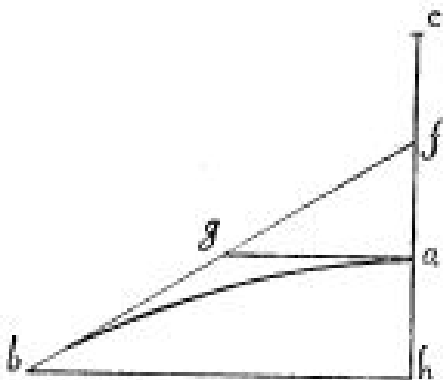
SALV. V. S. non è solo, nella maraviglia dell'effetto e

nella oscurità della cagione di così stupendo accidente. Io vi pensai per alcun tempo in vano, accrescendo sempre la confusione, sin che finalmente, incontrandomi nel nostro Academico, da esso ricevei doppia consolazione: prima, nel sentire come egli ancora era stato lungo tempo nelle medesime tenebre; e poi nel dirmi che, dopo l'avervi in vita sua consumate molte migliaia di ore specolando e filosofando, ne aveva conseguite alcune cognizioni lontane dai nostri primi concetti, e però nuove e per la novità ammirande. E perchè ormai so che la curiosità di V. S. volentieri sentirebbe quei pensieri che si allontanano dall'opinabile, non aspetterò la sua richiesta, ma gli do parola che, spedita che avremo la lettura di questo trattato de i proietti, gli spiegherò tutte quelle fantasie, o vogliàn dire stravaganze, che de i discorsi dell'Accademico mi son rimaste nella memoria. In tanto seguitiamo le proposizioni dell'Autore.

PROPOSITIO V, PROBLEMA.

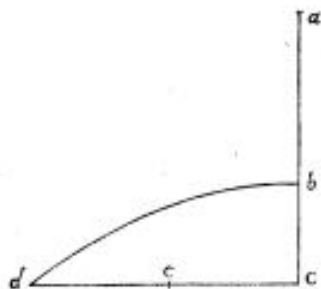
In axe extenso datae parabolae punctum sublime reperire, ex quo cadens parabolam ipsam describit.

Sit parabola ab, cuius amplitudo hb, et axis extensus he, in quo reperienda sit sublimitas, ex qua cadens, et impetum in a conceptum in horizontalem convertens, parabolam ab describat. Ducatur horizontalis ag, quae erit parallela ipsi bh, et posita af aequali ah, ducatur recta fb, quae parabolam tanget in b, et horizontalem ag in g secabit; ac-



cipiaturque ipsarum fa, ag tertia proportionalis ae: dico, e esse punctum sublime quaesitum, ex quo cadens ex quiete in e, et conceptum impetum in a in horizontalem convertens, superveniente impetu descensus in h ex quiete in a, parabolam ab describet. Si enim intelligamus, ea esse mensuram temporis descensus ex e in a, nec non impetus acquisiti in a, erit ag (media nempe inter ea, af) tempus et impetus venientis ex f in a, seu ex a in h: et quia veniens ex e, tempore ea, cum impetu acquisito in a, conficit in latione horizontali, motu aequabili, duplam ea,

ergo etiam latum eodem impetu conficiet in tempore ag duplam ga , mediam nempe bh (spatia enim confecta eodem motu aequali sunt inter se ut eorundem motuum tempora), et in perpendiculari motu ex quiete, eodem tempore ga , conficitur ah ; ergo eodem tempore conficiuntur a mobili amplitudo hb et altitudo ah . Describitur ergo parabola ab ex casu venientis a sublimitate e : quod quaerebatur.



COROLLARIUM.

Hinc constat, dimidiam basim, seu amplitudinem, semiparabolae (quae est quarta pars amplitudinis integrae parabolae) esse mediam proportionalem inter altitudinem eius et sublimitatem ex qua cadens eam designat.

PROPOSITIO VI, PROBLEMA.

Data sublimitate et altitudine semiparabolae, amplitudinem reperire. Sit ad horizontalem lineam dc perpendicularis ac , in

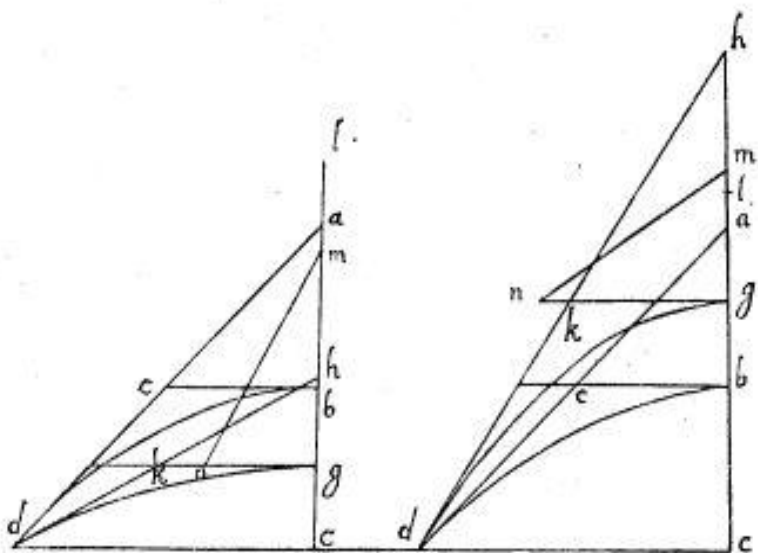
qua data sit altitudo cb et sublimitas ba : oportet, in horizontali cd amplitudinem semiparabolae reperire, quae ex sublimitate ba cum altitudine bc designatur. Accipiat media proportionalis inter cb , ba , cuius cd ponatur dupla: dico, cd esse amplitudinem quaesitam. Id autem ex praecedenti manifestum est.

THEOREMA, PROPOSITIO VII.

In proiectis a quibus semiparabolae eiusdem amplitudinis describuntur, minor requiritur impetus in eo quod describit illam cuius amplitudo suae altitudinis est dupla, quam in quolibet alio.

Sit enim semiparabola bd , cuius amplitudo cd dupla sit altitudinis suae cb , et in axe in sublimi extenso ponatur ba altitudini bc aequalis, et iungatur ad , quae semiparabolam tanget in d et horizontalem be secabit in e , eritque be ipsi bc , seu ba , aequalis: constat, ipsam describi a proiecto, cuius impetus aequalis horizontalis sit qualis est in b cadentis ex quiete in a , impetus vero naturalis deorsum qualis est venientis in c ex quiete in

b;



ex quo constat, impetum ex istis compositum, quodque in termino d impingit, esse ut diagonalem ae, potentia nempe ipsis ambobus aequalem. Sit modo quaelibet alia semiparabola gd, cuius amplitudo eadem cd, altitudo vero cg minor vel maior altitudine bc, eamque tangat hd, secans horizontalem per g ductam in punto k; et fiat ut hg ad gk, ita kg ad gl: erit, ex antedemonstratis, altitudo gl, ex qua cadens describet parabolam gd. Inter ab et gl media proportionalis sit gm: erit gm tempus et momentum, sive impetus, in g cadentis ex l (positum enim est,

ab esse mensuram temporis et impetus). Sit rursus inter bc, cg media gn, quae erit temporis et impetus mensura cadentis ex g in c. Si igitur iungatur mn, erit ipsa impetus mensura proiectedi per parabolam dg, illidentis⁷⁵⁰ in termino d: quem quidem impetum, maiorem esse dico impetu proiectedi per parabolam bd, cuius quantitas erat ut ae. Quia enim gn posita est media inter bc, cg; est autem bc aequalis be, hoc est kg⁷⁵¹ (est enim unaquaeque subdupla dc); erit ut cg ad gn, ita ng ad gk, et ut cg, seu hg, ad gk, ita quadratum ng ad quadratum gk: ut autem hg ad gk, ita facta est kg ad gl: ergo ut ng ad quadratum gk, ita kg ad gl. Sed ut kg ad gl, ita quadratum kg ad quadratum gm; media enim est gm inter kg, gl: ergo tria quadrata ng, kg, gm sunt continue proportionalia, et duo extrema ng, gm simul sumpta, id est quadratum mn, maius quam duplum quadrati kg, cuius quadratum ae duplum est: ergo quadratum mn maius est quadrato ae, et linea mn maior linea ea: quod erat demonstrandum.

⁷⁵⁰ parabolam bd, illidentis, s.

⁷⁵¹ hoc est hg, s.

COROLLARIUM.

Hinc apparet, quod, conversim, in proiecto ex termino d per semiparabolam db minor impetus requiritur, quam per quamcunque aliam iuxta elevationem maiorem seu minorem elevatione semiparabolae bd, quae est iuxta tangentem ad, angulum semirectum supra horizonte continentem. Quod cum ita sit, constat quod, si cum eodem impetu fiant proiectiones ex termino d iuxta diversas elevationes, maxima proiectio, seu amplitudo semiparabolae sive integrae parabolae, erit quae consequitur ad elevationem anguli semirecti; reliquae vero iuxta maiores sive minores angulos factae, minores erunt.

SAGR. Piena di maraviglia e di diletto insieme è la forza delle dimostrazioni necessarie, quali sono le sole matematiche. Già sapevo io, per fede prestata alle relazioni di più bombardieri, che di tutti i tiri di volata dell'artiglieria, o del mortaro, il massimo, cioè quello che in maggior lontananza caccia la palla, era il fatto all'elevazione di mezzo angolo retto, che essi dicono del

sesto punto della squadra; ma l'intender la cagione onde ciò avvenga, supera d'infinito intervallo la semplice notizia autà dalle altrui attestazioni, ed anco da molte replicate esperienze.

SALV. V. S. molto veridicamente discorre: e la cognizione d'un solo effetto acquistata per le sue cause ci apre l'intelletto a 'ntendere ed assicurarci d'altri effetti senza bisogno di ricorrere alle esperienze, come appunto avviene nel presente caso; dove, guadagnata per il discorso dimostrativo la certezza dell'essere il massimo di tutti i tiri di volata quello dell'elevazione dell'angolo semiretto, ci dimostra l'Autore quello che forse per l'esperienza non è stato osservato: e questo è, che de gli altri tiri, quelli sono tra di loro eguali, le elevazioni de i quali superano o mancano per angoli eguali dalla semiretta; sì che le palle tirate dall'orizzonte, una secondo l'elevazione di 7 punti e l'altra di 5, andranno a ferir su l'orizzonte in lontananze eguali, e così eguali saranno i tiri di 8 e di 4 punti, di 9 e di 3, etc. Or sentiamone la dimostrazione.

THEOREMA, PROPOSITIO VIII.

*Amplitudines parabolarum a proiectis eodem impetu explosis
factarum, iuxta elevationes⁷⁵² per angulos aequales supra et infra
a semirecto distantes, aequales sunt inter se.*

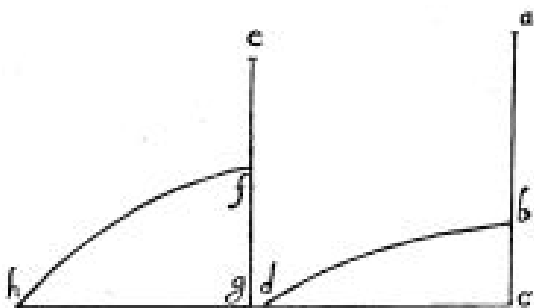
*Trianguli mcb circa angulum rectum c sint horizontalis bc
et perpendicularis cm aequales; sic enim angulus mbc semirectus*

⁷⁵² Delle lin. 2 e seg., fino alla lin. 3 della pag. 298, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 82r., in capo alla quale, pur di mano di GALILEO, si legge: «Parabolarum quarum anguli elevationum aequaliter differunt a semirecto», e un po' più sotto: «Scritta». La bozza comincia così: «In 3 angulo rectangulo bcm sint latera mc, cb aequalia, et supra et infra lineam mb constituentur utcumque anguli aequales mbe, mbd; et quia semirectus m aequatur internis d, b 3 anguli mdb, iisdem aequabitur aliter semirectus mbc: quod si loco dbm sumatur mbe, erit idem semirectus mbc aequalis duobus d, mbe, et dempto communi mbe, erit reliquus ebc aequalis ipsi d. Dividuntur cd, ce bifariam»; dopo di che continua, conforme al testo della stampa (lin. 18), in h et f, et ducantur ecc., presentando le seguenti varianti:

18. fg *parallelae ipsi cb, et* - 22. *et b parabolam esse* - 23. *vero hl, erit eius amplitudo cb, quae* - 25-26. Tra *concipiamus* e *a* erano state scritte alcune parole, le quali furono poi cancellate e quasi del tutto corrose dall'inchiostro.

erit: et extensa cm in d , supra et infra diagonalem mb constituentur in b duo anguli aequales, mbe , mbd : demonstrandum est, amplitudines parabolarum a proiectis explosis eodem impetu ex termino b iuxta elevationes angulorum ebc , dbc , esse aequales. Quia enim angulus externus bmc internis mdb , dbm est aequalis, iisdem aequabitur quoque angulus mbc : quod si loco anguli dbm ponamus mbe , erit idem angulus mbc duobus mbe , bdc aequalis; et dempto communi mbe , reliquus bdc reliquo ebc erit aequalis: sunt igitur trianguli dcb , bce similes. Dividantur rectae dc , ec bifariam in h et f , et ducantur hi , fg horizontali cb aequidistantes, et ut dh ad hi , ita fiat ih ad hl : erit triangulus ihl similis triangulo ihd , cui etiam similis est egf ; cumque ih , gf sint aequales (dimidia nempe ipsius bc), erit fe , id est fc , aequalis hl ; et addita communi fh , erit ch ipsi fl aequalis. Si itaque intelligamus, per h et b semiparabolam esse descriptam, cuius altitudo erit hc , sublimitas vero hl , erit amplitudo eius cb , quae dupla est ad hi , media scilicet inter dh , seu ch , et hl ; eamque tanget db , aequalibus existentibus ch , hd . Quod si, rursus, parabolam per fb descriptam concipiamus a sublimitate fl cum altitudine fc , quarum media proportionalis est

fg, cuius dupla est horizontalis cb, erit pariter cb eius amplitudo, illamque tanget eb, cum ef, fc sint aequales: distant autem anguli dbc, ebc (elevationes scilicet ipsarum) aequaliter a semirecto: ergo patet propositum.⁷⁵³



THEOREMA,
PROPOSITIO
IX.

Aequales⁷⁵⁴ sunt
amplitudines pa-
rabolarum,

quarum altitudines et sublimitates e contrario sibi respon-
dent.

⁷⁵³ Delle lin. 2 e seg. della pag. 298, fino alla lin. 3 della pag. 298, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 82r, in capo alla quale, pur di mano di GALILEO, si legge: «Parabolarum quarum anguli elevationum aequaliter differunt a semirecto», e un po' più sotto: «Scritta»

1. orizontalis - 2. fc aequales sint: distant - 3. semirecto mbc: ergo

⁷⁵⁴ Delle lin. 5-21 si ha una bozza, della mano giovanile di GALILEO, nel cod.

Parabolaefh altitudo gf ad altitudinem cb parabolaefbd eandem habeat rationem, quam sublimitas ba ad sublimitatem fe: dico, amplitudinem hg amplitudini dc esse aequalem. Cum enim prima gf ad secundam cb eandem habeat rationem quam tertia ba ad quartam fe, rectangulum gfe, primae et quartae, aequale erit rectangulo cba, secundae et tertiae; ergo quadrata quae hisce rectangulis aequalia sunt, aequalia erunt inter se: rectangulo vero gfe aequale est quadratum dimidiaefgh; rectangulo autem cba aequale est quadratum dimidiaefcd: ergo quadrata haec, et eorum latera, et laterum dupla, aequalia erunt. Haec autem sunt amplitudines gh, cd: ergo patet propositum.

LEMMA PRO SEQUENTI.

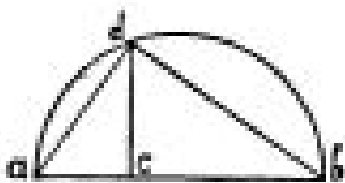
Si recta linea secta fuerit utcumque, quadrata mediarum inter totam et

A, a car. 114r., nella quale, essendo stato tagliato un angolo della carta, mancano alcune parole e parti di parola. Al di sotto della bozza leggesi l'indicazione: «Scritta», aggiunta posteriormente dallo stesso GALILEO. Questa bozza presenta le seguenti varianti:

8-10. *dico, amplitudines hg, dc esse aequales. Cum* - 16-17. *quae ihisce*
[sic] *rectangulis* -19. *cba aequatur dimidiaef.*

partes aequalia sunt quadrato totius.

Secta sit ab utcunque in c: dico, quadrata linearum mediarum inter totam ab et partes ac, cb, simul sumpta, aequalia



esse quadrato totius ab. Id autem constat, descripto semicirculo super tota ba, et ex c erecta perpendiculari cd, iunctisque da, db. Est enim da inter ba,

ac, estque db media inter ab, bc; suntque quadrata linearum da, db, simul sumpta, aequalia quadrato totius ab, recto existente angulo adb in semicirculo. Ergo patet propositum.

THEOREMA, PROPOSITIO X.

Impetus seu momentum cuiuslibet semiparabolae aequatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem, quae tanta sit quanta est composita ex sublimitate cum altitudine semiparabolae.

Sit semiparabola ab, cuius sublimitas da, altitudo vero ac, ex quibus componitur perpendicularis dc: dico, impetum semiparabolae in b esse aequalem momento naturaliter descendente ex d in c. Ponatur ipsamet dc mensura esse temporis et impetus, et

accipiatur media proportionalis inter cd, da, cui aequalis ponatur cf; sit insuper inter dc, ca media ce: erit iam cf mensura temporis et momenti descendantis per da ex quiete in d; ce vero tempus erit et momentum descendantis per ac ex quiete in a; et diagonalis ef erit momentum ex illis compositum, hoc est semiparabolae in b. Et quia dc secta est utcunque in a, suntque cf, ce mediae inter totam cd et partes da, ac, erunt harum quadrata, simul sumpta, aequalia quadrato totius, ex lemmate superiori: vero iisdem quadratis aequatur quoque quadratum ipsius ef: ergo et linea ef ipsi dc aequalis est. Ex quo constat, momenta per dc et per semiparabolam ab, in c et b, esse aequalia: quod oportebat.

COROLLARIUM.

Hinc constat, semiparabolarum omnium, quarum altitudines cum sublimitatibus iunctae pares sunt, impetus quoque aequales esse.

PROBLEMA, PROPOSITIO XI.

*Dato impetu et amplitudine semiparabolae, altitudinem eius reperire.
Impetus datus definitus sit a perpendiculari ad horizontem ab;*

amplitudo vero in horizontali sit bc: oportet, sublimitatem semiparabolae reperire, cuius impetus sit ab, amplitudo vero bc. Constat ex iam demonstratis, dimidiam amplitudinem bc futuram esse mediam proportionalem inter altitudinem et sublimitatem ipsius semiparabolae, cuius impetus, ex praecedenti, est idem cum impetu cadentis ex quiete in a per totam ab; est propterea ba ita secanda, ut rectangulum a partibus eius contentum aequale sit quadrato dimidiae bc, quae sit bdc. Hinc apparet, necessarium esse quod db dimidiam ba non superet: rectangulorum enim a partibus contentorum maximum est, cum tota linea in partes secatur aequales. Dividatur itaque ba bifariam in e: quod si ipsa bd aequalis⁷⁵⁵ fuerit be, absolutum est opus, eritque semiparabolae altitudo be, sublimitas vero ea (et ecce parabolae elevationis semirectae amplitudinem, ut supra demonstratum est, omnium esse maximam ab eodem impetu descriptarum). At minor sit bd quam dimidia ba, quae ita secanda est, ut rectangulum sub partibus quadrato bd sit aequale. Supra ea semicirculus describatur, in quo ex a applicetur af, aequalis bd, et iungatur

⁷⁵⁵ ipsa ba aequalis, s

fe, cui secetur pars aequalis eg: erit iam rectangulum bga cum quadrato eg aequale quadrato ea, cui quoque aequalia sunt duo quadrata af, fe. Demptis itaque quadratis ge, fe aequalibus, remanet rectangulum bga aequale quadrato af, nempe bd, et linea bd media proportionalis inter bg, ga: ex quo patet, semiparabolae cuius amplitudo bc, impetus vero ab, altitudinem esse bg, sublimitatem ga. Quod si ponatur inferius bi aequalis ga, erit haec altitudo, ia vero sublimitas semiparabolae ic.

Ex demonstratis hucusque possumus:

PROBLEMA, PROPOSITIO XII.

Semiparabolarum⁷⁵⁶ omnium amplitudines calculo colligere,

⁷⁵⁶ Delle lin. 28 e seg., fino alla lin. 23 della pag. 302, si ha nel cod. A, a car. 122r, una bozza autografa, nella quale si legge, pur di mano, ma alquanto posteriore, di GALILEO, l'indicazione: «Scritta». Essa presenta le seguenti varianti:

28-31. *Semiparabolarum proiectorum ab eodem impetu iuxta quascumque elevationes, per singulos gradus supra et infra 45, amplitudines calculo colligere, et in tabulas exigere. Constat ex praedemonstratis, parabolarum impetus esse aequales, cum illarum*

atque in tabulas exigere, quae a proiectis eodem impetu explosis describuntur.

Constat ex praedemonstratis, tunc parabolas a proiectis eodem impetu designari, cum illarum sublimitates, cum altitudinibus iunctae, aequales conficiunt perpendiculares supra horizontem⁷⁵⁷: inter easdem ergo parallelas horizontales hae perpendicu-

⁷⁵⁷ Delle lin. 28 e seg. della pag. 300, fino alla lin. 23 della pag. 302, si ha nel cod. A, a car. 122r, una bozza autografa, nella quale si legge, pur di mano, ma alquanto posteriore, di GALILEO, l'indicazione: «Scritta». Essa presenta le seguenti varianti:

1. *orizontem* - 1-2. *orizontales* - 2. *compraehendi* - *orizontali* - 3-4. *connectatur* ac: *erit acb angulus* gr. 45, *nempe semirectus*; *divisaque* - 5. *erit, quae* - 5-6. *et quantitas impetus eius in c eadem erit atque impetus in b venientis mobilis ex* - 9-10. *impetus idem futurus sit cum modo* - 19-20. *numerum 10000, decemmillia, partium pro* - 20-21 *projectionis ad elevationem* gr. 45: *tanta itaque supponatur* - 22-24. *semiparabolae* bc. *Iam, ad opus accedentes, ducatur*. Tra bc e Iam si legge, cancellato, *cuius dupla esset, nempe 20000, integrae parabolae amplitudo*. - 25. *maiozem comprahendens* - 26. *altitudine ipsam* - 28. *accipiatur, et bifariam* - *deinde ipsius bf et bi* -29. *tertia reperiatur proportionalis, quae* - *quam fa, cum bf maior sit quam db. Sit igitur*.

lares comprehendi debent. Ponatur itaque horizontali cb perpendicularis ba aequalis, et connectatur diagonalis ac : erit angulus acb semirectus, gr. 45; divisaque perpendiculari ba bifariam in d , semiparabola dc erit ea, quae a sublimitate ad cum altitudine db designatur, et impetus eius in c tantus erit, quantus est in b mobilis venientis ex quiete in a per lineam ab ; et si ducatur ag aequidistans bc , reliquarum omnium semiparabolarum quarum impetus futurus sit idem cum modo explicato, altitudines cum sublimitatibus iunctae spatium inter parallelas ag , bc explere debent. Insuper, cum iam demonstratum sit, semiparabolarum quarum tangentes aequaliter, sive supra sive infra, ab elevatione semirecta distant, amplitudines aequales esse, calculus quem pro maioribus elevationibus compilabimus, pro minoribus quoque deserviet. Eligimus praeterea numerum partium decem milia, 10000, pro maxima amplitudine projectionis semiparabolae ad elevationem gr. 45 factae: itaque tanta supponatur esse linea ba

Tra quam e « db » si legge, cancellato « bd eodem fa»; e prima di *Sit* è richiamata la seguente aggiunta marginale: *id constat: quia sub fb et 3^a proportionalis [sic] ipsarum fb, bd aequale est ° mediae db*; at *sub bf, fa minus est ° bd; deficit enim per fd*.

et amplitudo semiparabolae bc. Eligimus autem numerum 10000, quia utimur in calculis tabula tangentium, cuius hic numerus congruit cum tangente gr. 45. Iam, ad opus accedendo, ducatur ce, angulum ecb angulo acb maiorem (acutum tamen) comprehendens, sitque semiparabola designanda, quae a linea ec tangatur, et cuius sublimitas cum altitudine iuncta ipsam ba adaequet. Ex tabula tangentium, per angulum datum bce tangens ipsa be accipiat, quae bifariam dividatur in f; deinde ipsarum bf, bi (dimidia bc) tertia proportionalis reperiatur, quae necessario maior erit quam fa. Sit igitur illa fo. Semiparabolae igitur in triangulo ecb inscriptae iuxta tangentem ce, cuius⁷⁵⁸ amplitudo est cb, reperta est altitudo bf et sublimitas

⁷⁵⁸ Delle lin. 28 e seg. della pag. 300, fino alla lin. 23 della pag. 302, si ha nel cod. A, a car. 122r, una bozza autografa, nella quale si legge, pur di mano, ma alquanto posteriore, di GALILEO, l'indicazione: «Scritta». Essa presenta le seguenti varianti:

2-7. *cuius cb est amplitudo, bf altitudo, sublimitas est fo. Verum tota bo supra parallelas extenditur: nos autem operae pretium habemus, talem eandem ex altitudine et sublimitate compositam ipsi ba aequari; sic enim tum ipsa, tum semiparabola de a proiectis ex c impetu eodem describentur: reperienda igitur est altera semiparabola huic similis (innumerae*

fo. *Verum tota bo supra parallelas ag, cb attollitur, cum nobis opus sit inter easdem contineri; sic enim tum ipsa, tum semiparabola dc, describentur a proiectis ex c impetu eodem explosis: reperienda igitur est altera huic similis (innumerae enim intra*

enim iuxta elevationem anguli bec, maiores et minores, designari possunt, quae omnes inter se similes erunt), cuius - 7. omologa - 9. erit cr, quaesita amplitudo - elevazionem [sic] anguli bce designatae, cuius - 10-11. iuncta intra spazium [sic] a parallelis ga, cb contentum [sic] habetur: quod - 12. tangens reperiatur be, cuius medietati apponatur tertia - 13. fo; dein fiat ut - 15. Exemplum apponamus. Sit - gr. 55; eius - 16. bc 2500; harum - 17. ipsi bf, nempe 5959, dat 10154 - 19-20. habebimus amplitudinem re quaesitam 9848, qualium bc 10000 - 21. sunt integrae amplitudines integrarum parabolarum, scilicet 19696 - 22-23. est amplitudo parabolae proiecti iuxta elevationem gr. 35, cum aequaliter distent a.

Alla lin. 28 della pag. 301, la stampa originale legge «*ipsarum bf, bc*»; alla lin. 7 della presente pagina, «*ipsi ba*»; e alla lin. 10, «*a parallelis ga, gb*»; che, conforme alla bozza autografa, abbiamo corretto, rispettivamente, in «*ipsarum bf, bi*», «*ipsi bc*», e «*a parallelis ga, cb*».

angulum bce maiores et minores, inter se similes, designari possunt), cuius composita sublimitas cum altitudine (homologa scilicet ipsi bc) aequetur ba. Fiat igitur ut ob ad ba, ita amplitudo bc ad cr, et inventa erit cr, amplitudo scilicet semiparabolae iuxta elevationem anguli bce, cuius sublimitas cum altitudine iuncta spatium a parallelis ga, cb contentum adaequat: quod quaerebatur. Operatio itaque talis erit:

Anguli dati bce tangens accipiat, cuius medietati adiungatur tertia proportionalis ipsius et medietatis bc, quae sit fo; fiat deinde ut ob ad ba, ita bc ad aliam, quae sit cr, amplitudo nempe quaesita.

Exemplum ponamus. Sit angulus ecb gr. 50; erit eius tangens 11918, cuius dimidium, nempe bf, 5959; dimidia be 5000; harum dimidiarum tertia proportionalis 4195, quae addita ipsi bf conficit 10154 pro ipsa bo. Fiat rursus ut ob ad ba, nempe ut 10154 ad 10000, ita bc, nempe 10000 (utraque enim gr. 45 est tangens), ad aliam, et habebimus quaesitam amplitudinem rc 9848, qualium bc (maxima amplitudo) est 10000. Harum autem duplae sunt amplitudines integrarum parabolarum, nempe 19696 et 20000; tantaque est etiam amplitudo parabolae iuxta elevationem gr. 40, cum aequaliter distet a

gr. 45.

SAGR. Mi manca, per l'intera intelligenza di questa dimostrazione, il saper come sia vero che la terza proporzionale delle bf , bi sia (come dice l'Autore) necessariamente maggiore della fa .

SALV. Tal conseguenza mi par che si possa dedurre in tal modo. Il quadrato della media di tre linee proporzionali è eguale al rettangolo dell'altre due; onde il quadrato della bi , o della bd ad essa eguale, deve esser eguale al rettangolo della prima fb nella terza da ritrovarsi: la qual terza è necessario che sia maggiore della fa , perchè il rettangolo della bf in fa è minore del quadrato bd , ed il mancamento è quanto il quadrato della df , come dimostra Euclide in una del secondo. Devesi anco avvertire che il punto f , che divide la tangente eb in mezzo, altre molte volte cadrà sopra 'l punto a , ed una volta anco nell'istesso a ; ne i quali casi è per sè noto che la terza proporzionale della metà della tangente e della bi (che dà la sublimità) è tutta sopra la a . Ma l'Autore ha preso il caso dove non era manifesto che la detta

terza proporzionale fusse sempre maggiore della *fa*, e che però, aggiunta sopra 'l punto *f*, passasse oltre alla parallela *ag*. Or seguitiamo.

*Non erit inutile, ope huius tabulae, alteram componere, complectentem altitudines earundem semiparabolarum projectorum ab eodem impetu. Constructio autem talis erit.*⁷⁵⁹.

⁷⁵⁹ Nell'edizione originale segue, a questo punto, ciò che noi pubblichiamo da pag. 305, lin. 1, a pag. 306, lin. 16, a cui tengono dietro le due tavole di pag. 304, e a queste la tavola di pag. 307, continuando poi con la Proposizione XIV e con quanto ad essa tien dietro. È però manifesto che tale disposizione non è secondo l'intenzioni dell'Autore, e che, conforme noi abbiamo stampato, le due prime tavole devono invece tener dietro immediatamente alle parole *Constructio autem talis erit*, e la terza (la quale è annunciata separatamente dalle altre due, con le parole *Non erit inutile, tertiam exponere tabulavi ecc.*, pag. 306, lin. 4) deve seguire alle parole *Or veggiamo la costruzione della tavola*. Confermano la disposizione che abbiamo adottato le parole *in praecedenti tabula* (pag. 305, lin. 2), e *ex praecedenti tabula* (pag. 305, lin. 22), con le quali è richiamata la tavola

prima. Vero è che per il primo di questi due passi lo stampatore di Leida, essendosi accorto della contraddizione che era tra il *praecedenti* e la disposizione seguita, indicò nella *Tavola degli errori della stampa* di correggere *praecedenti* in *sequenti*; ma dimenticò poi di indicare simile correzione per il secondo passo.

Amplitudines se-
miparabolarum ab
eodem impetu de-
scriptarum

Gr	<i>Gr</i>		<i>Gr</i>
ad	.		.
iu	45	1000	
us		0	
ele	46	9994	44
va	47	9976	43
tio	48	9945	42
nu	49	9902	41
m	50	9848	40
	51	9782	39
	52	9704	38
	53	9612	37
	54	9511	36
	55	9396	35

Altitudines semiparabolarum
quarum impetus sit idem.⁷⁶⁰

<i>Gr.</i>		<i>Gr.</i>	
1	3	46	5173
2	13	47	5346
3	28	48	5523
4	50	49	5698
5	76	50	5868
6	108	51	6038
7	150	52	6207
8	194	53	6379
9	245	54	6546
10	302	55	6710
11	365	56	6873

⁷⁶⁰ Di questa tavola si ha l'autografo nel cod. A, a car. 112r., con la intestazione seguente *Tabula altitudinum semiparabolarum a proiectis eodem impetu explosis descriptarum.*

56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
85	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11

i	12	432	57	7033
d	13	506	58	7190
n	14	585	59	7348
u	15	670	60	7502
r	16	760	61	7649
	17	855	62	7796
	18	955	63	7939
	19	1060	64	8078
	20	1170	65	8214
	21	1285	66	8346
	22	1402	67	8474
	23	1527	68	8597
	24	1685	69	8715
	25	1786	70	8830
	26	1922	71	8940
	27	2061	72	9045
	28	2204	73	9144
	29	2351	74	9240
	30	2499	75	9330
	31	2653	76	9415
	32	2810	77	9493
	33	2967	78	9567
	34	3128	79	9636
	35	3289	80	9698

80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1736	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

36	3456	81	9755
37	3621	82	9806
38	3793	83	9851
39	3962	84	9890
40	4132	85	9924
41	4302	86	9951
42	4477	87	9972
42	4654	88	9987
44	4827	89	9998
45	5000	90	1000
			0

PROBLEMA, PROPOSITIO XIII.⁷⁶¹

*Ex⁷⁶² datis semiparabolarum amplitudinibus, in praecedenti
tabula digestis, retentoque communi impetu quo unaquae-
que describitur, singularum semiparabolarum altitudines
elicere.*

⁷⁶¹ PROPOS. PROPOS. XIII, s.

⁷⁶² Delle lin. 2-20 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 122r., la quale comincia con queste parole cancellate: *Data amplitudine et*, e presenta le seguenti varianti:

2-3. *Ex datis amplitudinibus semiparabolarum, in praecedenti tabula digestis, retenctoque.* [sic] - 3-4. *singularum altitudines* - 5-6. *idem*, ob, *hoc est aggregatum altitudinis* - 7-8. *altitudo; id autem consequemur* - 8-11. *ut bi, dimidia amplitudinis, media fuerit inter partes ipsius ob. Factum, iam sit, et cadat punctus divisionis in f. Est* - 14-15. *rectangulo bfd* [sic] *est* - 16-18. *dabit altitudinem bf quaesitam. Ex datis itaque intentum assequimur. Operatio itaque talis erit. Ex* - 18-19. *bo datae aufer quadratum bi notae; residui accipe radicem, quae crit fd; hanc adde* - 19-20. *altitudinem bf quaesitam*

Sit amplitudo data bc; impetus vero, qui semper idem intelligatur, mensura sit ob⁷⁶³, aggregatum nempe altitudinis et sublimitatis: reperienda est ac distinguenda ipsamet altitudo; quod quidem tunc consequemur, cum bo ita divisa fuerit, ut rectangulum sub eius partibus contentum aequale sit quadrato dimidiaie amplitudinis bc. Incidat talis divisio in f; et utraque ob, bc secetur bifariam in d, i. Est igitur quadratum ib aequale rectangulo bfo; quadratum vero do aequatur eidem rectangulo cum quadrato fd: si igitur ex quadrato do auferatur quadratum bi, quod rectangulo bfo est aequale, remanebit quadratum fd, cuius latus df additum lineae bd dabit quaesitam altitudinem bf. Componitur itaque sic ex datis:

Ex quadrato dimidiaie bo notae aufer quadratum bi, pariter notae; residui sume radicem quadratam, quam adde notae db, et

⁷⁶³ Nella figura dell'edizione originale, al posto della lettera *o* è segnata (a quanto pare; chè la stampa è riuscita molto imperfetta) la lettera *a*. Nel testo però della Proposizione la predetta edizione ha sempre *o*; e *o* ha pure la bozza autografa, così nel testo come nella figura, nella quale pertanto abbiamo corretto in *o* l'*a* della stampa.

habebis altitudinem quaesitam bf.

Exemplum. Invenienda sit altitudo semiparabolae ad elevationem gr. 55 descriptae. Amplitudo, ex praecedenti tabula, est 9396; eius dimidium est 4698; quadratum ipsius 22071204; hoc dempto⁷⁶⁴ ex quadrato dimidia^e bo, quod semper idem est, nempe 25000000, residuum est 2928796, cuius radix quadrata 1710 proxime. Haec dimidia^e bo, nempe 5000, addita, exhibet 6710; tantaque est altitudo bf.

Non erit inutile, tertiam exponere tabulam, altitudines et sublimitates continentem semiparabolarum, quarum eadem futura sit amplitudo.

SAGR. Questa vedrò io molto volentieri, mentre che per essa potrò venir in cognizione della differenza de gl'impeti e delle forze che si ricercano per cacciar il proietto nella medesima lontananza con tiri che chiamano di volata; la qual differenza credo che sia grandissima secondo le diverse elevazioni: sì che, per esempio, se altri volesse alla elevazione di 3 o 4 gradi, o di 87 o 88, far cader la palla dove fu cacciata alla elevazione di 45 (dove

⁷⁶⁴ *hoc demptum ex, s.*

si è mostrato ricercarsi l'impeto minimo), credo si ricercerebbe un eccesso immenso di forza.

SALV. V. S. stima benissimo; e vedrà che per eseguire l'opera intera in tutte l'elevazioni, bisogna andar a gran passo verso l'impeto infinito. Or veggiamo la costruzione della tavola.

<i>Gr.</i>	<i>Altit</i>	<i>Subl.</i>	<i>Gr.</i>	<i>Altit</i>	<i>Subl.</i>
1	87	28653 3	46	5177	4828
2	175	14245 0	47	5363	4662
3	262	95802	48	5553	4502
4	349	71531	49	5752	4345
5	437	57142	50	5959	4196
6	525	47573	51	6174	4048
7	614	40716	52	6399	3906
8	702	35587	53	6635	3765
9	792	31565	54	6882	3632
10	881	28367	55	7141	3500
11	972	25720	56	7413	3372
12	1063	23518	57	7699	3247
13	1154	21701	58	8002	3123
14	1246	20056	59	8332	3004
15	1339	18663	60	8600	2887
16	1434	17405	61	9020	2771
17	1529	16355	62	6403	2658
18	1624	15389	63	9813	2547
19	1722	14522	64	10251	2438
20	1820	13736	65	10722	2331

21	1919	13024	66	11230	2226
22	2020	12376	67	11779	2122
23	2123	11778	68	12375	2020
24	2226	11230	69	13025	1919
25	2332	10722	70	13237	1819
26	2439	10253	71	14521	1721
27	2547	9814	72	15388	1624
28	2658	9404	73	16354	1528
29	2772	9020	74	17437	1433
30	2887	8659	75	18660	1339
31	3008	8336	76	20054	1246
32	3124	8001	77	21657	1154
33	3247	7699	78	23523	1062
34	3373	7413	79	25723	972
35	3501	7141	80	28356	881
36	3633	6882	81	31569	792
37	3768	6635	82	35577	702
38	3906	6395	83	40222	613
39	4049	6174	84	47572	525
40	4149	5959	85	57150	437
41	4346	5752	86	71503	349
42	4502	5553	87	95405	262
42	4662	5632	88	14318	174
				1	

44	4828	5177		89	28649	87
					9	
45	5000	5000		90	<i>infī-</i> <i>nita.</i>	

PROPOSITIO XIV.

Altitudines atque sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines aequales futurae sint, per singulos elevationis gradus reperire.

Haec omnia facili negotio consequemur: posita enim semiparabolae amplitudine partium semper 10000, medietas tangentis cuiuslibet gradus elevationis altitudinem exhibet. Ut, exempli gratia, semiparabolae, cuius elevatio sit gr. 30, amplitudo vero, ut ponitur, partium 10000, altitudo erit 2887; tanta enim est proxime medietas tangentis. Inventa autem altitudine, sublimitatem eliciemus tali pacto. Cum demonstratum sit, dimidiam amplitudinem semiparabolae mediam esse proportionalem inter altitudinem et sublimitatem, sitque altitudo iam reperta, medietas vero amplitudinis semper eadem, partium scilicet 5000, si huius

quadratum per altitudinem datam diviserimus, sublimitas quaesita exurget. Ut, in exemplo, altitudo reperta fuit 2887; quadratum partium 5000 est 25000000; quod divisum per 2887, dat 8659 proxime pro sublimitate quaesita.

SALV. Or qui si vede, primieramente, come è verissimo il concetto accennato di sopra, che nelle diverse elevazioni, quanto più si allontanano dalla media, o sia nelle più alte o nelle più basse, tanto si ricerca maggior impeto e violenza per cacciar il proietto nella medesima lontananza. Imperò che, consistendo l'impeto nella mistione de i due moti, orizzontale equabile e perpendicolare naturalmente accelerato, del qual impeto vien ad esser misura l'aggregato dell'altezza e della sublimità, vedesi dalla proposta tavola, tale aggregato esser minimo nell'elevazione di gr. 45, dove l'altezza e la sublimità sono eguali, cioè 5000 ciascheduna, e l'aggregato loro 10000: che se noi cercheremo ad altra maggiore altezza, come, per esempio, di gr. 50, troveremo l'altezza esser 5959, e la sublimità 4196, che giunti insieme sommano 10155; e tanto troveremo parimente esser l'impeto di gr. 40, essendo questa e quella elevazione egualmente lontane dalla media. Dove doviamo secondariamente notare, esser vero che eguali impeti si ricercano a due a due delle elevazioni distanti egualmente dalla media, con questa bella alternazione di più, che l'altezze e le sublimità delle superiori elevazioni contrariamente

rispondono alle sublimità ed altezze delle inferiori; sì che dove, nell'esempio proposto, nell'elevazione di 50 gr. l'altezza è 5959 e la sublimità 4196, nell'elevazione di gr. 40 accade all'incontro l'altezza esser 4196 e la sublimità 5959: e l'istesso accade in tutte l'altre senza veruna differenza, se non in quanto, per fuggir il tedio del calcolare, non si è tenuto conto di alcune frazzioni, le quali in somme così grandi non sono di momento nè di pregiudizio alcuno.

SAGR. Io vo osservando, come delli due impeti orizzontale e perpendicolare, nelle proiezioni, quanto più sono sublimi, tanto meno vi si ricerca dell'orizzontale, e molto del perpendicolare; all'incontro, nelle poco elevate grande bisogna che sia la forza dell'impeto orizzontale, che a poca⁷⁶⁵ altezza deve cacciar il proietto. Ma se ben io capisco benissimo, che nella totale elevazione di gr. 90, per cacciar il proietto un sol dito lontano dal perpendicolo, non basta tutta la forza del mondo, ma necessariamente deve egli ricadere nell'istesso luogo onde fu cacciato; non però con simil sicurezza arderei di affermare, che anco nella nulla elevazione, cioè nella linea orizzontale, non potesse da qualche forza, ben che non infinita, esser in alcuna lontananza spinto il proietto, sì che, per esempio, nè anco una colubrina sia potente

⁷⁶⁵ *che da poca*, s.

a spignere una palla di ferro orizzontalmente, come dicono, di punto bianco, cioè di punto niuno, che è dove non si dà elevazione. Io dico che in questo caso resto con qualche ambiguità: e che io non neghi risolutamente il fatto, mi ritiene un altro accidente, che par non meno strano, e pure ne ho la dimostrazione concludente necessariamente. E l'accidente è l'esser impossibile distendere una corda sì, che resti tesa drittamente e parallela all'orizzonte; ma sempre fa sacca e si piega, nè vi è forza che basti a tenderla retamente.

SALV. Adunque, Sig. Sagredo, in questo caso della corda cessa in voi la maraviglia circa la stravaganza dell'effetto, perchè ne avete la dimostrazione; ma se noi ben considereremo, forse troveremo qualche corrispondenza tra l'accidente del proietto e questo della corda. La curvità della linea del proietto orizzontale par che derivi dalle due forze, delle quali una (che è quella del proiciente) lo caccia orizzontalmente, e l'altra (che è la propria gravità) lo tira in giù a piombo. Ma nel tender la corda vi sono le forze di coloro che orizzontalmente la tirano, e vi è ancora il peso dell'istessa corda, che naturalmente inclina al basso. Son dunque queste due generazioni assai simili. E se voi date al peso della corda tanta possanza ed energia di poter contrastare e vincer qual si voglia immensa forza che la voglia distendere drittamente, perchè vorrete negarla al peso della palla? Ma più voglio dirvi, recandovi insieme maraviglia e diletto, che la corda così tesa, e

poco o molto tirata, si piega in linee, le quali assai si avvicinano alle paraboliche: e la similitudine è tanta, che se voi segnerete in una superficie piana ed eretta all'orizzonte una linea parabolica, e tenendola inversa, cioè col vertice in giù e con la base parallela all'orizzonte, facendo pendere una catenella sostenuta nelle estremità della base della segnata parabola, vedrete, allentando più o meno la detta catenuzza, incurvarsi e adattarsi alla medesima parabola, e tale adattamento tanto più esser preciso, quanto la segnata parabola sarà men curva, cioè più distesa; sì che nelle parabole descritte con elevazioni sotto a i gr. 45, la catenella camina quasi *ad unguem* sopra la parabola.

SAGR. Adunque con una tal catena sottilmente lavorata si potrebbero in un subito punteggiar molte linee paraboliche sopra una piana superficie.

SALV. Potrebbe, ed ancora con qualche utilità non piccola, come appresso vi dirò.

SIMP. Ma prima che passar più avanti, vorrei pur io ancora restar assicurato almeno di quella proposizione della quale voi dite essercene dimostrazione necessariamente concludente; dico dell'esser impossibile, per qualunque immensa forza, fare star tesa una corda drittamente ed equidistante all'orizzonte.

SAGR. Vedrò se mi sovviene della dimostrazione; per intelligenza della quale bisogna, Sig. Simplicio, che voi supponghiate per vero quello che in tutti gli strumenti meccanici, non solo con

l'esperienza, ma con la dimostrazione ancora, si verifica: e questo è, che la velocità del movente, ben che di forza debole, può superare la resistenza, ben che grandissima, di un resistente che lentamente debba esser mosso, tutta volta che maggior proporzione abbia la velocità del movente alla tardità del resistente, che non ha la resistenza di quel che deve esser mosso alla forza del movente.

SIMP. Questo mi è notissimo, e dimostrato da Aristotele nelle sue Quistioni Mecanice; e manifestamente si vede nella leva e nella stadera, dove il romano, che non pesi più di 4 libbre, leverà un peso di 400, mentre che la lontananza di esso romano dal centro, sopra 'l quale si volge la stadera, sia più di cento volte maggiore della distanza dal medesimo centro di quel punto dal quale pende il gran peso: e questo avviene, perchè, nel calar che fa il romano, passa spazio più di cento volte maggiore dello spazio per il quale nel medesimo tempo monta il gran peso; che è l'istesso che dire, che il piccolo romano si muove con velocità più che cento volte maggiore della velocità del gran peso.

SAGR. Voi ottimamente discorrete, e non mettete dubbio alcuno nel concedere, che per piccola che sia la forza del movente, supererà qualsivoglia gran resistenza, tutta volta che quello più avanzi di velocità, ch'ei non cede di vigore e gravità. Or venghiamo al caso della corda: e segnando un poco di figura, intendete per ora, questa linea *ab*, passando sopra i due punti fissi e

stabili a , b , aver nelle estremità sue pendenti, come vedete, due immensi pesi c , d , li quali, tirandola con grandissima forza, la facciano star veramente tesa dirittamente, essendo essa una semplice linea, senza veruna gravità. Or qui vi soggiungo e dico, che se dal mezzo di quella, che sia il punto e , voi sospenderete qualsivoglia piccolo peso, quale sia questo h , la linea ab cederà, ed inclinandosi verso il punto f , ed in conseguenza allungandosi, costringerà i due gravissimi pesi c , d a salir in alto: il che in tal guisa vi dimostro. Intorno a i due punti a , b , come centri, descrivo 2 quadranti, *eig*, *elm*; ed essendo⁷⁶⁶ che li due semidiametri ai , bl sono eguali alli due ae , eb , gli avanzi fi , fl saranno le quantità de gli allungamenti delle parti af , fb sopra le ae , eb , ed in conseguenza determinano le salite de i pesi c , d , tutta volta però che il peso h avesse auto facoltà di calare in f : il che allora potrebbe seguire, quando la linea ef , che è la quantità della scesa di esso peso h , avesse maggior proporzione alla linea fi , che determina la salita de i due pesi c , d , che non ha la gravità di amendue essi pesi alla gravità del peso h . Ma questo necessariamente avverrà, sia pur quanto si voglia massima la gravità de i pesi c , d ,

⁷⁶⁶ *quadranti*, *efg*, *elm*, *ed essendo*, s.

e minima quella dell' h : imperò che non è sì grande l'eccesso de i pesi c, d sopra 'l peso h , che maggiore non possa essere a proporzione l'eccesso della tangente ef sopra la parte della segante fi . Il che proveremo così. Sia il cerchio, il cui diametro gai ; e qual proporzione ha la gravità de i pesi c, d alla gravità di h , tale la abbia la linea bo ad un'altra, che sia c , della quale sia minore la d , sì che maggior proporzione arà la bo alla d che alla c . Prendasi delle due ob, d la terza proporzionale be , e come oe ad eb , così si faccia il diametro gi (prolungandolo) all' if , e dal termine f tirisi la tangente fn ; e perchè si è fatto, come oe ad eb , così gi ad if , sarà, componendo, come ob a be , così gf ad fi : ma tra ob e be media la d , e tra gf, fi media la nf : adunque nf alla fi ha la medesima proporzione che la ob alla d , la qual proporzione è maggiore di quella de i pesi c, d al peso h . Avendo dunque maggior proporzione la scesa o velocità del peso h alla salita o velocità dei pesi c, d , che non ha la gravità di essi pesi c, d alla gravità del peso h ; resta manifesto che il peso h scenderà, cioè la linea ab partirà dalla rettitudine orizzontale. E quel che avviene alla retta ab priva di gravità, mentre si attacchi in e qualsivoglia minimo peso h , avviene all'istessa corda ab intesa di materia pesante, senza l'aggiunta di alcun altro grave; poichè vi si sospende il peso

istesso della materia componente essa corda *ab*.

SIMP. Io resto soddisfatto a pieno: però potrà il Sig. Salviati, conforme alla promessa, esplicarci qual sia l'utilità che da simile catenella si può ritrarre, e, dopo questo, arrecarci quelle specolazioni che dal nostro Accademico sono state fatte intorno alla forza della percossa.

SALV. Assai per questo giorno ci siamo occupati nelle contemplazioni passate: l'ora, che non poco è tarda, non ci basterebbe a gran segno per disbrigarci dalle nominate materie; però differiremo il congresso ad altro tempo più opportuno.

SAGR. Concorro col parere di V. S., perchè da diversi ragionamenti auti con amici intrinseci del nostro Accademico ho ritratto, questa materia della forza della percossa essere oscurissima, nè di quella sin ora esserne, da chiunque ne ha trattato, penetrato i suoi ricetti, pieni di tenebre ed alieni in tutto e per tutto dalle prime immaginazioni umane; e tra le conclusioni sentite profferire me ne resta in fantasia una stravagantissima, cioè che la forza della percossa è interminata, per non dir infinita. Aspetteremo dunque la commodità del Sig. Salviati. Ma intanto dicami che materie sono queste, che si veggono scritte dopo il trattato de i proietti.

SALV. Queste sono alcune proposizioni attenenti al centro di gravità de i solidi, le quali in sua gioventù andò ritrovando il nostro Accademico, parendogli che quello che in tal materia aveva

scritto Federigo Comandino non mancasse di qualche imperfezione. Credette dunque con queste proposizioni, che qui vedete scritte, poter supplire a quello che si desiderava nel libro del Comandino; ed applicossi a questa contemplazione ad istanza dell'Illustrissimo Sig. Marchese Guid'Ubaldo Dal Monte, grandissimo matematico de' suoi tempi, come le diverse sue opere pubblicate ne mostrano, ed a quel Signore ne dette copia, con pensiero di andar seguitando cotal materia anco ne gli altri solidi non tocchi dal Comandino; ma incontratosi, dopo alcun tempo, nel libro del Sig. Luca Valerio, massimo geometra, e veduto come egli risolve tutta questa materia senza niente lasciar in dietro, non seguitò più avanti, ben che le aggressioni sue siano per strade molto diverse da quelle del Sig. Valerio.

SAGR. Sarà bene dunque che in questo tempo che s'intermette tra i nostri passati ed i futuri congressi, V. S. mi lasci nelle mani il libro, che io tra tanto anderò vedendo e studiando le proposizioni conseguentemente scrittevi.

SALV. Molto volentieri eseguisco la vostra domanda, e spero che V. S. prenderà gusto di tali proposizioni.

APPENDIX

*in qua continentur theorematum eorumque demonstrationes, quae ab eodem Autore circa centrum gravitatis solidorum olim conscripta fuerunt.*⁷⁶⁷

⁷⁶⁷ Questi teoremi furono pubblicati nel vol. I della presente edizione, pag. 187-208

TAVOLA DELLE COSE PIÙ NOTABILI.⁷⁶⁸

A

Acqua alzata e attratta per tromba non si eleva più
di 18 braccia*Pag.* 64

Acqua non ha resistenza alcuna all'esser divisa114

Acqua sopra le foglie de' cavoli, formata in grosse
goccioline, come si sostiene115

Alcune dimostrazioni del centro della gravità de i
solidi313

Animali acquatici maggiori de i terrestri, e per qual
cagione170

Argomento d'Aristotele contra il vacuo è ad homi-
nem106

Aria ha gravità positiva, 121. Come si possa misu-
rar tal gravità.122

Aria compressa, e ritenuta violentemente, pesa nel
vacuo, 124. Modo di pesarla123

⁷⁶⁸ I numeri di pagina si riferiscono all'edizione cartacea di riferimento. [Nota per l'edizione elettronica Manuzio]

Arsenale di Venezia, gran campo di filosofare a
gl'ingegni⁴⁹

Asta di legno, fitta in una muraglia ad angoli retti,
e ridotta a tal lunghezza e grossezza che si possa
reggere, ma allungata un pelo⁷⁶⁹ più, si spezzi per
lo proprio peso, è unica⁵²

Atomi innumerabili d'acqua, entrando ne' canapi,
tirano e alzano immenso peso⁶⁷

C

Cerchio è un poligono di infiniti lati, non quanti,
indivisibili⁹⁵

Cerchio è medio proporzionale tra due poligoni,
uno de' quali li sia circoscritto, l'altro gli sia iso-
perimetro¹⁰²

Chiodo doppio di grossezza d'un altro, e fitto nel
muro, sostiene ottuplo peso dell'altro minore⁵⁴

Cilindro o prisma di qualsivoglia materia, sospeso
perpendicolarmente, come resista al rompersi⁵⁵

Cilindri o fili di qualsivoglia materia sino a quanta

⁷⁶⁹ *ma allargata un pelo.*

lunghezza si possano tirare, oltre alla quale, gravati dal proprio peso, si strapperebbero⁶⁵
 Cilindri retti, le superficie de' quali, trattene le basi, sono eguali, hanno fra di loro la medesima proporzione che le loro altezze contrariamente prese^{Pag. 99}
 Colonna grossissima di marmo spezzatasi da se stessa, e perché⁵³
 Condensazione, secondo l'opinione dell'Autore, procede da constipazione di parti non quante ed indivisibili⁹⁶
 Continuo composto di indivisibili^{77 e 93}
 Corda o canapo come resista allo strapparsi^{57 e 58}
 Corda di instrumento musicale, toccata, muove e fa risonare tutte le corde accordate con essa all'unisono, alla quinta e all'ottava, e perché¹⁴²
 Corpi fluidi sono tali per esser risolti ne i primi loro atomi indivisibili⁸⁵

D

Data una linea retta divisa *utrunque* in parti dise-

guali, descrivere un cerchio, alla cui circonferenza tirate, a qualunque punto di essa, quante si vogliano coppie di linee dall'estremità di detta linea divisa, ritengano⁷⁷⁰ tra di loro la medesima proporzione che hanno le parti della linea divisa⁸⁹

Data una canna vota, trovar un cilindro pieno eguale ad essa¹⁸⁸

Della resistenza de i solidi a spezzarsi, aggravati dal proprio peso tutta la seconda Giornata.

Del moto locale da 190 a 196

Del moto naturalmente accelerato da 197 a 267

Del moto de i proiettili da 268 a 313

Differenza tra 'l cerchio finito e l'infinito⁸⁵

Differenza, benchè grandissima, di gravità de i mobili non ha parte nel diversificare le loro velocità¹²⁷

E

⁷⁷⁰ *ritengono*, s.

È impossibile, per qualunque immensa forza, tendere una corda dirittamente per linea equidistante all'orizzonte³⁰⁹

Esempio di osso d'un animale, allungato più tre volte del naturale, quanto dovrebbe esser più grosso per sostenersi¹⁶⁹

F

Fra Buonaventura Cavalieri, dell'Ordine de' Gesuati, matematico insigne, e suo specchio ustorio⁸⁶

G

Grave, cadendo da una altezza, nell'arrivar a terra ha concepito tanto impeto, che verisimilmente basterebbe a ricondurlo alla medesima altezza onde si mosse^{Pag. 138}

I

Incendii si fanno con moto velocissimo⁸⁷

Instante di tempo quanto, è quale un punto in una

linea quanta95

Investigar le proporzioni della velocità di diversi mobili nell'istesso e in diversi mezzi19

Investigare la lunghezza della corda, onde penda un mobile, dalla frequenza delle sue vibrazioni140

I penduli hanno limitato il tempo delle lor vibrazioni, sì che è impossibile fargli muovere con altro periodo141

L

La quantità della velocità del mobile è insieme cagione e misura della quantità della resistenza del mezzo71

Luca Valerio, nuovo Archimede dell'età nostra, ha scritto *de centro gravitatis solidorum* mirabilmente76

M

Macchine materiali grandi, benchè fabbricate con l'istessa proporzione che altre minori della medesima materia, sono meno robuste e gagliarde a

resistere contro a gli impeti esterni, che le minori⁵¹

Mobili di diversa gravità, ma della medesima materia, cadendo da grandi altezze, si muovono con pari velocità¹⁰⁷

Mobili descendenti per le corde sottese a qualsivoglia arco del cerchio, passano in tempi eguali tanto le corde maggiori che le minori¹⁹

Mobili e penduli descendenti per gli archi delle medesime corde, elevati sopra l'orizzonte sino a 90 gradi, passano i detti archi in tempi eguali, ma più brevi che non sono i passaggi per le corde¹³⁹

Modi varii di disegnare le parabole¹⁸⁵

N

Ne i solidi non si può diminuire la superficie quanto il peso, conservando la similitudine delle figure¹³³

Numero infinito, sì come ha infinite radici di quadrati e di cubi, così ha infiniti numeri quadrati e cubici⁷⁹

O

Ordigno o strumento inventato da un capriccioso
per calarsi da grande altezza giù per una corda,
per non si scorticare le mani*Pag.* 58

Oro in dorare l'argento si distrae e assottiglia im-
mensamente*97*

Ossa di animali grandissimi oltre alla loro natura
non sussisterebbono, mentre si dovesse conser-
vare in esse la proporzione della grossezza e du-
rezza che hanno gli animali naturali*169*

P

Palla di cera accomodata per fare esperimento di
diverse gravità di acque*113*

Parti quante nella quantità discreta nè finite nè in-
finite, ma rispondenti ad ogni segnato numero*81*

Pesci si equilibrano mirabilmente nell'acqua, 113.
E per che causa.*170*

Positiva è la causa d'un effetto positivo*60*

Problema ammirabile di Aristotele, di dua cerchi
concentrici che si rivolgono, e sua vera risolu-
zione*68*

Problemi di proporzioni musicali, e loro soluzioni
da 141 a 150

Punti infiniti come si assegnino in una linea fi-
nita⁹²

Q

Quadratura della parabola dimostrata con unica
dimostrazione¹⁸³

Qualsivoglia corpo, di qualsivoglia figura e gran-
dezza e gravità, viene⁷⁷¹ raffrenato dalla reni-
tenza del mezzo, benchè tenuissimo, talmente
che, continuandosi il moto, lo riduce a equabi-
lità¹³⁶

R

Rarefazione è distrazione di infiniti indivisibili,
con l'interposizione di infiniti vacui indivisibili⁹⁶

Rarefazione immensa è quella di poca polvere
d'artiglieria in mole vastissima di fuoco¹⁰⁴

⁷⁷¹ *grandezza e gratuità, viene, s.*

Resistenza del mezzo levata via, tutte le materie,
benchè di gravità diversa, si moverebbero con
pari velocità116

S

Sacca da tener grano, col fondo di tavola, fatte con
la medesima tela, ma diverse d'altezza, quali
siano più capaci100

Scabrosità e porosità maggiore o minore nella su-
perficie de' mobili, probabile cagione del mag-
gior o minor ritardamento di essi*Pag.* 132

Solidi simili sono tra di loro in sesquialtera pro-
porzione delle superficie135

Specchi d'Archimede ammirabili86

Superficie eguali di dua solidi, levandone dall'una
parte e dall'altra continuamente parti eguali, si ri-
ducono l'una in una circonferenza di cerchio, l'al-
tra in un punto73

Superficie de i cilindri eguali, trattone lo basi, sono
tra di loro in sudduplicata proporzione delle loro
lunghezze98

T

Tavola per i tiri d'artiglieria secondo le diverse elevazioni del pezzo³⁰⁴

Tempi delle vibrazioni di più mobili pendenti da fila più o men lunghe, sono in tra di loro in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila onde dependono¹³⁹

V

Vacuo cagione in parte dell'attaccamento fra le parti de' solidi, 60. Come si misuri in ciò la sua virtù, per distinguerla dall'altre cause concorrenti⁶²

Vacui minutissimi, disseminati e traposti tra le minime particelle de' solidi, causa probabile dell'attaccamento di esse particelle fra loro⁶⁷

Velocità del lume come possa con esperienza investigarsi se sia instantanea o temporanea⁸⁸

Velocità de' gravi descendentì naturalmente al centro va continuamente accrescendosi, sino a che, per l'accrescimento della resistenza del mezzo, diventa uniforme¹¹⁹

Velocità de' mobili simili e dissimili, nell'istesso e

in diversi mezzi, che proporzione abbia¹¹⁹
Velocità delle palle di moschetti o d'artiglieria incomparabilmente maggiore della velocità de gli altri proietti²⁷⁸
Velocità diversa di⁷⁷² moti diversi de i pianeti, secondo Platone, è conferita ad essi dal moto per linea retta, e, continuata poi nella conversione per i loro orbi, molto acconciamente verrebbe illustrata dalle specolazioni dell'Autore²⁸³
Unità ha dell'infinito³⁵

⁷⁷² *Velocità diverse di*, s.

DELLA FORZA DELLA PERCOSSA.

—

PRINCIPIO DI GIORNATA AGGIUNTA

AI

DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE IN-

TORNO A DUE NUOVE SCIENZE

[GIORNATA SESTA]

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO E APROINO⁷⁷³

SAGR. L'assenza di V. S., Sig. Salviati, di questi quindici giorni mi ha dato campo di poter vedere le proposizioni attenenti a' centri di gravità de' solidi, ed anco dare un'altra diligente lettura alle dimostrazioni delle tante e sì nuove proposizioni de' moti naturali e violenti: e perchè ne sono tra esse non poche di assai dif-

⁷⁷³ La prima edizione di questa scrittura (che è nelle *Opere di Galileo Galilei* ecc., In Firenze, MDCCXVIII, Nella Stamp. di S. A. R. Per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franchi, Tomo II, pag. 693-710) porta il seguente titolo: *Giornata sesta del Galileo, Della forza della percossa, Da aggiugnersi a i Discorsi e alle Dimostrazioni matematiche intorno alle due nuove scienze appartenenti alle meccaniche ed a i movimenti locali.*

ficile apprensione, di speciale aiuto mi è stata la conferenza di questo gentiluomo, che V. S. qui vede.

SALV. Io voleva appunto domandar V. S. dell'essere appresso di lei questo Signore e del mancarne il nostro Sig. Simplicio.

SAGR. Dell'assenza del Sig. Simplicio mi vo immaginando, anzi lo tengo per fermo, che cagione ne sia stata la grande oscurità che egli ha incontrata in alcune dimostrazioni di vari problemi attenenti al moto; e più, di altre sopra le proposizioni del centro di gravità: parlo di quelle che, per lunghe concatenazioni di varie proposizioni degli elementi della geometria, vengono inapprensibili a quelli che tali elementi non hanno prontissimi alle mani. Questo gentiluomo che qui vede, è il Sig. Paolo Aproino, nobile Trivisano, stato non solamente uditore del nostro Accademico, mentre lesse in Padova, ma suo intrinsechissimo familiare e di lunga e continuata conversazione, nella quale, insieme con altri (tra' quali fu principalissimo il Sig. Daniello Antonini, nobilissimo d'Udine, d'ingegno e di valore sopraumano, il

quale per difesa della Patria e del suo Serenissimo Principe gloriosamente morì, ricevendo onori condegni al suo merito dalla Serenissima Repubblica Veneta), intervenne in particolare a gran numero di esperienze che intorno a diversi problemi, in casa esso Accademico, si facevano. Ora, essendo circa dieci giorni fa venuto questo Signore a Venezia e, conforme al suo solito, a visitarmi, sentendo come aveva appresso di me questi trattati del comune amico, ha preso gusto che gli vediamo insieme: e sentendo l'appuntamento del ritrovarci a parlare sopra il maraviglioso problema della percossa, mi ha detto come ne aveva più volte discorso, ma sempre irresolutamente ed ambigualmente, con esso Accademico, col quale mi diceva che si era trovato, nel far diverse esperienze attenenti a vari problemi, a farne ancora alcune riguardanti alla forza della percossa ed alla sua esplicazione; ed ora appunto stava in procinto di arrecarne tra l'altre una, per quanto egli dice, assai ingegnosa e sottile.

SALV. Io mi reputo a gran ventura l'essermi incontrato nel Sig. Aproino ed il poterlo conoscere di vista e

di presenza, come per fama e per molte relazioni del nostro Accademico già aveva conosciuto; e di sommo piacere mi sarà il poter sentire almeno parte delle varie esperienze che sopra diverse proposizioni furon fatte in casa l'amico nostro, coll'intervento d'ingegni così accurati quali sono quelli del Sig. Aproino e del Sig. Antonini, del quale con tante lodi ed ammirazioni mille volte mi parlò detto amico nostro. E perchè siamo ora qui per discorrere sopra il particolare della percossa, potrà V. S., Sig. Aproino, dirci quello che in tal materia ne trassero dalle esperienze, con promessa però di arrecarne, con altra occasione, altre fatte sopra altri problemi; chè so che non glie ne mancheranno, per la sicurezza che ho dell'essere l'Accademico nostro stato sempre non meno curioso che diligente sperimentatore.

APR. Se io volessi con i debiti ringraziamenti pagare il debito al quale la cortesia di V. S. mi obbliga, mi converrebbe spendere tante parole, che poco tempo o punto ci avanzerebbe di tutto il giorno per parlare dell'intrapresa materia.

SAGR. No, no, Sig. Aproino: venghiamo pure a dar

principio a i discorsi di dottrina, e lasciamo i complimenti di cerimonie a i cortigiani; ed io entro per sicurtà tra amendue loro della scambievole soddisfazione prodotta, per quanto basta, dalle brevi, ma candide e sincere, loro ofiziose parole.

APR. Ancorchè io stimi di non essere per produr cosa ignota al Sig. Salviati, e che perciò tutta la carica del discorso dovrebbe essere appoggiata sulle sue spalle, tuttavia, se non per altro, almeno per alleggerirlo in parte, andrò toccando quei primi motivi, insieme colla prima esperienza, che mossero l'amico ad internarsi nella contemplazione di questo ammirabile problema della percossa.

Cercando la maniera del poter trovare e misurare la sua gran forza, ed insieme, se fusse possibile, risolvere ne' suoi principî e nelle sue prime cause l'essenza di cotale effetto, il quale molto diversamente par che proceda, nell'acquisto della sua somma potenza, dal modo nel quale procede la moltiplicazione di forza in⁷⁷⁴ tutte

⁷⁷⁴ *moltiplicazione di farla in, s.*

le altre macchine meccaniche (dico *meccaniche* per escludere l'immenso vigore del fuoco), nelle quali si scorge ed assai concludentemente s'intende come la velocità d'un debile movente compensa la gagliardia di un forte resistente che lentamente venga mosso; ma perchè si scorge pur anco nella operazione della percossa intervenire il movimento del percuziente, congiunto colla sua velocità, contro al movimento del resistente ed il suo poco o molto dovere essere mosso; fu il primo concetto dell'Accademico di cercar d'investigare qual parte abbia nell'effetto ed operazione della percossa, v. g., il peso del martello, e quale la velocità maggiore o minore colla quale vien mosso, cercando, se fusse possibile, di trovare una misura la quale comunemente ci misurasse ed assegnasse l'una e l'altra energia: e per arrivare a tal cognizione s'immaginò, per quanto a me parve, una ingegnosa esperienza. Accomodò un'asta assai gagliarda, e di lunghezza di circa tre braccia, volubile sopra un

perno a guisa dell'ago di una bilancia; sospese poi nell'estremità delle braccia di cotal bilancia due pesi eguali ed assai gravi, uno de' quali era il composto di due vasi di rame, cioè di due secchie, l'una delle quali, appesa all'estremità detta dell'ago, si teneva piena d'acqua, e dalle orecchie di tale secchia pendevano due corde di lunghezza circa due braccia l'una, alle quali era, per gli orecchi, attaccata un'altra simil secchia, ma vota, la quale veniva a piombo a risponder sotto alla prima secchia già detta e piena d'acqua; nell'estremo poi dell'altro braccio della bilancia si faceva pendere un contrappeso di pietra o di qual si fusse altra materia grave, il quale equilibrasse giustamente la gravità di tutto il composto delle due secchie, dell'acqua e delle corde. La secchia superiore era forata nel fondo con foro largo alla grossezza di un uovo o poco meno, e questo tal foro si poteva aprire e serrare. Fu la prima immaginazione e concetto comune di amendue noi, che fermata la bilancia in equilibrio, essendo preparato il tutto nella maniera detta, quando poi si sturasse la secchia superiore e si desse l'andare all'acqua, la quale precipitando andasse a

percuotere nella secchia da basso, l'aggiunta di cotal percossa dovesse aggiugnere tal momento in questa parte, che bisogno fusse, per restituire l'equilibrio, aggiugnere nuovo peso alla gravità del contrappeso dell'altro braccio, la quale aggiunta è manifesto che ristorerebbe e adeguerebbe la nuova forza della percossa dell'acqua; sicchè potessimo dire, essere il suo momento equivalente al peso delle 10 o 12 libbre che fusse stato di bisogno aggiugnere all'altro contrappeso.

SAGR. Ingegnoso veramente mi pare cotesto macchinamento, e sto con avidità attendendo l'esito di tale esperienza.

APR. La riuscita, siccome agli altri fu inopinata, così fu maravigliosa: imperocchè, subito aperto il foro e cominciato ad uscirne l'acqua, la bilancia inclinò dall'altra parte del contrappeso; ma non tantosto arrivò l'acqua percuotendo nel fondo dell'inferior secchia, che restando di più inclinarsi il contrappeso, cominciò a sollevarsi, e con un moto placidissimo, mentre l'acqua precipitava, si ricondusse all'equilibrio, e quivi, senza pas-

sarlo pur di un capello, si librò e fermossi perpetuamente.

SAGR. Inaspettato veramente m'è stato l'esito di questo caso; e benchè il successo sia stato diverso da quello che io mi aspettava, e dal quale pensava di potere imparare quanta fosse la forza di tal percossa, nulladimeno mi par potere conseguire in buona parte la desiderata notizia, dicendo che la forza ed il momento di cotal percossa equivale al momento ed al peso di quella quantità d'acqua cadente che si trova sospesa in aria tra le due acque delle due secchie, superiore ed inferiore, la qual quantità d'acqua non gravita punto nè contro alla secchia superiore nè contro all'inferiore: non contro alla superiore, perchè, non essendo le parti dell'acqua attaccate insieme, non possono le basse far forza e tirar giù le superiori, come farebbe, v. g., una materia viscosa, come pece o pania; non contro all'inferiore, perchè, andandosi continuamente accelerando il moto della cadente acqua, non possono le parti più alte gravitare o premere sopra le più basse: laonde ne segue che tutta l'acqua contenuta nella troscia è come se non fusse in

bilancia. Il che anco più che chiaramente si manifesta: perchè se tal acqua esercitasse sua gravità sopra le secchie, queste colla giunta della percossa grandemente inclinerebbero a basso, sollevando il contrappeso; il che non si vede seguire. Confermasi anco puntualissimamente questo: perchè se noi ci immagineremo tutta quell'acqua repentinamente agghiacciarsi, già la troscia, fatta un solido di ghiaccio, peserebbe con tutto il resto della macchina, e, cessando il moto, verrebbe tolta la percossa.

APR. Il discorso di V. S. è puntualmente conforme a quello che facemmo noi di subito sopra la veduta esperienza, ed a noi ancora parve di poter concludere che l'operazione della sola velocità acquistata per la caduta di quella quantità d'acqua dall'altezza delle due braccia operasse, nell'aggravare, senza il peso dell'acqua quel medesimo appunto che il peso dell'acqua senza l'impeto della percossa; sicchè, quando si potesse misurare e pesare la quantità dell'acqua compresa in aria tra i vasi, si potesse sicuramente affermare, la tal percossa esser potente ad operare, gravitando, quello che opera un

peso eguale a 10 o 12 libbre dell'acqua cadente.

SALV. Piacemi molto l'arguta invenzione; e parmi che, senza il partirci dal suo progresso, nel quale ci arreca qualche ambiguità la difficoltà del misurare la quantità dell'acqua cadente, potremmo con una non dissimile esperienza agevolarci la strada per arrivare all'intera cognizione che desideriamo. Però, figurandoci, per esempio, uno di quei gran pesi che per ficcare grossi pali nel terreno si lasciano cadere da qualche altezza sopra uno de' detti pali (i quali pesi mi pare che gli addimandino berte), ponghiamo, v. g., il peso di una tal berta esser 100 libbre, l'altezza dalla quale cade essere quattro braccia, e la fitta del palo nel terreno duro, fatta per una sola percossa, importare 4 dita: e posto che la medesima pressione e fitta delle 4 dita, volendola noi far senza percossa, ricercasse che le fusse sopraposto un peso di mille libbre, il quale, operando colla sola gravità, senza moto precedente, chiameremo peso morto, domando se noi potremo senza equivocazione o fallacia affermare, la forza ed energia di un peso di

100 libbre, congiunto colla velocità acquistata nel cadere dall'altezza di quattro braccia, essere equivalente al gravitare di un peso morto di mille libbre; sicchè la virtù della sola velocità importasse quanto la pressura di libbre novecento di peso morto, chè tante ne rimangono trattene dalle mille le cento della berta? Vedo che amendue tardate la risposta, forse perchè bene non ho esplicata la mia domanda: però torno a brevemente dire, se possiamo per la detta sperienza asserire, che l'aggravio del peso morto farà sempre il medesimo effetto sopra una resistenza, che fa il peso di 100 libbre cadente dall'altezza di quattro braccia; in guisa tale, che (per più chiara esplicazione) cadendo l'istessa berta dalla medesima altezza, ma percuotendo sopra un più resistente palo, non lo cacciasse più che due dita, se possiamo tenerci sicuri che l'istesso effetto facesse, solo col gravitare, il peso morto delle mille libbre; dico di cacciare il palo le due dita?

APR. Io non penso che, almeno a prima fronte, ciò non fusse concesso da ciascheduno.

SALV. E voi, Sig. Sagredo, ci mettereste sopra qualche

dubbio?

SAGR. Per ora veramente no; ma l'avere per molte e molte esperienze provato quanto sia facile l'ingannarsi, non mi rende così baldanzoso, che del tutto mi spogli di timore.

SALV. Ora, poi che V. S., la cui perspicacia ho in mille e mille occasioni conosciuta acutissima, si mostra inclinare ad ammettere la parte falsa, ben posso credere che tra mille difficile sarebbe d'incontrarne uno o due, che in una fallacia tanto simile al vero non incappassero. Ma quello che più vi farà maravigliare, sarà quando vedrete, la fallacia esser sotto così sottil velo ricoperta, ch'ogni leggier vento poteva esser bastante a scoprirla e palesarla; e pure ne resta ella velata e ascosa. Torniamo dunque a far cadere nel primo modo sopradDETTO la berta sul palo, cacciandolo sotto quattro dita, e sia vero che per ciò fare si ricercassero puntualmente le mille libbre di peso morto; torniamo di poi a sollevare alla medesima altezza l'istessa berta, la quale, cadendo la seconda volta sopra il medesimo palo, lo cacci solamente due

dita, per avere, v. g., incontrato il terreno più sodo: dobbiamo noi stimare che altrettanto lo ricacciasse la pressione dell'istesso peso morto delle mille libbre?

APR. Parmi che sì.

SAGR. Ah, Sig. Paolo, miseri noi; bisogna dire risolutamente che no. Imperocchè, se nella prima posata il peso morto delle mille libbre cacciò il palo quattro dita e non più, perchè volete che l'averne lo tolto solamente e poi rimessoglielo sopra torni a cacciarlo due altre dita? e perchè non lo cacciò prima che ne fusse levato, mentre già gli era addosso? volete che lo smontarlo solamente e riposatamente riporvelo gli faccia fare quello che prima non potette?

APR. Io non posso se non arrossire, e dichiararmi d'essere stato in pericolo di sommergermi in un bicchier d'acqua.

SALV. Non vi sbigottite, Sig. Aproino, perchè vi assicuro che avete avuto molti compagni in rimanere allacciato in nodi per altro di facilissima scioglitura; e non è dubbio che ogni fallacia sarebbe per sua natura d'agevole scoprimento, quando altri ordinatamente l'andasse

sviluppando e risolvendo ne' suoi principî, de' quali esser non può che alcun suo contiguo o poco lontano non si scopra apertamente falso. Ed in questa parte, di ridurre con pochissime parole ad assurdi ed inconvenienti palpabili conclusioni false e state sempre credute per vere, ha il nostro Accademico avuto certo particolar genio: ed io ho una raccolta di molte e molte conclusioni naturali, state sempre trapassate per vere, e da esso poi, con brevi e facilissimi discorsi, manifestate false.

SAGR. Questa veramente ne è una; e se l'altre saranno su questo andare, sarà bene che a qualche tempo ce le partecipiate. Ma intanto per ora seguitiamo l'intrapresa materia: ed essendo che noi siamo sul cercare il modo (se alcuno ve ne ha) di regolare ed assegnare misura giusta e nota alla forza della percossa, questo non mi par che conseguir si possa col mezzo dell'assegnata esperienza. Imperocchè, reiterando i colpi della berta sopra il palo, e per ciascheduno ricacciandolo continuamente più e più, come la sensata esperienza ne mostra, si fa chiaro che ciascheduno de' conseguenti colpi lavora: il

che non accade nel peso morto, il quale, avendo operato quello che fece la prima pressura, non séguita di fare l'effetto della seconda, cioè di cacciare ancor di nuovo il palo, quando vi si riponga sopra; anzi apertamente si vede che per la seconda rifitta ci vuol peso maggiore di mille libbre, e se si vorranno pareggiare con pesi morti le fitte del terzo, quarto e quinto colpo etc., ci vorranno le gravità di pesi morti continuamente maggiori e maggiori. Or quale di queste doveremo noi prendere per ferma e certa misura della forza del colpo, che pur, quanto a sè stesso, è sempre il medesimo?

SALV. Questa è delle prime maraviglie che indubitabilmente credo che debbano avere tenuti perplessi ed irresoluti gl'ingegni speculativi. E veramente a chi non giugnerà nuovo il sentire che la misura della forza della percossa si debba prendere non da quello che percuote, ma più presto da quello che la percossa riceve? E quanto all'addotta esperienza, pare che da lei ritrar si possa, la forza della percossa essere infinita, o vogliamo dire indeterminata o indeterminabile, e farsi ora minore ed ora maggiore, secondo che ella viene applicata ad

una maggiore o minore resistenza.

SAGR. Già mi pare di comprendere che vero possa essere, la forza della percossa essere immensa o infinita. Imperocchè, stando nella proposta esperienza, e dato che il primo colpo cacciasse il palo quattro dita, e il secondo tre, e, continuandosi d'incontrare sempre il terreno più duro, il colpo terzo vi cacci il palo due dita, il quarto uno e mezzo, e conseguentemente⁷⁷⁵ un sol dito, un mezzo, un quarto etc., pare che quando per la durezza del terreno la resistenza del palo non si faccia infinita, che il colpo reiterato sempre caccierà perpetuamente il palo, ma bene per ispazi minori e minori: ma perchè, quanto si voglia lo spazio sia breve, è egli però divisibile e suddivisibile sempre, si continueranno le fitte; e perchè la seguente, dovendosi fare coll'aggravio di peso morto, richiede peso maggiore che l'antecedente, potrà essere che per pareggiare le forze dell'ultime percosse si ricerchi peso maggiore e maggiore in

⁷⁷⁵ *mezzo, conseguentemente, s.*

immenso.

SALV. Così crederei io veramente.

APR. Non potrà dunque essere resistenza alcuna così grande, che resti salda e contumace contro al potere di alcuna percossa, benchè leggiera?

SALV. Penso di no, se quello in che si percuote non è del tutto immobile, cioè non è la sua resistenza infinita.

SAGR. Mirabili⁷⁷⁶, e per modo di dire prodigiosi, paiono questi asserti, e che l'arte in questo solo effetto superi e defraudi la natura, cosa che nella prima apparenza par che facciano altri strumenti meccanici ancora, alzandosi gravissimi pesi con poca forza in virtù della leva, della vite, della taglia ed altri; ma in questo effetto della percossa, che pochi colpi di martello, non più pesante di 10 o 12 libbre, abbiano ad ammaccare, v. g., un dado di rame, il quale non infragnerebbe nè ammaccherebbe il carico non solo di una vastissima guglia di marmo, ma nè anco una torre altissima che sopra il

⁷⁷⁶ *Mirabile*, s.

martello si posasse, eccede, pare a me, ogni natural discorso che tentasse di torne la maraviglia. Però, Sig. Salvati, mettete mano al filo, e cavateci di così intrigati laberinti.

SALV. Da quanto essi producono, pare che il nodo principale della difficoltà batta qua, che non bene si comprenda come l'operazione della percossa, che sembra infinita, non debba di necessità procedere per mezzi diversi da quelli di altre macchine, che con pochissima forza superano resistenze immense: tuttavia io non dispero di poter esplicare come in questa ancora si procede nella medesima maniera. Tenterò di spiegarne il progresso, e benchè mi paia assai complicato, forse il mio dire potrebbe, dal vostro dubitare ed opporre, assottigliarsi ed acuirsi tanto, che allargasse almeno, se non del tutto sciogliesse, il nodo.

È manifesto, la facultà della forza del movente e della resistenza del mosso non essere una e semplice, ma composta di due azioni, dalle quali la loro energia dee essere misurata; l'una delle quali è il peso, sì del movente come del resistente, e l'altra è la velocità, secondo la quale quello dee muoversi e questo esser mosso. E così, quando il mosso dee muoversi colla velocità del

movente, cioè che gli spazi passati da amendue nell'istesso tempo sieno eguali, impossibile sarà che la gravità del movente sia minore di quella del mosso, ma sibbene alquanto maggiore, attesochè dalla puntuale egualità nasce l'equilibrio e la quiete, come si vede nella bilancia di braccia eguali. Ma se noi vorremo con peso minore sollevarne un maggiore, bisognerà ordinar la macchina in modo, che il peso movente minore si muova nell'istesso tempo per ispazio maggiore dell'altro peso, che è quanto a dire che quello più velocemente si muova di questo: e così di già la ragione non meno che l'esperienza ci mostra che, per esempio, nella stadera, acciocchè il peso del romano possa alzare un altro 10 o 15 volte di lui più grave, bisogna che la sua lontananza nell'ago sia lontana dal centro, intorno al quale si fa il moto, 10 o 15 volte più che la distanza tra il medesimo centro ed il punto della sospensione dell'altro peso; che è il medesimo che dire, che la velocità del movente sia 10 o 15 volte maggiore della velocità del mosso. E perchè questo si scorge accadere in tutti gli altri strumenti, possiamo con sicurezza stabilire che le gravità e velocità coll'istessa proporzione, ma alternatamente prese, si rispondano. Generalmente dunque diciamo, il momento del men grave pareggiare il momento del più grave, quando la velocità del minore alla velocità del maggiore abbia l'istessa proporzione che la gravità del maggiore a quella del minore; al quale ogni poco vantaggio che si conceda, supera l'equilibrio, e s'introduce il moto.

Fermato questo, io dico che non solamente nella percossa la sua operazione pare infinita circa il superare qualsivoglia somma resistenza, ma tale si mostra ella in qualsivoglia altro meccanico ordigno; perchè non è egli manifesto che un piccolissimo peso di una libbra, scendendo, alzerà un peso di 100 e di 1000 e più quanto ne piace, se noi lo costituiremo nell'ago della stadera cento o mille volte più lontano dal centro che l'altro peso massimo, cioè se noi faremo che lo spazio, per lo quale scenderà quello, sia cento e mille e più volte maggiore dello spazio della salita dell'altro, cioè se la velocità di quello sia cento e mille volte maggiore della velocità di questo? Ma voglio con uno più arguto esempio farli toccar con mano come qualsivoglia piccolissimo peso, scendendo, faccia salire qualsivoglia immensa e gravissima mole. Intenda V. S., un tal vastissimo peso essere attaccato a una corda fermata in luogo stabile e sublime, intorno al quale, come centro, intenda esser descritta la circonferenza di un cerchio che passi pel centro di gravità della sospesa mole; il qual centro di gravità è noto che viene a perpendicolo sotto la corda della sospensione, o, per meglio dire, è in quella retta linea che dal punto della sospensione va a terminare nel centro comune di tutti i gravi, cioè nel centro della Terra. Immaginatevi poi un altro filo sottilissimo, al quale sia attaccato qualsivoglia peso, benchè minimo, in guisa che il centro di gravità di questo termini nella già immaginata circonferenza; e ponete, questo piccolo peso andare

a toccare e semplicemente appoggiarsi a quella vasta mole: non credete voi che, aggiunto per fianco questo nuovo peso, spignerà alquanto quel massimo, separando il suo centro di gravità dalla già immaginata linea perpendicolare, nella quale prima si trovava, e senza dubbio si moverà per la circonferenza già detta, e movendovisi si separerà dalla linea orizzontale che è la tangente della detta circonferenza nell'imo punto dove si trovava esso centro di gravità della gran mole? E quanto allo spazio, tanto sarà l'arco passato dal gravissimo, quanto il passato dal piccolissimo peso, che al grandissimo si appoggiava; ma non sarà già la salita del centro del peso massimo eguale alla scesa del centro del peso minimo, perchè questo scende per un luogo o spazio molto più inclinato che non è quello della salita dell'altro centro, che vien fatta dal contatto del cerchio in certo modo secondo un angolo minore di ogni acutissimo. Qui, se io avessi a trattare con persone men versate di voi nella geometria, dimostrerei, come partendosi un mobile dall'imo punto del contatto, può benissimo essere che l'alzamento della linea orizzontale di qualche punto della circonferenza separato dal contatto sia secondo qualsivoglia proporzione minore dell'abbassamento di un asse a questo eguale, preso in qualsivoglia altro luogo, purchè in esso non si contenga il contatto: ma voi son sicuro che in ciò non avete dubbio. E se il semplice appoggiarsi del piccol peso alla gran mole può muoverla ed alzarla, che sarà se discostandolo e lasciandolo

scorrere per la circonferenza, egli vi anderà a percuotere?

APR. Veramente non mi pare che ci resti più luogo di dubitare, la forza della percossa essere infinita, per quanto l'addotta esperienza ne dichiara. Ma tal notizia non basta al mio intelletto a schiarirmi molte oscure tenebre, le quali lo tengono offuscato in modo che non discerno come il negozio di queste percosse cammini, sicchè io potessi rispondere ad ogni dubbio che mi fusse promosso.

SALV. Ma prima che io passi più oltre, voglio scoprirvi un certo equivoco che sta nascoso e come in aguato, e ci lascia stimare, tutti quei colpi con i quali nel soprapposto esempio si andava cacciando il palo, esser eguali o vogliamo dire gl'istessi, sendo fatti dalla medesima berta, elevata sopra il palo sempre alla medesima altezza: il che non è vero. Per intelligenza di che, figuratevi di andare ad incontrare colla mano una palla che venga scendendo da alto, e ditemi: se nell'arrivare ella sopra la vostra mano, voi la mano andaste abbassando per la medesima linea e colla medesima velocità che

scende la palla, ditemi, dico, qual percossa voi sentireste? certo nessuna. Ma se all'arrivo della palla voi andaste solamente in parte cedendo, con abbassar la mano con minor velocità di quella della palla, voi bene ricevereste percossa, ma non come da tutta la velocità della palla, ma solamente come dall'eccesso della velocità di quella sopra la velocità della cedenza della mano: sicchè quando la palla scendesse con 10 gradi di velocità e la mano cedesse con otto, il colpo sarebbe come fatto da due gradi di velocità della palla; e cedendo la mano con 4, il colpo sarebbe come di 6; ed essendo il cedere come uno, il percuoter sarebbe come di 9; e tutta l'intera percossa della velocità de' 10 gradi sarebbe quella che percoltesse sopra la mano che nulla cedesse. Applicando ora il discorso alle percosse della berta, mentre il palo cede la prima volta 4 dita, e la seconda 2, e la terza un sol dito, all'impeto della berta, le percosse rimangono disuguali, e la prima più debole della seconda, e la seconda più della terza, secondo che la cedenza delle 4 dita più detrae dalla velocità del primo colpo che la seconda; e questa è più debole della terza, come quella

che toglie il doppio più di questa dalla medesima velocità. Se dunque il molto cedere del palo alla prima percossa, ed il meno cedere alla seconda, e meno anco alla terza, e così sempre continuatamente, è cagione che men valido sia il primo colpo del secondo, e questo del terzo, che maraviglia è che manco quantità di peso morto si ricerchi per la prima cacciata delle 4 dita, e che maggiore ne bisogni per la seconda cacciata delle due dita, e maggiore ancora per la terza, e sempre più e più continuatamente, secondo che le cacciate si vanno diminuendo nelle diminuzioni delle cedenze del palo, che è quanto a dire nell'augumento delle resistenze?

Da quanto ho detto mi pare che agevolmente si possa raccorre, quanto malagevolmente si possa determinare sopra la forza della percossa fatta sopra un resistente il quale vadia variando la cedenza, quale è il palo che indeterminatamente va più e più resistendo; laonde stimo che sia necessario l'andar contemplando sopra tale, che, ricevendo le percosse, a quelle sempre colla medesima resistenza si opponga. Ora, per istabilire tal resistente, voglio che ci figuriamo un solido grave, per esempio di mille libbre di peso, il quale posi sopra un piano che lo sostenti; voglio poi che intendiamo una corda a cotal solido legata, la

quale cavalchi sopra una carrucola fermata in alto, per buono spazio, sopra detto solido. Qui è manifesto, che aggiugnendo forza traente in giù all'altro capo della corda, nel sollevar quel peso si averà sempre una egualissima resistenza, cioè il contrasto di mille libbre di gravità; e quando da quest'altro capo si sospenda un altro solido egualmente pesante come il primo, verrà da essi fatto l'equilibrio; e stando sollevati, senza che sopra alcuno sottoposto sostegno si appoggino, staranno fermi, nè scenderà questo secondo grave alzando il primo, salvo che quando egli abbia qualche eccesso di gravità: e se riposeremo il primo peso sopra il soggetto piano, che lo sostenga, potremo far prova con altri pesi di diversa gravità (ma ciascheduna minore del peso che riposa in quiete) quali siano le forze di diverse percosse, con legare alcuno di questi pesi all'altro capo della corda, lasciandolo da qualche altezza cadere ed osservando quello che segue nell'altro gran solido nel sentir la strappata dell'altro peso cadente, la quale strappata sarà ad esso gran peso come un colpo che lo voglia cacciare in su. Qui, primieramente, mi pare che si raccolga, che per piccola che sia la gravità del peso cadente, doverà senz'altro superare la resistenza del peso gravissimo ed alzarlo; la qual conseguenza mi par che si tragga molto concludentemente dalla sicurezza che abbiamo, come un peso minore prevarrà ad un altro quanto si voglia maggiore, qualunque volta la velocità del minore abbia maggior proporzione alla velocità del maggiore

che non ha la gravità del maggiore alla gravità del minore: ma ciò segue nel presente caso, nel quale la velocità del peso cadente supera d'infinito intervallo quella dell'altro peso, la quale è nulla, posando egli in quiete; ma non già è nulla la gravità del solido cadente in relazione alla gravità dell'altro, non ponendo noi questa infinita, nè quella nulla; supererà dunque la forza di questo percuziente la resistenza di quello in cui si impiega la percossa. Séguita ora che cerchiamo d'investigare, quanto sia per essere lo spazio al quale la ricevuta percossa lo solleverà, e se forse questo risponda a quello delli altri strumenti meccanici: come, per esempio, nella stadera si vede, l'alzamento del peso grave esser quella tal parte dello abbassamento del romano, quale è il peso del romano dell'altro peso maggiore; e così nel caso nostro bisogna che vediamo, se essendo la gravità del gran solido posto in quiete, per esempio, mille volte maggiore della gravità del peso cadente, il quale caschi dall'altezza, v. g., di un braccio, egli sia alzato da questo minore un centesimo di braccio, chè così pare che venisse osservata la regola degli altri istrumenti meccanici. Figuriamoci di fare la prima esperienza col far cadere da qualche altezza, diciamo di un braccio, un peso eguale all'altro, che ponghiamo posare sopra un piano, essendo amendue tali pesi legati, l'uno all'un capo e l'altro all'altro capo dell'istessa corda; che crediamo noi che sia per operare la strappata del peso cadente circa

il muovere e sollevar l'altro, che era in quiete? Io volentieri sentirei l'opinione vostra.

APR. Poichè V. S. guarda verso di me, comechè da me ella attenda la risposta, mi pare che, essendo amenable i solidi egualmente gravi, ed avendo il cadente, di più, l'impeto della velocità, l'altro ne doverà esser innalzato assai sopra l'equilibrio; imperocchè per ridurlo in bilancio la sola gravità di quello era bastante: sormonterà dunque, per mio credere, il peso ascendente per molto maggiore spazio di un braccio, che è la misura della scesa del cadente.

SALV. Che dice V. S., Sig. Sagredo?

SAGR. Il discorso mi pare assai concludente nel primo aspetto; ma, come poco fa dissi, le molte esperienze mi hanno insegnato quanto sia facile l'ingannarsi, e però quanto sia necessario l'andar circospetto prima che risolutamente pronunziare ed affermare alcun detto. Dirò dunque (però sempre dubitando) che è vero che il peso, v. g., delle 100 libbre del grave descendente basta per alzare l'altro, che pure pesi 100 libbre, infino allo equilibrio, senza che quello venga instrutto

e fornito d'altra velocità, e basterà solo l'eccesso di mezza oncia; ma vo considerando che questa equilibrasione verrà fatta con gran tardità, dove che quando il cadente sopraggiunga con gran velocità, con una simile bisognerà che tiri in alto il suo compagno. Ora, non mi pare che sia dubbio che maggior forza ci voglia a cacciar con gran velocità un grave all'in su, che a spignerlo con gran lentezza; onde possa accadere che il vantaggio della velocità, guadagnata dal cadente nella libera caduta di un braccio, possa rimaner consunto, e, per modo di dire, spento, nel cacciar l'altro con altrettanta velocità ad altrettanta altezza: perlochè non sarei lontano dal credere che tali due movimenti in giù ed in su terminassero in quiete immediatamente dopo la salita di un braccio del peso ascendente, che sarebbero due braccia di scesa dell'altro, computandovi il primo braccio che questo scese libero e solo.

SALV. Io veramente inclino a credere questo stesso: perchè, sebbene il peso cadente è un aggregato di gravità e di velocità, l'operazione della gravità nel sollevar

l'altro è nulla, avendo a sè opposta e renitente altrettanto gravità dell'altro peso, il quale è manifesto che mosso non sarebbe senza l'aggiunta all'altro di qualche piccola gravità: l'operazion dunque per la quale il peso cadente dee sollevar l'altro, è tutta della velocità, la quale altro che velocità non può conferire; nè potendo conferirne altra che quella che egli ha, e non avendo altra che quella che, partendosi dalla quiete, ha guadagnata nello spazio della scesa di un braccio, per altrettanto spazio e con altrettanta velocità spignerà l'altro all'in su, conformandosi con quello che in varie esperienze si può riconoscere, che è che il grave cadente, partendosi dalla quiete, si trova in ogni sito aver tant'impeto, che basta per ridur sè stesso alla medesima altezza.

SAGR. Sovviemmi che apertamente ciò dimostra un grave pendente da un filo che sia fermato in alto⁷⁷⁷; il

⁷⁷⁷ Nel cod. B, a car. 16t.-17r., si legge, scritto di mano del VIVIANI, il tratto da *del peso ascendente* (lin. 33) a *in alto* (pag., 335, lin. 18): precede la seguente nota, pur di mano del VIVIANI: «Nel *Congresso ultimo*, mio manuscritto, a car. 8, dopo il nono

qual grave, rimosso dal perpendicolo per un arco di qualsivoglia grandezza, non maggiore di una quarta, lasciato in libertà, scende e trapassa oltre al perpendicolo, salendo altrettanto arco quanto fu quello della scesa:

verso, deve seguire così, secondo l'originale del Galileo *De motu e della percossa*; e può star ancora come quivi, *perchè* [*perchè* è cassato] par che il Galileo non ve lo volessi». La copia del VIVIANI è cassata con linee trasversali, e presenta le seguenti varianti a confronto della prima edizione:

3-4. *questo istesso: perchè, se bene* - 8. *l'operazione - debbe sollevare* - 12. *spazio di scesa* - 15. *avere tanto impeto* - 18. *in alto etc.*: con *etc.* termina la copia del VIVIANI.

Avvertiamo inoltre che le parole *del peso ascendente*, a pag. 334, lin. 33, mancano nella stampa, e noi le abbiamo aggiunte prendendole dallo squarcio manoscritto, che incomincia appunto con esse; che a lin. 13 della presente pagina abbiamo corretto *l'altra*, dato dalla stampa, in *l'altro*, conforme si legge nel manoscritto; e che tra *in alto* e *il qual grave* (lin. 18) la stampa inserisce le seguenti parole, che noi abbiamo levato: *del peso ascendente, in quel modo che ora mi sovviene accadere in un grave pendente da un filo che sia fermato in alto*. Intorno a queste correzioni vedi l'Avvertimento.

dove è manifesto, la salita derivar tutta dalla velocità appresa nello scendere; imperocchè nel montare in su niuna parte vi può avere la gravità del mobile, ma bene, repugnando questa alla salita, va spogliando esso mobile di quella velocità della quale nella scesa lo veste.

SALV. Se l'esempio di quello che fa il solido grave appeso al filo, del quale mi sovviene che parlammo ne' discorsi de' giorni passati, quadrasse e si aggiustasse così bene al caso del quale noi di presente trattiamo, come ei si aggiusta alla verità, molto concludente sarebbe il discorso di V. S.; ma non piccola discrepanza trovo io tra queste due operazioni: dico tra quella del solido grave pendente dal filo, che, lasciato da qualche altezza, scendendo per la circonferenza del cerchio, acquista impeto di trasportare sè medesimo ad altrettanta altezza; e l'altra operazione del cadente legato ad un capo della corda per inalzare l'altro a sè eguale in gravità. Imperocchè lo scendente per lo cerchio⁷⁷⁸ va acquistando velocità sino al perpendicolo, favorito dalla

⁷⁷⁸ *lo scendiate per lo cerchio, s.*

propria gravità, la quale, trapassato il perpendicolo, lo disaiuta nel dovere ascendere (che è moto contrario alla gravità); sicchè dello impeto acquistato nella scesa naturale non piccola ricompensa è il ricondurlo con moto preternaturale o per altezza. Ma nell'altro caso sopraggiugne il grave cadente al suo eguale, posto in quiete, non solamente colla velocità acquistata, ma colla sua gravità ancora, la quale, mantenendosi, leva per sè sola ogni resistenza di essere alzato all'altro suo compagno; perlochè la velocità acquistata non trova contrasto di un grave che allo andare in su faccia resistenza, talchè, sì come⁷⁷⁹ l'impeto conferito all'in giù ad un grave non trova in esso ragione di annichilarsi o ritardarsi, così non si ritrova in quello ascendente, la cui gravità rimane nulla, essendo contrappesata da altrettanta descendente. E qui mi pare che accada per appunto quello che accade ad un mobile grave e perfettamente rotondo, il

⁷⁷⁹ *talchè se come*, s.

quale, se si porrà sopra un piano pulitissimo ed alquanto inclinato, da per sè stesso naturalmente vi scenderà, acquistando sempre velocità maggiore; ma se, per l'opposito, dalla parte bassa si vorrà quello cacciare⁷⁸⁰ in su, ci bisognerà conferirgli impeto, il quale si anderà sempre diminuendo e finalmente annichilando; ma se il piano non sarà inclinato, ma orizzontale, tal solido rotondo, postovi sopra, farà quello che piacerà a noi, cioè, se ve lo metteremo in quiete, in quiete si conserverà, e dandogli impeto verso qualche parte, verso quella si moverà, conservando sempre l'istessa velocità che dalla nostra mano averà ricevuta, non avendo azione nè di accrescerla nè di scemarla, non essendo in tal piano nè declività nè acclività: ed in simile guisa i due pesi eguali, pendenti da' due⁷⁸¹ capi della corda, ponendogliene in bilancio, si quieteranno, e se ad uno si darà impeto all'ingiù, quello si andrà conservando equabile sempre. E qui

⁷⁸⁰ *si vorrà quella cacciare*, s.

⁷⁸¹ *pendenti da due*, s.

si dee avvertire che tutte queste cose seguirebbero quando si movessero tutti gli esterni ed accidentari impedimenti, dico di asprezza e gravità di corda, di girelle e di stropicciamenti nel volgersi intorno al suo asse, ed altri che ve ne potessero essere. Ma perchè si è fatta considerazione della velocità, la quale l'uno de' due pesi eguali acquista scendendo da qualche altezza, mentre l'altro posi in quiete, è bene determinare quale e quanta sia per essere la velocità colla quale sieno per muoversi poi amendue, dopo la caduta dell'uno, scendendo questo e salendo quello. Già, per le cose dimostrate, noi sappiamo che quel grave che partendosi dalla quiete liberamente scende, acquista tuttavia maggiore e maggior grado di velocità perpetuamente; sicchè, nel caso nostro, il grado massimo di velocità del grave, mentre liberamente scende, è quel che si trova avere nel punto che egli comincia a sollevare il suo compagno; ed è manifesto che tal grado di velocità non si andrà più augumentando, essendo tolta la cagione dello augumento, che era la gravità propria di esso grave descendente, la quale non opera più, essendo tolta la sua propensione

di scendere dalla repugnanza del salire di altrettanto peso del suo compagno. Si conserverà dunque il detto grado massimo di velocità, ed il moto, di accelerato, si convertirà in equabile: quale poi sia per essere la futura velocità, è manifesto dalle cose dimostrate e vedute ne' passati giorni, cioè che la velocità futura sarà tale, che in altrettanto tempo quanto fu quella della scesa, si passerà doppio spazio di quello della caduta.

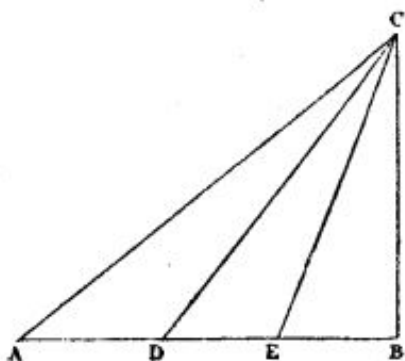
SAGR. Meglio dunque di me aveva filosofato il Sig. Aproino, e sin qui resto molto bene appagato del discorso di V. S., ed ammetto per verissimo quanto mi ha detto; ma per ancora non mi sento aver fatto acquisto tale, che mi basti per levare l'eccessiva maraviglia che sento nel vedere, essere superate resistenze grandissime dalla virtù della percossa del percuoziente, ancorchè nè molta sia la sua gravità, nè eccessiva la sua velocità; e quello che ne accresce lo stupore è il sentire che ella afferma, nessuna essere la resistenza (salvo che se fusse infinita) che al colpo possa resistere senza cedere, e più che di tal percossa non si possa in veruna maniera as-

segnare una determinata misura. Però il desiderio nostro sarebbe che V. S. mettesse mano a dilucidare queste tenebre.

SALV. Essendo che non si può applicare dimostrazione alcuna sopra una proposizione della quale il dato non sia uno e certo, però, volendo noi filosofare intorno la forza di un percuziente e la resistenza di quello che la percossa riceve, bisogna che prendiamo un percuziente la cui forza sia sempre l'istessa, quale è quella del medesimo grave cadente sempre dalla medesima altezza, e parimente stabilischiamo un ricevitore del colpo, la cui resistenza sia sempre la medesima. E per averlo tale, voglio che (stando su l'esempio di sopra, de i due gravi pendenti da' capi dell'istessa corda) che percuziente sia il piccol grave che si lascia cadere, e che l'altro, quanto si voglia maggiore, sia quello nell'alzamento del quale venga esercitato l'impeto del piccolo cadente: dove è manifesto, la resistenza del grande esser sempre ed in tutti i luoghi la medesima cosa; il che non accade nella resistenza del chiodo o del palo, ne' quali

ella va sempre crescendo nel penetrare, e con proporzione ignotissima per gli accidenti vari che s'interpongono di variate durezza nel legno e nel terreno etc., ancor che il chiodo ed il palo sieno sempre i medesimi. Inoltre è necessario che ci riduchiamo a memoria alcune conclusioni vere, delle quali si parlò a' giorni passati nel trattato del moto: e sia la prima di esse, che i gravi descendentì da un punto sublime sino a un soggetto piano orizzontale, acquistano eguali gradi di velocità, sia la scesa loro fatta o nella perpendicolare o sopra qualsivogliano piani diversamente inclinati; come, per esempio, essendo AB un piano orizzontale, sopra il quale dal punto C caschi la perpendicolare CB, e dal medesimo C altre diversamente inclinate CA, CD, CE,

dobbiamo intendere, i gradi di velocità de' cadenti dal punto sublime C per qualsivoglia delle linee che dal punto C vanno a terminare nell'orizzontale, essere tutti eguali. Inoltre si dee, nel secondo luogo, supporre, l'impeto acquistato in A dal cadente dal punto C esser tanto, quanto appunto si ricercerebbe per cacciare in alto il medesimo cadente, o altro a lui eguale, sino alla medesima altezza; onde possiamo intendere che tanta forza bisogna per sollevar dall'orizzonte sino all'altezza C l'istesso grave, venga egli cacciato da qualsivoglia de' punti A, D, E, B. Riduchiamoci, nel terzo luogo, a memoria, che i tempi delle scese per i notati piani inclinati hanno tra di loro la medesima proporzione che le lunghezze di essi piani; sicchè quando, per esempio, il



piano AC fusse lungo il doppio del CE e quadruplo del CB, il tempo della scesa per CA sarebbe doppio del tempo della scesa per CE e quadruplo della caduta per

CB. Inoltre ricordiamoci che per far montare, o vogliamo dire per strascicare, l'istesso peso sopra i diversi piani inclinati, sempre minor forza basta per muoverlo sopra il più inclinato che sopra il meno, secondo che la lunghezza di questo è minore della lunghezza di quello. Ora, stante questi veri supposti, finghiamoci il piano AC esser, v. g., dieci volte più lungo del perpendicolo CB, e sopra esso AC esser posato un solido S, pesante cento libbre: è manifesto che se a tal solido fusse attaccata una corda, la quale cavalcasse sopra una girella posta più alta del punto C, la qual corda nell'altro suo capo avesse attaccato un peso di 10 libbre, qual sarebbe il peso P, è manifesto che tal peso P, con ogni poco di giunta di forza, scendendo, tirerebbe il grave S sopra il piano AC. E qui si dee notare, che sebbene lo spazio per lo quale il maggior peso si muove sopra il suo piano soggetto è eguale allo spazio per lo quale si muove il piccolo descendente (onde alcuno potrebbe dubitare sopra la generale verità di tutte le meccaniche proposizioni, cioè che piccola forza non supera e muove gran resistenza se non quando il moto di quella eccede il

moto di questa colla proporzione contrariamente rispondente a i pesi loro⁷⁸²), nel presente caso la scesa del piccolo peso, che è a perpendicolo, si dee paragonare colla salita a perpendicolo del gran solido S, vedendo quanto egli dalla orizzontale perpendicolarmente si solleva, cioè si dee riguardare quanto ei monta nella perpendicolare BC.

Avendo⁷⁸³ io, Signori, fatto diverse meditazioni circa il distendere quello che mi resta a dire, e che è la somma del presente negozio, fermo la seguente conclusione, per esser di poi esplicata e dimostrata.

⁷⁸² *rispondente a i pari loro, s.*

⁷⁸³ La prima edizione della presente scrittura annota a questo punto: «Avverta il Lettore che il discorso seguente non bene sarà connesso colle cose supposte di sopra, perchè l'Autore ha avuto pensiero di distenderlo diversamente da quello che aveva in animo quando si notarono le sopradette conclusioni».

PROPOSIZIONE.

Se l'effetto che fa una percossa del medesimo peso, e cadente dalla medesima altezza, caccierà un resistente di resistenza sempre eguale per qualche spazio, e che per fare un simile effetto ci bisogni una determinata quantità di peso morto, che senza percossa preme, dico che quando il medesimo percuziente sopra un altro resistente maggiore, con tal percossa, lo caccerà, v. g., per la metà dello spazio che fu cacciato l'altro, per far questa seconda cacciata non basta la pressura del detto peso morto, ma ve ne vuole altro il doppio più grave; e così in tutte le altre proporzioni, quanto una cacciata fatta dal medesimo percuziente è più breve, tanto, per l'opposito, con proporzione contraria vi si ricerca, per far l'istesso, gravità maggiore di peso morto premente.

Intendasi la resistenza, stando nel medesimo esempio del palo, esser tale che non possa esser superata da meno di cento libbre di peso morto premente, e che il peso del percuziente sia solamente dieci libbre, e che cadendo dall'altezza, v. g., di quattro braccia, cacci il palo quattro dita. Qui, primieramente, è manifesto che il peso delle dieci libbre, dovendo calare a perpendicolo,

sarà bastante di far montare un peso di libbre cento sopra un piano inclinato tanto, che la sua lunghezza sia decupla della sua elevazione, per le cose dichiarate di sopra, e che tanta forza ci vuole in alzare a perpendicolo dieci libbre di peso, che nell'alzarne cento sopra un piano di lunghezza decupla alla sua perpendicolare elevazione: e però se l'impeto che acquista il cadente per qualche spazio a perpendicolo, si applichi a sollevare un altro a sè eguale in resistenza, e' lo solleverà per altrettanto spazio; ma eguale è alla resistenza del cadente di dieci libbre a perpendicolo quella dell'ascendente di cento libbre sopra il piano di lunghezza decuplo alla sua perpendicolare elevazione; adunque, caschi il peso di dieci libbre per qualsisia spazio perpendicolare, l'impeto suo acquistato, ed applicato al peso di cento libbre, lo cacerà per altrettanto spazio sopra il piano inclinato, al quale spazio risponde l'altezza perpendicolare grande quanto è la decima parte di esso spazio inclinato. E già si è concluso di sopra che la forza potente a cacciare un peso sopra un piano inclinato è

bastante a cacciarlo anche nella perpendicolare che risponde all'elevazione di esso piano inclinato, la qual perpendicolare, nel presente caso, è la decima parte dello spazio passato sull'inclinata, il quale è eguale allo spazio della caduta del primo peso di dieci libbre; adunque è manifesto che la caduta del peso di dieci libbre fatta nella perpendicolare è bastante a sollevare il peso di cento libbre pur nella perpendicolare, ma solo per lo spazio della decima parte della scesa del cadente di dieci libbre. Ma quella forza che può alzare un peso di cento libbre è eguale⁷⁸⁴ alla forza colla quale il medesimo peso delle cento libbre calca in giù, e questa era la potente a cacciare il palo, postavi sopra e premendo: ecco dunque esplicato, come la caduta di dieci libbre di peso è potente a cacciare una resistenza equivalente a quella che ha il peso di cento libbre per esser sollevato, ma la cacciata non sarà più che per la decima parte della scesa del percuziente. E se noi porremo, la resistenza del palo

⁷⁸⁴ *libbre, e eguale, s.*

esser raddoppiata o triplicata, sicchè vi bisogni, per superarla, la pressura di dugento o trecento libbre di peso morto, replicando simil discorso troveremo, l'impeto delle dieci libbre cadenti a perpendicolo esser potente a cacciare, siccome la prima, la seconda e la terza volta il palo, e come nella prima la decima parte della sua scesa, così nella seconda volta la ventesima, e nella terza la trentesima parte della sua scesa. E così, moltiplicando la resistenza in infinito, sempre la medesima percossa la potrà superare, ma col cacciare il resistente sempre per minore e minore spazio con alterna proporzione: onde pare che noi ragionevolmente possiamo asserire, la forza della percossa essere infinita. Ma ben conviene che altresì consideriamo anche per un altro verso, la forza del premente senza percossa essere essa ancora infinita: imperocchè quando ella supera la resistenza del palo, lo caccerà non per quello spazio solo che lo averà cacciato la percossa, ma seguirà di cacciarlo in infinito.

SAGR. Io veramente scorgo, il progresso di V. S. camminare molto dirittamente all'investigazione della vera

causa del presente problema: ma perchè mi pare che la percossa possa essere creata in tante e tante maniere, ed applicata a tante varietà di resistenze, credo esser necessario andarne esplicando almeno alcune, l'intelligenza delle quali potrebbe aprirci la mente all'intelligenza di tutte.

SALV. V. S. dice benissimo, ed io di già mi era apparecchiato ad apportarne⁷⁸⁵ qualche caso. Per uno de' quali diremo, che alle volte può accadere che l'operazione del percuziente si faccia palese non sopra il percosso, ma nello stesso percuziente: e così, dando sopra una ferma incudine un colpo con un martello di piombo, l'effetto caderà nel martello, il quale si ammaccherà, e non nell'incudine, che non si abbasserà: e non dissimile a questo effetto è quello del mazzuolo degli scarpellini, il quale, essendo di ferro non temperato e però tenero, nel lungo percuotere sopra lo scarpello di acciaio di dura tempera non ammacca esso scarpello,

⁷⁸⁵ *apparelciato ad apportarne, s.*

ma bene incava e dilacera sè medesimo. Altra volta in altro modo si rifletterà l'effetto pure nel percuziente; siccome non di rado si vede, che volendosi continuare di cacciare un chiodo in un legno durissimo, il martello ribalza indietro senza punto cacciare innanzi il chiodo, ed in questo caso si dice: il colpo non è attaccato. Non dissimile è il balzo che sopra un duro e fermo pavimento fa il pallone gonfio, ed ogn'altro corpo di materia talmente disposta, che ben cede alla percossa, ma ritorna, come facendo arco, nella sua prima figura: ed un tal ribalzamento accade quando non solamente quello che percuote cede e poi ritorna, ma quando ciò accade in quello sopra di che si percuote; ed in tal maniera risalta una palla, ancorchè di materia durissima e nulla cedente, cadendo sopra la cartapecora ben tesa del tamburo. Scorgesi anco, e con maggiore maraviglia, l'effetto che nasce quando allo spignere senza percossa si aggiugne una percossa, facendo un composto di amendue; e così vediamo nelli strettoi da panni o da olio e simili, quando col semplice spignere di quattro o sei uomini si è fatta calare la vite quanto potevano, col

ritirare un passo indietro la stanga e velocemente urtando con essa, moveranno ancora più e più la vite, e si ridurranno a tal segno che l'urto, colla forza di quei quattro o sei, farà quello che non farebbero dodici o venti col solo spignere: nel qual caso si ricerca, la stanga esser molto grossa e di legno assai duro, sicchè poco o nulla si pieghi, perchè cedendo questa, l'urto si spegnerebbe nel torcerla.

In ogni mobile⁷⁸⁶ che debba esser mosso violentemente, pare che sieno due spezie distinte di resistenza:

⁷⁸⁶ Alle parole *In ogni mobile* (lin. 1) la prima edizione annota: «Tra gli scritti originali del Galileo sopra la percossa, in un foglio separato, vi è, di mano dell'istesso Galileo, quanto qui ora si riferisce, che doveva essere inserito in questa sesta Giornata». Le lin. 1 e seg., fino alla lin. 7 della pag. 344, si leggono, scritte di mano del VIVIANI e cassate con strisce trasversali, nel cod. B, a car. 16r.-t., precedute da questa nota, di mano dello stesso VIVIANI: «Da un foglio originale del Galileo, di sua mano, tra le cose della percossa»; e di esse si ha un'altra copia, di mano, del sec. XVII, a car. 19r. del T. II della Par. VI dei Mss. Galileiani. La copia del VIVIANI (A) e quella del T. II della Par. VI (B) presentano le seguenti varianti a confronto della prima edizione:

1. *deva*, A, B - 2. *siano*, A - *risguarda*, A, B - 3. *la quale*, A, B - 3-4. *alzarsi una pietra di mille libbre che una di*, A, B - 4. *cento etc.; l'altra*, A - 5. *per il quale*, A, B - 6. *lontana*, B - 6-7. *cinquanta*. A *queste*, B - 7. *gli due*, A - 8. *de i quali*, B - 9. *percotendo*, B - 9-10. *non moverà se*, A, B - 11. *per spazio*, A, B - 12. *con la sua*, A, B - 13. *percotendo*, A, B - 16. *muovere*, A, B - 17. *sì, che*, A, B - 19. *cose*

l'una, che riguarda quella resistenza interna per la qual noi diciamo, più difficilmente alzarsi un grave di mille libbre che uno di cento; l'altra, che ha rispetto allo spazio per lo quale si ha da fare il moto; e così maggior forza ricerca una pietra ad esser gettata lontano cento passi, che cinquanta, etc. A queste due diverse resistenze rispondono proporzionatamente li due diversi motori, l'uno de' quali muove premendo senza percuotere, l'altro opera percuotendo. Il motore che opera senza percossa, non muove se non una resistenza minore, benchè insensibilmente, della sua virtù o gravità premente; ma la moverà bene per ispazio infinito, accompagnandola sempre colla sua stessa forza: e quello che muove percuotendo, muove qualsivoglia resistenza, benchè immensa, ma per limitato intervallo: onde io

considerate mi, B - 20. *del Sig. Francesco sia*, A, B - 21-22. *aggua-
gliare*, A, B - 23. *le azzioni*, A; *le azioni*, B - 24. *sì come*, A, B - 1-
3. *nel cugno BA*, A, B - 4-5. pag. 344 *per il limitato*, A, B - 5-6.
sempre egual resistenza, A, B - 6. *deve*, A, B.

stimo vere queste due proposizioni, il percuziente muovere infinita resistenza per finito e limitato intervallo, il premente muover finita e limitata resistenza per infinito intervallo; sicchè al percuziente sia proporzionabile l'intervallo, e non la resistenza, ma al premente la resistenza, e non l'intervallo. Le quali cose mi fanno dubitare che il quesito del Sig. Sagredo sia inesplicabile, come quello che cerchi di agguagliar cose non proporzionabili, chè tali credo io che sieno l'azioni della percossa e quelle della pressione: siccome, nel caso particolare, qualunque immensa resistenza che sia nel cuneo BA, sarà mossa da qualunque percuziente C, ma per limitato intervallo, come tra i punti B, A; ma dal premente D non qualunque resistenza sia nel cuneo BA sarà spinta, ma una limitata e non maggiore del peso D; ma questa non sarà spinta per lo limitato intervallo tra i punti B, A, ma in infinito, essendo sempre eguale la resistenza nel medesimo mobile AB, come si dee sup-

porre, non si facendo menzione in contrario nella proposta⁷⁸⁷.

Il momento⁷⁸⁸ di un grave nell'atto della percossa al-

⁷⁸⁷ Avvertiamo pure che alle lin. 6-7 della presente pagina la stampa legge *non facendo*, che abbiamo corretto in *non si facendo*, come si ha nelle copie A e B.

⁷⁸⁸ Le lin. 8 e seg., fino alla lin. 19 della pag. 346, si leggono, scritte di mano moderna e forse del sec. XIX, nel T. III della Par. VI dei Mss. Galileiani, car. 37r.-41r., precedute da questa nota, della stessa mano: «Roba copiata da un esemplare del Galileo che si trova in mano del Sig. Vincenzio suo figliolo, di mano di questo, e tutto appresso del Sig. Cosimo». Tale copia è molto scorretta; e trascurando gli evidenti strafalcioni dell'amanuense, ci limitiamo a notare le seguenti varianti che essa presenta a confronto della prima edizione: 13. *ne' tempi della mossa* - 21. *etc. manca nella copia.* - 23-24. *percuoziente in gran materia* - 9 pag. 345 *operazione assaissimo maggiore* - 22 *cosa contraria* - 31 si vede come - 8. pag. 346 *ancora gli si* - 10. *ne'navicelli ancora* - 14. *gli stessi* - Avvertiamo pure che in questo tratto, trascritto

tro non è che un composto ed aggregato di infiniti momenti, ciascuno di essi eguale al solo momento, o interno e naturale di sè medesimo (che è quello della propria gravità assoluta, che eternamente egli esercita posando sopra qualunque resistente), o estrinseco e violento, quale è quello della forza movente. Tali momenti nel tempo della mossa del grave si vanno accumulando di instante in instante con eguale additamento e conservando in esso, nel modo appunto che si va accrescendo la velocità di un grave cadente; chè siccome nell'infiniti instanti di un tempo, benchè minimo, si va sempre passando da un grave per nuovi ed eguali gradi di velocità, con ritener sempre gli acquistati nel tempo precorso, così anche nel mobile si vanno conservando

nel citato T. III della Par. VI dei Mss. Galileiani, abbiamo corretto le seguenti lezioni, che sono comuni così al manoscritto come alla prima edizione: pag. 344, lin. 12, *estrinseco o violento* in *estrinseco e violento*; lin. 14, *accumulando in instante* in *accumulando di instante in instante* (cfr. lin. 19-20); pag. 345, lin. 10, *applicato* in *applicati*; pag. 346, lin. 14, *portato* in *portati*.

di istante in istante e componendosi quei momenti, o naturali o violenti, conferitigli o dalla natura o dall'arte, etc.

La forza della percossa è di infinito momento, tuttavolta che ella si applichi in un momento ed in uno istante dal grave percuziente sopra materia non cedente; come si dimostrerà.

Il cedere di una materia percossa da un grave mosso con qualsivoglia velocità, non si può fare in uno istante, perchè altrimenti si darebbe il moto istantaneo per uno spazio quanto, il che si prova impossibile. Se dunque si fa in tempo la cedenza nel luogo della percossa, in tempo ancora si farà l'applicazione di quei momenti acquistati nel moto dal percuziente; il qual tempo è bastante ad estinguere ed a smorzare in parte quell'aggregato de' sopradetti momenti, i quali se in uno istante di tempo si esercitassero contro il resistente (il che seguirebbe quando le materie sì del percosso come del percuziente non cedessero nè meno un punto), assolutamente farebbero effetto ed operazione assai maggiore, in muoverlo e superarlo, che applicati in tempo benchè brevissimo: dico effetto maggiore, perchè pure qualche effetto faranno eglino contro il percosso, quantunque minima sia la percossa e grandissima la cedenza; ma sarà forse impercettibile tale effetto a' nostri sensi, con tutto che realmente vi sia, il

che a suo luogo dimostreremo. Ma pure ciò manifestamente si scorge dall'esperienza: poichè, se con un ben piccolo martello si anderà, con percosse uniformi, incontrando la testa di una grandissima trave che sia a giacere in terra, dopo molte e molte percosse si vedrà finalmente essersi mossa la trave per qualche spazio percettibile, segno evidentissimo che ogni percossa operò separatamente, per la sua parte, nello spingere la trave; poichè se la prima percossa non fusse a parte di tale effetto, tutte le altre susseguenti, come in luogo di prime, niente affatto opererebbero, la qual cosa è contraria all'esperienza, al senso ed alla dimostrazione che si apporterà, etc.

La forza della percossa è di infinito momento, perchè non vi è resistenza, benchè grandissima, che non venga superata da forza di percossa minimissima.

Colui che serra le porte di bronzo di S. Giovanni, invano tenterebbe di serrarle con una sola e semplice spinta; ma con impulso continuato va imprimendo in quel corpo mobile gravissimo forza tale, che quando arriva a percuotere ed urtare nella soglia, fa tremare tutta la chiesa. Da questo si veda come si imprima ne' mobili, e più ne' più gravi, ed in essi si moltiplichi e conservi, la forza che con qualche tempo gli si va comunicando, etc.

Simile effetto si vede in una grossa campana, che non con una sola tirata di corda, nè quattro nè sei, si mette in moto gagliardo ed impetuoso, ma con molte e molte, le quali a lungo reiterate, le ultime vanno aggiugnendo forza sopra quella acquistata dalle prime e precedenti strappate: e quanto più grossa e grave sarà la campana, tanto maggiore forza ed impeto acquisterà, essendogli comunicato in più lungo tempo e da maggior numero di strappate che non si ricerca ad una piccola campana, che ben presto si mette in impeto, ma presto ancora le si toglie, non essendosi ella imbevuta (per così dire) di tanta forza quanto la più grossa.

Il simile accade ne' navigli ancora, i quali non alle prime vogate de' remi o a i primi impulsi del vento si mettono in furioso corso, ma dalle continue vogate e dalla continua impressione di forza che fa il vento nelle vele acquistano impeto grandissimo, atto a fracassare gl'istessi vascelli, mentre, da quello portati, desero d'urto in uno scoglio.

L'arco dolce, ma grande, d'una balestra farà talvolta maggior passata d'un altro assai più duro, ma di minor tratta, poichè quello, accompagnando per più tempo la palla, gli va continuamente imprimendo la forza, e questo tosto l'abbandona.

***SOPRA LE DEFINIZIONI
DELLE PROPORZIONI D'EUCLIDE.***

***PRINCIPIO DI GIORNATA AGGIUNTA
AI
DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE IN-
TORNO A DUE NUOVE SCIENZE
[GIORNATA QUINTA]***

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO E SIMPLICIO.⁷⁸⁹

SALV. Grandissima è la consolazione ch'io sento nel vedere, dopo l'interposizione di qualch'anno, rinnovata in questo giorno la nostra solita adunanza. So che l'ingegno vivace del Sig. Sagredo è tale che non sa

⁷⁸⁹ La prima edizione di questa scrittura (che è nel *Quinto libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo, con nuov'ordine distesa e per la prima volta pubblicata da VINCENZIO VIVIANI, ultimo suo Discepolo, aggiuntevi cose varie e del GALILEO e del TORRICELLI, ecc.* In Firenze, alla Condotta, M.DC.LXXIV, pag. 61-77) porta il titolo seguente: *Principio della Quinta Giornata del Galileo. Da aggiugnersi all'altre quattro de' Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno alle due nuove scienze appartenenti alla meccanica ed a' movinenti locali.*

stare in ozio: però mi persuado che egli non avrà mancato di fare, nel tempo della nostra lontananza, qualche riflessione sopra le dottrine del moto, le quali furono lette nell'ultima giornata de' nostri passati colloqui. Io, che dalla virtuosa conversazione di V. S., ed anco del nostro Sig. Simplicio, ò sempre raccolto frutti di non volgare erudizione, la prego a voler proporre qualche nuova considerazione sopra le cose del nostro Autore già lette da noi: così daremo principio a gli usati discorsi, per passar questa giornata nell'occupazione di virtuoso trattenimento.

SAGR. Non nego a V. S. che in questi anni mi sieno passati per la fantasia varî pensieri sopra le novità dimostrate da quel buon Vecchio intorno alla sua scienza del moto, sottoposta e ridotta da lui alle dimostrazioni della geometria. Ed ora, poichè ella così comanda, procurerò di rammentarmi qualche cosa, e darò a lei occasione di beneficiare il mio 'ntelletto co' suoi dotti ragionamenti.

Per cominciar dunque per ordine dal principio del trattato

de' moti, proporrò a V. S. uno scrupolo mio antico, rinnovatomi nel considerare la dimostrazione che l'Autore apporta nella sua prima proposizione del moto equabile, la quale procede (come molte altre degli antichi e moderni scrittori) per via degli ugualmente moltiplici. Questa è una certa ambiguità che io ò sempre avuta nella mente intorno alla quinta, o come altri vogliono sesta, definizione del quinto libro d'Euclide. Stimo mia somma prosperità d'aver potuto incontrare occasione di conferir questo dubbio con V. S., del quale spero dover restar totalmente liberato.

SIMP. Anzi che io ancora riconoscerò questo nuovo abboccamento con le SS. VV. per beneficio singolare della fortuna, se mi succederà di poter ricever qualche luce intorno a questo punto accennato dal Sig. Sagredo. Non ebbi mai il più duro ostacolo di questo in quella poca di geometria che io studiai già nelle scuole da giovanotto; però ella s'immagini quanto sia per dovermi esser caro, se dopo tanto tempo sentirò intorno a questo particolare qualche cosa di mia soddisfazione.

SAGR. Dico dunque, che avendo sentito, nel dimostrare la prima proposizione dell'Autore intorno al

moto equabile, adoprarsi gli ugualmente multipli conforme alla quinta, ovvero sesta, definizione del V libro d'Euclide, ed avendo io un poco di dubbio già antiquato intorno a questa definizione, non restai con quella chiarezza che io avrei desiderato nella predetta proposizione. Ora mi sarebbe pur caro il poter intendere bene quel primo principio, per poter poi con altrettanta evidenza restar capace delle cose che seguono intorno alla dottrina del moto.

SALV. Procurerò di soddisfare al desiderio di V. S., con addomesticare in qualche altra maniera quella definizione d'Euclide e spianar la strada, per quanto mi sarà possibile, all'introduzione delle proporzionalità. In tanto sappia pure di aver avuto per compagni in questa ambiguità uomini di gran valore, i quali per lungo tempo sono stati con la medesima poca soddisfazione con la quale V. S. mi dice di ritrovarsi fino a questo giorno.

Io poi confesso che per qualche anno dopo aver istudiato il V libro d'Euclide, restai involto con la mente nella stessa caligine. Superai finalmente la difficoltà, quando, nello studiare le

Quando
con qual o

maravigliose Spirali d'Archimede, incontrai nel bel principio del libro una dimostrazione simile alla predetta del nostro Autore. Quell'occasione mi fece andar pensando, se per fortuna ci fosse altra strada più agevole, per la quale si potesse arrivare al medesimo fine ed acquistare per me, ed anco per altri, qualche precisa cognizione nella materia delle proporzioni: però applicai allora l'animo con qualche attenzione a questo proposito, ed esporrò adesso quanto fu da me speculato in quell'opportunità, sottoponendo ogni mio progresso al purgatissimo giudizio delle SS. VV.

Supponghasi primieramente (come le suppose anco Euclide, mentre le difinì) che le grandezze proporzionali si trovino: cioè, che date in qualunque modo tre grandezze, quella proporzione, o quel rispetto o quella relazione di quantità, che à la prima verso la seconda, la stessa possa averla una terza verso una quarta. Dico poi, che per dare una difinizione delle suddette grandezze proporzionali la quale produca nell'animo del lettore qualche concetto aggiustato alla natura di esso grandezze proporzionali, dovremmo prendere una delle loro passioni, ma però la più facile di tutte e quella per appunto che si stimi la più intelligibile anco dal volgo non introdotto nelle matematiche. Così fece Euclide stesso in molt'altri luoghi. Sovvenghavi che egli non disse, il cerchio essere una figura piana, dentro la quale segandosi due linee rotte, il rettangolo sotto le

sione sovr
sero al Gal
queste spe
lazioni.

Supposizi

parti dell'una sia sempre uguale al rettangolo sotto le parti dell'altra; ovvero, dentro la quale tutti i quadrilateri abbiano gli angoli opposti uguali a due retti. Quand'anche così avesse detto, sarebbero state buone definizioni: ma mentre egli sapeva un'altra passione del cerchio, più intelligibile della precedente e più facile da formarsene concetto, chi non s'accorge che egli fece assai meglio a mettere avanti quella più chiara e più evidente come definizione, per cavar poi da essa quell'altre più recondite e dimostrarle come conclusioni?

SAGR. Per certo che così è: ed io credo che rari saranno gl'ingegni i quali totalmente s'acquetino a questa definizione, se io con Euclide dirò così:

Allora quattro grandezze sono proporzionali, quando gli ugualmente multipli della prima e della terza, presi secondo qualunque molteplicità, si accorderanno sempre nel superare, mancare o pareggiare gli ugualmente multipli della seconda e della quarta.

E chi è quello d'ingegno tanto felice, il quale abbia certezza che allora quando le quattro grandezze sono proporzionali, gli ugualmente multipli s'accordino sempre? ovvero chi sa che quegli ugualmente multipli non s'accordino sempre anco quando le grandezze non sieno proporzionali? Già Euclide nelle precedenti definizioni aveva detto, la proporzione tra due grandezze essere un tal rispetto o relazione tra di loro, per

quanto si appartiene alla quantità. Ora, avendo il lettore concepito già nell'intelletto che cosa sia la proporzione fra due grandezze, sarà difficil cosa che egli possa intendere che quel rispetto o relazione che è fra la prima e la seconda grandezza, allora sia simile al rispetto o relazione che si trova fra la terza e la quarta grandezza, quando quegli ugualmente multipli della prima e della terza s'accordan sempre nella maniera predetta con gli ugualmente multipli della seconda e della quarta, nell'esser sempre maggiori, o minori, o uguali.

SALV. Comunque ciò sia, parmi questo d'Euclide più tosto un teorema da dimostrarsi, che una definizione da premettersi. Però, avend'io 'ncontrato tanti ingegni i quali ànno arrenato in questo luogo, mi sforzerò di secondare con la definizione delle proporzioni il concetto universale degli uomini anche ineruditi nella geometria, e procederò in questo modo.

Allora noi diremo quattro grandezze esser fra loro proporzionali, cioè aver la prima alla seconda la stessa proporzione che à la terza alla quarta, quando la prima sarà eguale alla seconda e la terza ancora sarà eguale alla quarta; ovvero quando la prima sarà tante volte multiplice della seconda, quante volte precisamente la terza è multiplice della quarta. Troverà dubbio alcuno il Sig. Simplicio nell'intender questo?

Difinizione
delle
grandezze proporzionali,
loro commensurabili.

SIMP. Certo che no.

SALV. Ma perchè non sempre accaderà che fra le quattro grandezze si trovi per appunto la predetta egualità ovvero molteplicità precisa, procederemo più oltre, e domanderò al Sig. Simplicio: Intendete voi che le quattro grandezze allora sieno proporzionali, quando la prima contenga, per esempio, tre volte e mezzo la seconda, ed anco la terza contenga tre volte e mezzo la quarta?

SIMP. Intendo benissimo fin qui, ed ammetto che le quattro grandezze sieno proporzionali non solo nel caso esemplificato da V. S., ma ancora secondo qualsivoglia altra denominazione di molteplicità, o superparziente, o superparticolare.

SALV. Per raccoglièr dunque ora in breve e con maggiore universalità tutto quello che si è detto ed esemplificato fin qui, diremo che:

Allora noi intendiamo quattro grandezze esser proporzionali fra loro, quando l'eccesso della prima sopra la seconda (qualunque egli sia) sarà simile all'eccesso della terza sopra la quarta.

Difinizione generale di proporzion

o commer
rabili tra le
o incomm
surabili.

SIMP. Fin qui io non avrei difficoltà: ma mi pare che V. S. in questa maniera non apporti la difinizione delle grandezze proporzionali se non quando le antecedenti saranno maggiori delle loro conseguenti, poichè ella suppone che la prima ecceda la seconda e che anco la terza ecceda similmente la quarta. Ma ora interrogo io: come dovrò governarmi quando le antecedenti sieno minori delle loro conseguenti?

SALV. Rispondo, che quando V. S. avrà le quattro grandezze in tal modo che la prima sia minor della seconda e la terza minor della quarta, allora sarà la seconda maggior della prima e la quarta maggior della terza: però V. S. le consideri con quest'ordine inverso, e s'immagini che la seconda sia prima e la quarta sia terza. Così avrà le antecedenti maggiori delle conseguenti, e non avrà bisogno di cercare allora difinizione diversa dalla già apportata da noi.

SAGR. Così è per appunto. Ma séguiti V. S. per grazia col presupposto già fatto, di considerare sempre le antecedenti maggiori delle loro conseguenti, il che mi pare che faciliti assai a lei il discorso ed a noi l'intelligenza.

SALV. Stabilita questa per definizione, soggiugnerò anco in qual altro modo s'intendano quattro grandezze esser fra loro proporzionali; ed è questo. Quando la prima per avere alla seconda la medesima proporzione che la terza, alla quarta non è punto nè maggiore nè minore di quello che ella dovrebbe essere, allora s'intende aver la prima alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta. Con questa occasione definirei ancora la proporzione maggiore, e direi così:

Ma quando la prima grandezza sarà alquanto più grande di quel che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta, allora voglio che convenghiamo di dire che la prima abbia maggior proporzione alla seconda, di quella che à la terza alla quarta.

Altro m
di definire
grandezze
proporzion

Difinizion
delle gr
dezze
proporzion
o commer
rabili, o

SIMP. Bene: ma quando la prima fosse minore di quel che ella dovrebbe esser per avere alla seconda quella medesima proporzione che à la terza alla quarta?

SALV. Mentre la prima sia minor di quel che si ricercerebbe per aver alla seconda quella medesima proporzione che à la terza alla quarta, sarà segno evidente che la terza è maggior del giusto per aver alla quarta quella tal proporzione che à la prima alla seconda: però in questo caso ancora V. S. si contenti di concepir l'ordine in altro modo, e s'immagini che quelle grandezze che erano terza e quarta diventino prima e seconda, e quell'altre che erano prima e seconda V. S. le riponga ne' luoghi della terza e della quarta.

SAGR. Fin ora intendo benissimo il concetto di V. S. e l'introduzione con la quale ella dà principio alla speculazione delle proporzionali. Parmi ora che ella si sia messa in obbligo di adempire una delle due cose:

cioè, o di dimostrare con questi suoi principi tutto il quinto d'Euclide, ovvero di dedurre da queste due definizioni, poste da V. S., quell'altre due che Euclide mette per quinta e per settima fra le definizioni, sopra le quali poi egli fonda tutta la macchina del medesimo quinto libro. Se V. S. dimostrerà queste come conclusioni, non mi resterà più che desiderare intorno a questa materia.

SALV. Questa per appunto è l'intenzion mia: poichè quando si comprenda con evidenza, che date quattro grandezze proporzionali conforme alla medesima definizione, gli ugualmente multiplici della prima e della terza s'accordano eternamente per necessità in pareggiare o mancare o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda e quarta, allora senz'altra scorta si può entrare nel quinto libro d'Euclide e si possono 'ntender con evidenza i teoremi delle grandezze proporzionali. Così ancora, se con la posta definizione della proporzion maggiore dimostrerò che in qualche caso, presi gli ugualmente multiplici della prima e della terza ed anco della seconda e della quarta, quel della prima

ecceda quel della seconda, ma quel della terza non ecceda quel della quarta, si potrà con questa dimostrazione scorrere gli altri teoremi delle grandezze sproporzionali, poichè questa nostra conclusione sarà per appunto la definizione della quale, come per principio, si serve Euclide stesso.

SIMP. Quando io restassi persuaso di queste due passioni degli ugualmente moltiplici, cioè che, mentre le quattro grandezze son proporzionali, quegli eternamente s'accordano nel pareggiare o eccedere o mancare, e che, quando le quattro grandezze non son proporzionali, quegli in qualche caso discordano, io per me non richiederei altra luce per intender con chiarezza tutto 'l quinto degli Elementi geometrici.

SALV. Ora ditemi, Sig. Simplicio: se noi supporremo che le quattro grandezze

Assioma.

A. B. C. D. A, B, C, D sieno proporzionali, cioè che la prima A alla seconda B abbia la stessa proporzione che la terza C à verso la quarta D, intendete voi che anco due delle prime verso la seconda avranno la medesima proporzione che due

delle terze verso la quarta?

SIMP. Io l'intendo assai bene: imperciocchè mentre una prima alla seconda à la medesima proporzione che una terza alla quarta, non saprei immaginarmi per qual ragione due delle prime alla seconda debbano aver proporzion diversa da quella che anno due delle terze alla quarta.

SALV. Adunque, mentre V. S. intende questo, intenderà ancora che quattro, o dieci, o cento, delle prime ad una seconda avranno la stessa proporzione che ànno quattro, o dieci, o cento, delle terze ad una quarta.

SIMP. Certo che sì; e purchè i numeri delle multiplicità sieno uguali, facilmente apprendo che la prima, presa due volte o dieci o cento, avrà la stessa proporzione verso la seconda, che a la terza, presa anch'essa due volte o dieci o cento, verso la quarta. Sarebbe ben difficile⁷⁹⁰ persuadermi il contrario.

⁷⁹⁰ *difficile*, s.

Il medesimo
assioma
universal-
mente
s
gato.

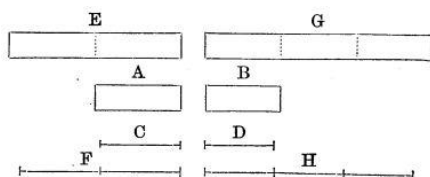
SALV. Non è dunque ardua cosa il capire che il multiplice della prima abbia la stessa proporzione alla seconda, che à l'ugualmente multiplice della terza alla quarta, cioè che la prima, moltiplicata quante volte ci pare, abbia alla seconda quella proporzione stessa che à la terza, moltiplicata altrettante volte, verso la quarta. Ora tutto quello che io ò esemplificato fin qui con moltiplicare le grandezze antecedenti, ma non già le conseguenti, immaginatevi che sia detto anco intorno al moltiplicare le conseguenti solamente, senza punto alterare l'antecedenti, e ditemi: credete voi che date quattro grandezze proporzionali, la prima a due delle seconde abbia proporzion diversa da quella che a la terza a due delle quarte?

SIMP. Credo assolutamente di no; anzi quando una prima abbia ad una seconda la medesima proporzione che una terza à verso la quarta, intendo assai bene che quella stessa prima a due, o quattro, o dieci, delle seconde, avrà quella medesima proporzione che à la stessa terza verso due, o quattro, o dieci, delle quarte.

SALV. Ammettendo dunque voi questo, confessate

PROP. I.

di restar appagato e d'intender con facilità, che date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, e moltiplicate egualmente la prima e la terza, quella proporzione che à il multiplice E della prima A alla seconda B, la stessa ancora abbia precisamente l'ugualmente multiplice F della terza C alla quarta D. Imma-



ginatevi dunque che queste sieno le nostre quattro grandezze proporzionali, E, B, F, D, cioè il multiplice E della prima sia prima, la seconda stessa B sia seconda, il multiplice poi F della terza sia terza, e la quarta D sia quarta. V. S. mi à anco detto di capire, che moltiplicandosi egualmente le conseguenti B, D, cioè la seconda e la quarta, senza alterar punto le antecedenti, la medesima proporzione avrà la prima al moltiplicato della seconda, che la terza al moltiplicato della quarta. Ma queste quattro grandezze saranno per appunto E, F, ugualmente multipli della prima e

che è la qu
del V. d'
clide

della terza, e G, H, egualmente multipli della seconda e della quarta.

SAGR. Confesso che di ciò resto interamente appagato; ed ora intendo benissimo la necessità per la quale gli ugualmente multipli delle quattro grandezze proporzionali eternamente s'accordano nell'essere o maggiori o minori o eguali, etc. Poichè, mentre presi gli ugualmente multipli della prima e della terza e gli ugualmente multipli della seconda e della quarta, V. S. mi dimostra che il multiplice della prima al multiplice della seconda à la medesima proporzione che il multiplice della terza à verso il multiplice della quarta, scorgo manifestamente che quando il multiplice della prima sia maggiore del multiplice della seconda, allora il multiplice della terza dovrà necessariamente (per servir la proporzione) esser maggiore del multiplice della quarta; quando poi sia minore, ovvero uguale, anche il multiplice della terza dovrà esser minore, ovvero uguale, al multiplice della quarta.

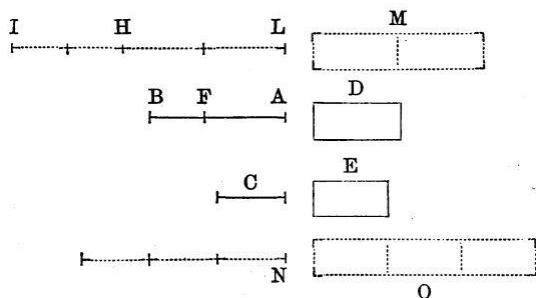
SIMP. Io ancora non sento in ciò repugnanza veruna. Resto bene con desiderio d'intendere, come

COROLL.
che è il c
verso della
finizione de
degli
menti.

(supposte le quattro grandezze sproporzionali) sia vero che gli ugualmente multipli non servino sempre quella concordanza, nell'esser maggiori o minori o uguali.

SALV. Io in questo ancora procurerò che V. S. abbia compiuta soddisfazione.

Pongansi le quattro grandezze date AB, C, D, E, e sia



la prima AB
alquanto
maggiore di
quello che
ella do-
vrebbe es-
sere per

PROP. II
che è il con-
della 7^a defini-
del V. d'Euclid

avere alla seconda C quella medesima proporzione che à la terza D alla quarta E: mostrerò, che presi in certa particolar maniera gli ugualmente multipli della prima e della terza, e presi altri multipli della seconda e quarta, quello della prima si troverà maggiore di quello della seconda, ma quello della terza non sarà altrimenti maggiore di quello della quarta,

anzi lo dimostrerò esser minore.

Intendasi dunque esser levato dalla prima grandezza AB quell'eccesso il quale la faceva maggiore di quanto ella dovrebbe essere acciò fosse precisamente proporzionale, e sia tale eccesso l'FB: resteranno ora dunque le quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente AF alla C avrà la medesima proporzione che a la D alla E.

Moltiplichisi FB tante volte, ch'ella sia maggior della C, e sia questo multiplice il segnato HI; prendasi poi HL altrettante volte multiplice della AF, e la M della D, quante volte per appunto l'HI sarà stata presa multiplice della FB. Stante questo, non è dubbio alcuno che tante volte sarà multiplice la composta LI della composta AB, quante volte l'HI della FB, ovvero la M della D, è multiplice.

Prendasi ora la N multiplice della C con tal legge, che la stessa N sia prossimamente maggiore della LH; ed in ultimo, quanto sarà multiplice la N della C, altrettanto pongasi la O multiplice della E.

Ora, essendo la multiplice N prossimamente maggiore della LH, se noi dalla N intenderemo esser levata una delle grandezze sue componenti (che sarà eguale alla C), resterà il residuo non maggiore della LH. Se dunque alla stessa N renderemo la grandezza eguale alla C (che intendemmo esser levata), ed alla

LH, che è non minore di detto residuo, aggiungeremo la HI, che pure è maggiore dell'aggiunta alla N, sarà tutta la LI maggior della N.

Ecco dunque un caso nel quale il multiplice della prima supera il multiplice della seconda. Ma essendo le quattro grandezze AF, C, D, E fatte proporzionali da noi, ed essendosi presi gli ugualmente multipli LH ed M della prima e della terza ed N ed O della seconda e della quarta, saranno essi (per le cose già stabilite di sopra) sempre concordi nell'esser maggiori o minori o uguali; però, essendo il multiplice LH della prima grandezza, minore del multiplice N della seconda, per la nostra costruzione sarà anco il multiplice M della terza, minore necessariamente del multiplice O della quarta.

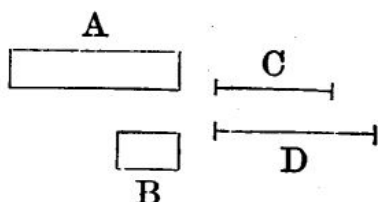
Si è per tanto provato, che mentre la prima grandezza sarà alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la stessa proporzione che à la terza alla quarta, allora sarà possibile di prendere in qualche modo gli ugualmente multipli della prima e della terza ed altri ugualmente multipli della seconda e della quarta, e dimostrare che il multiplice della prima eccede il multiplice della seconda, ma il multiplice della terza non eccede quel della quarta.

SAGR. Molto bene ò inteso quanto V. S. à dimostrato fin qui. Resta ora che ella da queste dimostrate premesse deduca come necessarie conclusioni le due

controverse difinizioni d'Euclide; il che spero gli sarà facile, avendo di già dimostrati due teoremi conversi di quelle.

SALV. Facili per appunto riusciranno; e per dimostrare la 5^a difinizione io procederò così.

Se delle quattro grandezze A, B, C, D, gli ugualmente multipli della prima e terza, presi secondo qualunque mul-



PROP. II.

che è la difinizione
5^a del V. d'Eucl.

tiplicità, sempre si accorderanno nel pareggiare o mancare ovvero eccedere gli ugualmente multipli della seconda e della quarta rispettivamente, io dico che le quattro grandezze son fra di loro proporzionali.

Imperciocchè sieno (se è possibile) non proporzionali: adunque una delle antecedenti sarà maggior di quello che ella dovrebbe essere per avere alla sua conseguente la stessa proporzione che à l'altra antecedente alla sua conseguente. Sia, per esempio, la segnata A; adunque, per le cose già dimostrate, pigliandosi gli ugualmente multipli della A e della C in una tal maniera, e pigliandosi gli ugualmente multipli delle B, D, nel modo che si è insegnato si mostrerà la multiple di A maggior

della multiplice di B: ma la multiplice di C non sarà altrimenti maggiore, ma minore, della multiplice di D: che è contro al supposto fatto da noi.

Per dimostrar la settima definizione dirò così. Sieno le quattro grandezze A, B, C, D, e suppongasi che presi in qualche particolar maniera gli ugualmente multipli delle due antecedenti, prima e terza, e gli ugualmente multipli delle due conseguenti, seconda e quarta, suppongasi, dico, che si trovi un caso, nel quale il multiplice di A sia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non sia maggior del multiplice di D: io dico che la A alla B avrà maggior proporzione che la C alla D, cioè che la A sarà alquanto maggiore di quel ch'ella dovrebbe essere per avere alla B la stessa proporzione che a la C alla D.

Se è possibile, non sia A maggior del giusto: sarà dunque precisamente proporzionale, ovvero minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo, se ella fosse precisamente agiustata e proporzionale, sarebbero, per le cose già provate, gli ugualmente multipli della prima e della terza, presi in qualunque modo, sempre concordi nel pareggiare o mancare o eccedere gli ugualmente multipli della seconda e della quarta: il che è contro alla supposizione. Se poi la prima fosse minor del giusto per esser proporzionale, questo è segno che la terza sarebbe maggiore del suo dovere per avere alla quarta quella pro-

PROP. IV

che è la 7^a d
zione del V. c
clide.

porzione che à la prima alla seconda. Allora io direi che si levasse dalla terza quell'eccesso che la fa esser maggior del giusto, e però la rimanente resterebbe poi per appunto proporzionale. Ora, considerando quei multipli particolari supposti da principio, è manifesto che essendo il multiplice della prima maggior del multiplice della seconda, anco il multiplice della terza, cioè di quella rimanente, sarà maggior del multiplice della quarta; adunque, se in cambio di pigliar il multiplice di quella rimanente ripiglieremo l'egualmente multiplice di tutta la terza intera, questo sarà maggior che non era il multiplice di quella rimanente, e però sarà questo stesso molto maggiore di quel della quarta: il che è contro la supposizione.

SAGR. Resto soddisfattissimo di questa dilucidazione fattami da V. S. in materia nella quale io n'avevo già lungo tempo bisogno; nè saprei esprimere quale in me sia maggiore, o il gusto di questa cognizione nuovamente acquistata, o il rammarico di non averla io procurata col chiederla a V. S. fin dal principio de' nostri primi abboccamenti, tanto più avendo io inteso che ella la conferiva a diversi amici, a' quali per la vicinanza era lecito di frequentar la sua villa. Ma segui-

tiamo, di grazia, i discorsi, quando però il Sig. Simplicio non abbia che replicare intorno alla materia fin qui considerata.

SIMP. Io non saprei che soggiugnere, anzi resto interamente appagato del discorso, e capace delle dimostrazioni sentite.

SALV. Posti questi fondamenti, si potrebbe compendiare in parte e riordinare tutto il quinto d'Euclide, ma ciò sarebbe una digressione troppo lunga e troppo lontana dal nostro principale intento; oltre che io so che le SS. VV. averanno veduto di simili compendi stampati da altri autori.

Ora, essendosi considerate fin qui, a requisizione delle SS. VV., le definizioni quinta e settima del quinto libro, spero che esse concederanno volentieri a me il poter proporre adesso un'antica mia osservazione sovvenutami sopra un'altra definizione d'Euclide medesimo. Il soggetto non sarà diverso dall'incominciato e non parrà alieno dal nostro proposito, essendo intorno alla proporzion composta, la quale vien maneggiata spesse volte dal nostro autore ne' suoi libri.

Trovasi fra le definizioni del sesto libro d'Euclide la quinta della proporzion composta, la quale dice in questo modo:

Allora una proporzione si dice comporsi di più proporzioni, quando le quantità di dette proporzioni moltiplicate insieme avranno prodotto qualche proporzione.

Osservo poi che nè il medesimo Euclide, nè alcun altro autore antico, si serve della stessa difinizione nel modo nel quale ell'è stata posta nel libro; onde ne seguono due inconvenienti, cioè al lettore difficoltà d'intelligenza, ed allo scrittore nota di superfluità.

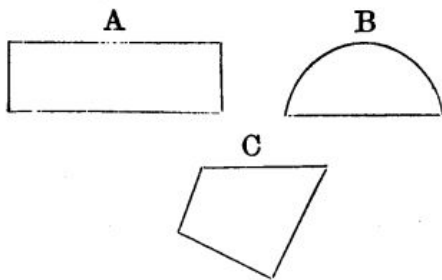
SAGR. Questo è verissimo; ma non mi par probabile che la suprema accuratezza d'Euclide abbia fra' suoi libri posta questa difinizione inconsideratamente ed in vano. Però non sarei affatto fuor di sospetto che ella vi fosse stata aggiunta da altri, o almeno alterata di tal sorte, che ella oggidì non si riconosca più, mentre dagli autori si pone in opera nel dimostrare i teoremi.

SIMP. Che gli altri autori non se ne servano, io lo crederò alle SS. VV., non avendovi fatto molto studio: mi dispiacerebbe bene se da Euclide stesso, il quale viene stimato da voi altri per tanto puntuale nelle sue scritture, fosse stata posta indarno. Ma qui bisogna poi ch'io confessi come l'intelletto mio, il quale non si

è mai più che mediocrementemente inoltrato nella matematica, à incontrato difficoltà intorno a questa definizione, forse non minore che nelle già spianate dal Sig. Salviati. Mi aiutai un tempo fa con legger lunghissimi comenti scritti sopra queste materie, ma, per dire il vero, non conobbi giammai che mi si sgombrassero quelle tenebre che mi tenevano offuscato l'intelletto. Però, se V. S. avesse qualche particolar considerazione che mi facilitasse questo ancora, l'assicuro che mi farebbe un favore molto segnalato.

SALV. Forse ella si presuppone che questa sia materia di profonde speculazioni, e pure troverà che non consiste in altro che in un semplicissimo avvertimento.

S'immagini V. S. le due grandezze A, B dello stesso genere; avrà la grandezza A alla B una tal proporzione; e dopo concepisca esser posta fra di loro un'altra



grandezza C, pur dello stesso genere: si dice che quella tal proporzione che à la grandezza A alla B viene ad esser composta delle due proporzioni intermedie, cioè di quella che à la A alla C e di quella che a la C alla B. Questo è per appunto il senso secondo 'l quale Euclide si serve della predetta difinizione.

SIMP. È vero che Euclide intende in questo modo la proporzione composta, ma però non intend'io come la grandezza A alla B abbia proporzion composta delle due proporzioni, cioè della A alla C e della C alla B.

SALV. Ora ditemi, Sig. Simplicio: intendete voi che la A alla B abbia qualche proporzione, qualunque ella sia?

SIMP. Essendo esse del medesimo genere, Signor sì.

SALV. E che quella proporzione sia immutabile, e non possa mai essere altra o diversa da quella che ell'è?

SIMP. Intendo questo ancora.

SALV. Vi soggiungo ora io, che nello stesso modo per appunto l'A alla C à una proporzione immutabile, e così anco la C alla B. La proporzione poi, che è fra

Difinizione da
in luogo della
finizione del
d'Euclide.

le due estreme A e B, si chiama esser composta delle due proporzioni che mediano fra esse estreme, cioè di quella che à la A alla C e di quella che a la C alla B.

Aggiungo di più, che se V. S. fra queste grandezze A e B A. B. C. D. s'immaginerà che sia frapposta non una grandezza sola, ma più d'una, come ella vede in questi segni A, C, D, B, s'intenderà pure, la proporzione della A alla B esser composta di tutte le proporzioni le quali sono intermedie fra di esse, cioè delle proporzioni che ànno la A alla C, la C alla D e la D alla B; e così se più fussero le grandezze, sempre la prima all'ultima à proporzion composta di tutte quelle proporzioni le quali mediano fra di esse.

Avvertisco ora in quest'occasione, che quando le proporzioni componenti sieno uguali fra di loro, o per dir meglio sieno le stesse, allora la prima all'ultima avrà, come di sopra aviamo detto, una tal proporzione composta di tutte le proporzioni intermedie; ma perchè quelle proporzioni intermedie sono tutte uguali, potremo esprimere il medesimo nostro senso con dire, che la proporzione della prima all'ultima à una proporzione tanto moltiplice della proporzione che à la prima alla seconda, quante per appunto saranno le proporzioni che si frappongono fra la

prima e l'ultima. Come, per esempio, se fossero tre termini, e che la medesima proporzione fosse fra la prima e la seconda che è fra la seconda e la terza, allora sarebbe vero che la prima alla terza avrebbe proporzione composta delle due proporzioni le quali sono fra la prima e la seconda e fra la seconda e la terza; ma perchè queste due proporzioni si suppongono uguali, cioè le stesse, potrà dirsi che la proporzione della prima alla terza è duplicata della proporzione che à la prima alla seconda. Così, quando le grandezze fossero quattro, si potrebbe dire che la proporzione della prima alla quarta è composta di quelle tre proporzioni intermedie, ed ancora che è triplicata della proporzione della prima alla seconda, venendo composta tal proporzione, che à la prima alla quarta, della proporzione della prima alla seconda tre volte presa, etc.

Ma qui finalmente non vanno contemplazioni nè dimostrazioni, imperciocchè è una semplice imposizione di nome. Quando a V. S. non piacesse il vocabolo di *composta*, chiamiamola *incomposta*, o *impastata*, o *confusa*, o in qualunque modo più aggrada a V. S.; solo accordiamoci in questo, che quando poi

avremo tre grandezze dello stesso genere, ed io nominerò la proporzione incomposta, o impastata, o confusa, vorrò intendere la proporzione che ànno l'estreme di quelle grandezze, e non altro.

SAGR. Tutto questo intendo benissimo: anzi ò più d'una volta osservato l'artificio d'Euclide nella proposizione dove ei dimostra che i parallelogrammi equiangoli ànno la proporzione composta delle proporzioni de' lati. Egli si trova in quel caso aver le due proporzioni componenti in quattro termini, che sono i quattro lati de' parallelogrammi: però comanda che quelle due proporzioni si mettano in tre termini solamente, sicchè una di quelle proporzioni sia fra 'l primo termine e 'l secondo, l'altra sia fra 'l secondo e 'l terzo; nella dimostrazione poi non fa altro se non che e' dimostra che l'un parallelogrammo all'altro è come 'l primo termine al terzo, cioè à la proporzione composta di due proporzioni, di quella che à il primo termine al secondo e dell'altra che à il secondo al terzo, le quali sono quelle due proporzioni che prima egli aveva disgiunte ne' quattro lati de' parallelogrammi.

SALV. V. S. discorre benissimo. Ora intesa e stabilita la definizione della proporzione composta in questo modo (la quale non consiste in altro fuori che nell'accordarsi che sorta di roba noi intendiamo sotto quel nome), si può dimostrare la proposizion ventitrè del sesto libro d'Euclide come la dimostra egli stesso, perchè quivi ei non suppone la definizione nel modo nel quale ell'è divulgata, ma ben sì nel modo detto sopra da noi. Dopo la nominata proposizion 23 io soggiugnerei, come corollario di essa, la divulgata definizione quinta del sesto libro della proporzion composta, tramutandola però in un teorema.

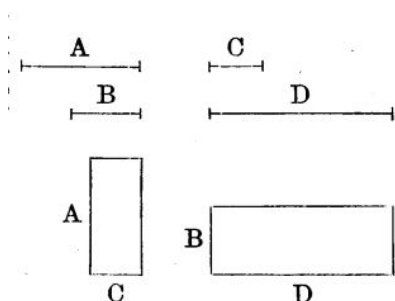
Pongansi due proporzioni, una delle quali sia ne' termini A, B, l'altra ne' termini C, D. Dice la definizione vulgata, che la proporzione composta di queste due proporzioni si avrà se noi moltiplicheremo fra di loro le quantità di esse proporzioni. Io concorro col Sig. Simplicio nel credere che questa sia una proposta difficile da capirsi e bisognosa di prova; però con poca fatica noi la dimostreremo così.

Se li quattro termini delle due proporzioni non fossero in linee, ma in altre grandezze, immaginiamoci che e' sieno posti in linee rette. Facciasi poi delle due

PROP. V.
che è la 5^a d
zione del VI. c
clide.

Qui si s
pone, sap
quali sieno

antecedenti A, C un rettangolo, siccome delle due



consequenti B, D un altro⁷⁹¹ rettangolo: è chiaro, per la 23 del sesto d'Euclide, che il rettangolo fatto dalle A, C, al rettangolo dalle B, D, avrà quella proporzione

che è composta delle due proporzioni A verso B e C verso D, le quali son quelle due che ponemmo da principio a fine di ritrovare qual fosse la proporzione che risultava dalla composizione di⁷⁹² esse. Essendo dunque la proporzione composta delle proporzioni A verso B e C verso D quella che à il rettangolo AC al rettangolo BD, per la suddetta proposizion 23 del sesto, io domando al Sig. Simplicio come abbiamo noi

⁷⁹¹ *antecedenti A, B un rettangolo, siccome delle due conseguenti C, D un altro, s.*

⁷⁹² *dalla comparazione di, s.*

fatto per ritrovare questi due termini, ne' quali consiste la proporzione che si cercava da noi?

SIMP. Io non credo che si sia fatt'altro, se non formar due rettangoli con quelle quattro linee poste da principio; uno, cioè, con le antecedenti A, C, e l'altro con le conseguenti B, D.

SALV. Ma la formazione de' rettangoli nelle linee della geometria corrisponde per appunto alla moltiplicazione de' numeri nell'arimmetica, come sa ogni matematico anche principiante; e le cose che noi abbiamo moltiplicate sono state le linee A, C e le linee B, D, cioè i termini omologhi delle poste proporzioni. Ecco dunque come, moltiplicando insieme le quantità o le valute delle date proporzioni semplici, si produce la quantità o la valuta della proporzione la quale poi si chiama composta di quelle.

FRAMMENTI
ATTENENTI
AI DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MA-
TEMATICHE
INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE

Essendo per varii emergenti, ed in particolare per la morte dell'Imperatore, tagliato il disegno d'intitolare la mia opera a Sua Maestà, ho fatto pensiero che l'illustrissimo Sig. Conte di Novailles, tanto mio antico e benigno padrone, occorrendo, dica che, nel passar da queste parti e nell'abboccamento che ebbe meco, io gli consegnassi queste opere, perchè le tenesse appresso di sè e ne lasciasse copia in qualche libreria famosa, acciò non se ne perdesse del tutto la memoria. Mi figuro poi che, in qualche modo a me incognito, ne sia pervenuta copia in mano a gli Elzevirii, i quali l'abbino stampata spontaneamente, ma, come cosa mia, mi chieggino adesso la dedicatoria e l'intitolazione. Alla qual richiesta io risponderai, significandoli come mi è giunto nuovo ed inaspettato il sentire che, senza alcuna mia saputa, sieno stampate opere mie; ed insieme risolverei di far comparir un'altra lettera, scritta da me al Sig. Conte di Noailles, molto dubbia circa il rallegrarmi o contristarmi che, senza esserne io consapevole, queste mie opere eschino alla stampa, avendo qualche giusta cagione di temere che i miei vigilantissimi nimici siano per procurarmene

qualche disgusto, e che però, sendo questo proceduto da troppo affetto del Sig. Conte verso di me, che a lui si conveniva il comportarne le pene: sì che il desiderio mio era che l'opera fusse dedicata alla sua protezione⁷⁹³.

⁷⁹³ Cod. A, car. 30r., del medesimo carattere di cui sono i manoscritti, citati a pag. 43 e 45, della Dedicatoria e della Prefazione ai *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*. In capo a questo frammento, e della stessa mano, si legge l'indicazione: «Copia». - Cfr. pag. 43.

Se sia un solido sopra l'orizzonte e questo si deva alzare, è cosa chiara, che se piglieremo una lieva che abbia il suo sostegno, ch'a volerlo equilibrare, bisognerà, volendo prima sollevarlo, mettere dall'altra parte della lieva potenza tale, che abbia al peso assoluto di detto solido la medesima proporzione che hanno tra loro le parti di detta lieva, ma contrariamente prese. Ma se ci contenteremo d'alzarne una parte, e che il rimanente si posi in terra, in questo caso, mentre si comincia ad alzarne una parte, sempre va scemando il peso sopra la lieva e va crescendo in terra: però si dimostrerà che detto peso alla potenza che deve equilibrarlo, un qualsivoglia sito che sarà detto solido, abbi proporzione composta di quella che hanno tra di loro le parti della lieva, cioè quella ch'è dal fulcimento verso la potenza a quella ch'è dal fulcimento verso il solido, e di quella ch'ha la linea parallela all'orizzonte, compresa tra la perpendicolare che casca dove tocca la lieva nel solido e dove tocca il solido in terra, a quella ch'è compresa tra la perpendicolare che casca a detta linea dal centro della gravità di detto solido e dove tocca detto solido la detta linea orizzontale.

Sia, il solido A, il quale sia equilibrato dalla lieva BD sostenuta nel punto C, e che posi in terra nel punto G: dico che il peso assoluto di detto solido, in qualsivogli sito, ha alla potenza posta in B una proporzione composta di quella che ha la BC alla CD e di quella di EG

alla GF. Facciassi come la EG alla GF, così CD ad un'altra, che sia H; e tirisi IF dal centro della gravità del solido, perpendicolare alla GE orizzontale. Perchè dunque la potenza che sostiene il solido A nel punto D alla potenza che sostiene il medesimo nel punto G ha la proporzione che ha la linea GI alla ID, sendo detto solido sostenuto nelli due punti D, G, sarà, componendo, tutte a due le potenze, cioè il peso assoluto del solido A, ch'è l'istesso, alla potenza D come EG alla GE, cioè come D alla H: ma la potenza di D a quella di B è come BC alla CD: adunque, *ex aequali* in proporzion perturbata, il peso A alla potenza B ha la proporzione di BC alla H, che è composta di quella che ha la BC alla CD e di quella di CD alla H, cioè EG alla GE: che è quello etc.

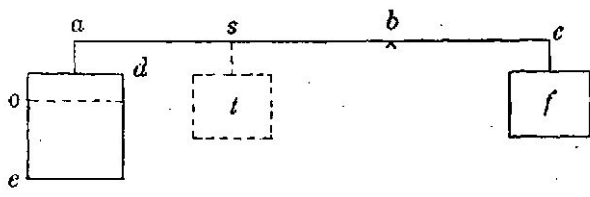
Per voler poi trovare la quantità, multiplichisi insieme le dua antecedenti, cioè la BC per la EG e la CD per la GF; e così sarà nota che potenza ci bisogni in qualsivoglia sito⁷⁹⁴.

⁷⁹⁴ Cod. A. car. 27r. e t., di mano del sec. XVII. - Se ne hanno copie del sec. XIX nel cod. 85, car. 19r. e t., della Biblioteca

Ponderum in libra suspensorum momenta habent rationem compositam ex ratione ipsorum ponderum et ex ratione distantiarum.

Pendeant pondera de, f ex distantiis ab, bc : dico, momentum ponderis de ad momentum ponderis f habere rationem compositam ex rationibus ponderis de ad pondus f et distantiae ab ad distantiam bc .

Ut enim ab ad bc , ita fiat pondus f ad pondus do : cum ergo pondera f et do habeant rationem distantiarum ab, bc permutatam, erit momentum ponderis f aequale momento ponderis de . Cum igitur sint 3 pondera utcumque ed, f et do , erit ratio ponderis ed ad do



di S. A. R. il Duca di Genova in Torino (già della biblioteca di CESARE SALUZZO), e nel cod. 562 della Universitaria di Pavia, car. 54r.

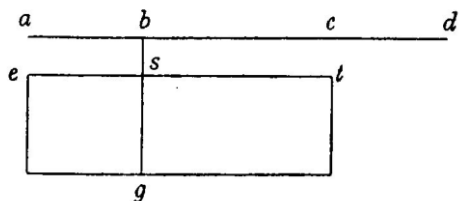
composita ex rationibus ed ad f et f ad do : ut autem pondus ed ad pondus do , ita momentum ed ad momentum do ; pendent enim ex eodem puncto: igitur, cum momentum do sit aequale momento f , ratio momenti ed ad momentum f erit composita ex rationibus ponderis ed ad pondus f et ponderis f ad pondus do . Factum est autem pondus f ad pondus do ut distantia ab ad distantiam bc : ergo patet, momentum ponderis ed ad momentum ponderis f habere rationem compositam ex rationibus ponderum ed, f et distantiarum ab, bc .

Quod si suspendatur ex puncto s , facta distantia bs aequali distantiae bc , pondus t aequale ponderi f , erit eius momentum momento f aequale; et similiter ponderum ed et t momenta habebunt rationem compositam ex ponderibus ed, t et ex distantis ab, bs .

Sit modo cylindrus egt , respondens librae $abcd$, utcumque sectum in sg : dico, momentum totius cylindri pendentis ex c ad momentum partis eg pendentis ex b esse ut $\square dca$ ad $\square dba$.

Ex demonstratis enim, momentum ponderis egt ad momentum ponderis eg habet rationem compositam ex

pondere⁷⁹⁵ *egt* ad pondus *eg* e distantiae *cd* ad distantiam



db: pondus autem
egt ad pondus *eg* est
ut linea *ac* ad *ab*:
ergo momentum
ponderis *egt* ad mo-

mentum ponderis *eg* habet rationem compositam ex *cd*
ad *db* et ex *ca* ad *ab*, quae est $\square^i dca$ ad $\square dba$ ⁷⁹⁶.

Sit parabola *cba* parallelogrammo *cp* inscripta: dico,
parallelogrammum parabolae esse sexquialterum; hoc
est, esse triplum reliqui spacii *apb* extra parabolam⁷⁹⁷.

⁷⁹⁵ *compositam ex ex pondere.*

⁷⁹⁶ Cod. A, car. 40^a r. e 40^b r. Autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 176.

⁷⁹⁷ Le parole da *hoc est a parabolam* sono aggiunte in margine, e richiamate dopo *sexquialterum* con un segno di croce.

Si enim non sit, aut erit maius aut minus. Sit, primo, maius: excessus⁷⁹⁸ autem quo spacium pc maius est quam triplum spacii apb ⁷⁹⁹, vocetur x ; divisoque parallelogrammo continue in spacia aequalia per lineas ipsis ac , pb parallelas, deveniemus ad spacia, quorum unum ipso x erit minus, quale sit ob , et per puncta ubi reliquae parallelae lineam parabolae secant, ducantur aequidistantes ipsi ap , donec figura quaedam spacio⁸⁰⁰ relicto extra parabolam circumscribatur, constans ex parallelogrammis ag ⁸⁰¹, ke , lf , mh ni , ob , quae figura spacium apb extra parabolam minori quantitate superabit quam sit

⁷⁹⁸ *maius: excessus* è sostituito a *minus: defectus*, che leggesi cancellato

⁷⁹⁹ In luogo di «*maius... apb*» leggevasi prima *minus* [?] *est quam sexquialterum parabolae apb*.

⁸⁰⁰ *figura quedam spacio*.

⁸⁰¹ Dopo «*ag*» leggesi, cancellato, «*ge*, *ef*».

x , cum superet idem quantitate adhuc minori parallelogrammo ob . Ergo idem parallelogrammum cp maius erit quam triplum dictae figurae circumscriptae: $\square$ quod est impossibile. Nam est illa minus quam triplum: nam cum da ad az sit ut $\square$ de ad $\square$ zg , ut autem da ad az , ita parallelogrammum dk , seu ke , ad parallelogrammum kz , ergo ut⁸⁰² zg ad de , idest ak ad al , ita parallelogrammum ag ad parallelogrammum ke . Similiter ostendemus, reliqua parallelogramma lf , mh , ni , ob esse inter se ut ^a linearum ak , al , am , an , ao , ap , sese aequaliter excedentium et quarum excessus minimae ak est aequalis. Cum itaque sint huiusmodi spacia ut $\square$ linearum sese aequaliter excedentium, quarum excessus minimae est aequalis; sintque alia, totidem numero, magnitudine vero unumquodque maximo ob aequalia, parallelogrammum nempe cp componentia; constat, haec⁸⁰³ ad spacia

⁸⁰² Dopo *ergo ut* leggesi, cancellato, «ed *ad gz, seu la ad ak, ita*».

⁸⁰³ Le parole *constat, haec* sono scritte in margine, e ad esse segue *quae*, cancellato.

sese aequaliter excedentium linearum minora esse⁸⁰⁴ quam tripla.

Dico praeterea, non esse minus parallelogrammum ϕ quam triplum⁸⁰⁵ ad idem spacium ϕb . Si enim quis dicat esse minus, sit defectus x , et figura similiter inscribatur, constans ex parallelogrammis kq , lr , ms , nt , ov , quae sunt ut ^a linearum sese aequaliter excedentium etc., quae deficiat a dicto spacio minori quantitate⁸⁰⁶ quam sit x , cum deficiat per minorem quam sit ob , quae erit adhuc maior quam 3^a pars parallelogrammi ϕ ; quod pariter est falsum, cum sit minor⁸⁰⁷.

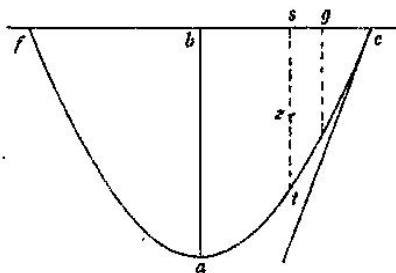
⁸⁰⁴ *esse* è sostituito a *sunt*, che leggesi cancellato.

⁸⁰⁵ *triplum* è sostituito a *sexquialterum*, che leggesi cancellato.

⁸⁰⁶ *spacio mini[sic] quantitate*.

⁸⁰⁷ Cod. A, car. 102t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 181-184. La figura fu qui mal riprodotta; vedi *facsimile* nell'*Appendice* in questo volume.

Passi la catenella per i punti f , c , e , dato lo scopo z , tira la catena, che passi per z e troverai la distanza sc e l'angolo elevazione etc. dimostrasi che sì come è impossibile tirar la catena in retto, Così essere impossibile



che 'l proietto vadia mai per dritto se non nella perpendicolare in su, come anco la catena a piombo si stende in retto.

Sì come la parabola del proietto è descritta da 2 moti, orizzontale e perpendicolare, così la catenella risulta da 2 forze: orizzontale, da⁸⁰⁸ chi la tira nell'estremità, e perpendicolare *deorsum*, da proprio peso.

il grave in g preme con manco forza che in sc , secondo la proporzione del $\square fgc$ al $\square fsc$ ⁸⁰⁹.

⁸⁰⁸ *forze: oriz^{la}, da.*

⁸⁰⁹ Cod. A, car. 43r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 185.

Distantia, per quam mobile motu recto naturaliter movetur, *perpendicularus*, seu *perpendicularis linea*, dicatur⁸¹⁰.

Horizontalis linea, seu *planum horizontale*, appello lineam rectam seu planum, cui perpendicularus ad rectos angulos incidit.

Quae vero cum linea horizontali inaequales angulos constituunt, *lineae* seu *plana inclinata* dicantur⁸¹¹.

Contempletur quod, quemadmodum gravia omnia super orizonte quiescunt, licet maxima vel minima, ita in lineis inclinatis eadem velocitate moventur⁸¹², quemadmodum et in ipso quoque perpendicularo; quod bo-

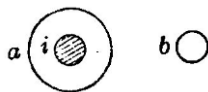
⁸¹⁰ *dicatur* fu corretto in luogo di *ducatur*, che prima si leggeva.

⁸¹¹ Cod. A, car. 63r., di mano del GUIDUCCI.

⁸¹² *eadem volicate moventur*.

num erit demonstrare, dicendo quod, si gravius velocius, sequeretur⁸¹³ quod gravius tardius, iunctis gravibus inaequalibus, etc.

Movebuntur autem eadem celeritate non solum gravia inaequalia et homogenea, sed etiam eterogenea⁸¹⁴, ut lignum et plumbum. Cum enim antea ostensum fuerit, magna et parva homogenea aequaliter moveri, dicas: Sit *b* sphaera⁸¹⁵ lignea et *a* plumbea, adeo magna, ut, cum in medio habeat cavitatem pro *b*, sit tamen gravior quam sphaera solida lignea ipsi *a* aequalis, ita ut per adversarium velocius moveatur⁸¹⁶ quam *b*: ergo si in cavitare *i* ponatur *b*, tardius



⁸¹³ *sequaeretur.*

⁸¹⁴ *homogena.*

⁸¹⁵ *Sit b spera.*

⁸¹⁶ *velocius movatur.*

movebitur *a* quam cum erat levior; quod est absurdum⁸¹⁷.

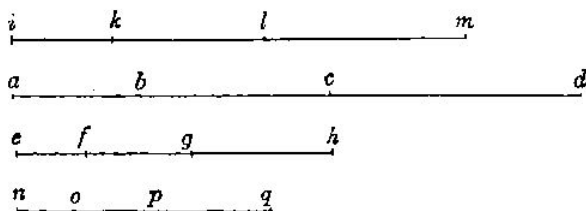
Si fuerint quotlibet spacia, et alia illis multitudine paria, quae bina sumpta eandem habeant rationem, et per ipsa duo moveantur mobilia, ita ut in binis quibusque spaciis sibi respondentibus lationes sint aequales et aequabiles⁸¹⁸, erunt ut omnia antecedentia spatia ad omnia consequentia, ita tempora lationum omnium antecedentium ad tempora lationum omnium consequentium spaciorum.

Sint *ab*, *bc*, *cd* spacia quocumque, et alia multitudine aequalia *ef*, *fg*, *gh*; et sit ut *ab* ad *ef*, ita *bc* ad *fg* et *cd* ad *gh*:

⁸¹⁷ Cod. A, car. 147r., autografo di GALILEO. In calce al frammento si legge, di mano dello stesso GALILEO, l'indicazione: «Paralogismus». - Cfr. pag. 107 e seg.

⁸¹⁸ Dapprima aveva scritto *sint aequabiles*, poi corresse *sint aequabiles et aequae celeres*, e da ultimo corresse *sint aequales et aequabiles*.

duo autem mobilia eodem motu et aequabili⁸¹⁹ ferantur



per duo
spacia ab ,
 ef , et
tempora
lationum
sint ik ,

no ; kl vero et op sint tempora lationum quarumcumque aliarum aequalium et aequabilium per bc , fg ; tempora vero lm , pq sint aliarum lationum aequalium inter se et aequabilium per cd , gh : dico, ut totum spacium ad ad totum spacium eh , ita esse tempus totum im ad tempus nq .

Cum enim motus per duo spacia ab , ef sint aequales et aequabiles, erit, ex praecedenti, ut spacium ab ad ef , ita tempus ik ad no ; et similiter demonstrabitur, ut bc ad fg , ita kl ad op , et ut cd ad gh , ita lm ad pq : et quia est ut ab ad ef , ita bc ad fg et cd ad gh , erit ut ik ad no , ita kl ad

⁸¹⁹ *eodem motu et aequabili* è stato corretto in luogo di *eadem celeritate et motu aequabili*, che prima si leggeva.

op et *lm* ad *pq*. Cumque rursus sit ut *ab* ad *ef*, ita *bc* ad *fg* et *cd* ad *gh*, erit ut unum *ab* ad unum *ef*, ita omnia *ad* ad omnia *eh*; et similiter concludetur, ut unum *ik* ad unum *no*, ita esse omnia *im* ad omnia *nq*: est autem ut unum *ab* ad unum *ef*, ita *ik* ad *no*: ergo ut totum spacium *ad* ad totum spacium *eh*, ita tempus *im* ad tempus *nq*: quod erat ostendendum⁸²⁰.

Io suppongo (e forse potrò dimostrarlo) che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità secondo che accresce la distanza dal termine onde si partì come, v. g., partendosi il grave dal punto *a* e cadendo per la linea *ab*, suppongo che il grado di velocità nel punto *d* sia tanto maggiore che il grado di velocità in *c*, quanto la distanza *da* è maggiore della *ca*, e così il grado di velocità in *e* esser al grado di velocità in *d* come *ea* a *da*, e così in ogni punto della linea *ab* trovarsi con gradi di velocità proporzionali alle

⁸²⁰ Cod. A, car. 138t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 192.

distanze de i medesimi punti dal termine *a*. Questo principio mi par molto naturale, e che risponda a tutte le esperienze che veggiamo negli strumenti e machine che operano percotendo, dove il percuziente fa tanto maggiore effetto, quanto da più grande altezza casca: e supposto questo principio, dimostrerò il resto.

Faccia la linea *ak* qualunque angolo con la *af*, e per li punti *c, d, e, f* siano tirate le parallele *cg, dh, ei, fk*: e perchè le linee *fk, ei, dh, cg* sono tra di loro come le *fa, ea, da, ca*, adunque le velocità ne i punti *f, e, d, c* sono come le linee *fk, ei, dh, cg*. Vanno dunque continuamente crescendo i gradi di velocità in tutti i punti della linea *af* secondo l'incremento delle parallele tirate da tutti i medesimi punti. In oltre, perchè la velocità con la quale il mobile è venuto da *a* in *d* è composta di tutti i gradi di velocità auti in tutti punti della linea *ad*, e la velocità con che ha passata la linea *ac* è composta di tutti i gradi di velocità che ha auti⁸²¹ in tutti i punti della linea *ac*, adunque la

⁸²¹ *auti* è corretto in luogo di *auto*, che prima si leggeva.

velocità con che ha passata la linea ad , alla velocità con che ha passata la linea ac , ha quella proporzione che hanno tutte le linee⁸²² parallele tirate da tutti i punti della linea ad sino alla ah , a tutte le parallele tirate da tutti i punti della linea ac sino alla ag ; e questa proporzione è quella che ha il triangolo adh al triangolo acg , ciò è il $\square^o$ ad al $\square^o$ ac . Adunque la velocità con che si è passata la linea ad , alla velocità con che si è passata la linea ac , ha doppia proporzione di quella che ha da a ca . E perchè la velocità alla velocità ha contraria proporzione di quella che ha il tempo al tempo (imperò che il medesimo è crescere la velocità che sciemare il tempo), adunque il tempo del moto in ad al tempo⁸²³ del moto in ac ha subduplicata proporzione di quella che ha la distanza ad alla distanza ac . Le distanze dunque dal prin-

⁸²² *tutte linee.*

⁸²³ Tra *adunque* e *il tempo* leggasi, cancellato, *la linea*.

cipio del moto sono come i quadrati de i tempi, e, dividendo, gli spazii passati in tempi eguali sono come i numeri impari *ab unitate*: che risponde a quello che ho sempre detto e con esperienze osservato; e così tutti i veri si rispondono⁸²⁴.

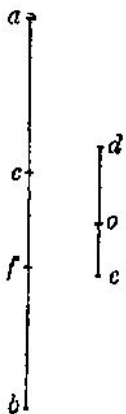
E se queste cose son vere, io dimostro che la velocità nel moto violento va decrescendo con la medesima proporzione con la quale, nella medesima linea retta, cresce nel moto naturale. Imperò che sia il principio del moto violento il punto *b*, ed il fine il termine *a*. E perchè il proietto non passa il termine *a*, adunque l'impeto che ha auto in *b* fu tanto, quanto poteva cacciarlo sino al termine *a*; e l'impeto che il medesimo proietto ha in *f* è tanto, quanto può cacciarlo al medesimo termine *a*; e sendo il medesimo proietto in *e*, *d*, *c*, si trova congiunto con impeti potenti a spingerlo al medesimo termine *a*, nè più nè meno: adunque l'impeto va giusta-

⁸²⁴ *si rispondano.*

mente calando secondo che sciema la distanza del mobile dal termine *a*. Ma secondo la medesima proporzione delle distanze⁸²⁵ dal termine *a* va crescendo la velocità quando il medesimo grave caderà dal punto *a*, come di sopra si è supposto e confrontato con le altre prime nostre osservazioni e dimostrazioni: adunque è manifesto quello che volevamo provare⁸²⁶.

⁸²⁵ *la medesima delle distanze.*

⁸²⁶ Cod. A, car. 128*r.* e *t.*, autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 198 e seg.

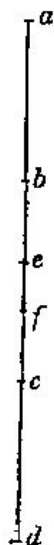


dato tempore per ab , de , quaeritur tempus per cb . Si tempus per ab esset ab , tempus per ac esset af , media inter ba , ac , et fb esset tempus per cb : sed tempus per ab non est ab , sed de : fac igitur ut ab ad fb , ita de ad eo , et erit eo tempus per cb . Igitur⁸²⁷ primum cape mediam inter ba , ac , nempe af , et ut tota ab ad excessum bf , ita de ad eo , et habebis oe tempus per cb ⁸²⁸.

⁸²⁷ Tra «per cb » ed *Igitur* leggesi, cancellato, *Fac*.

⁸²⁸ Cod. A, car. 73r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 214.

Sit ab tempus per ab , et posita cd aequali eidem ab , quaeratur tempus per cd . Sit ae media inter ca , ab , et af media inter da , ab : et quia ab est tempus per ab , erit ae tempus per ac ; et quia⁸²⁹ af est media inter da , ab , erit af tempus per totam ad : fuit autem ae tempus per ac : ergo ef est tempus per cd .



sit ab 8

cd 8

bc 10

ac 18

ad 26

ae 12

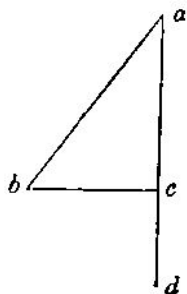
af $14 \frac{1}{2}$

ef $1 \frac{1}{2}$ ⁸³⁰

⁸²⁹ Tra «*per ac*» ed *et quia* leggesi, cancellato, *et be tempus per be*.

⁸³⁰ Cod. A, car. 161r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 214.

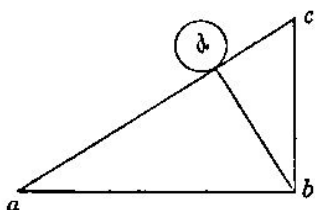
Mirandum. Numquid motus per perpendiculum *ad* velocior sit quam per inclinationem *ab*? Videtur esse; nam aequalia spacia citius conficiuntur per *ad* quam per *ab*: attamen videtur etiam non esse; nam, ducta orizzontali *bc*, tempus per *ab* ad tempus per *ac* est ut *ab* ad *ac*; ergo eadem momenta velocitatis per *ab* et per *ac*: est enim una eademque velocitas illa quae, temporibus inaequalibus, spacia transit inaequalia, eandem quam tempora rationem habentia⁸³¹.



⁸³¹ Cod. A, car. 164*t.*, autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 215 e seg.

Momenta gravitatis eiusdem mobilis super piano inclinato⁸³² et in perpendiculo permutatim respondent longitudini et elevationi⁸³³ eiusdem plani.

Sit ad horizontem ab planum inclinatum ca , in quo⁸³⁴



sumatur quodcumque punctum c , et demissa perpendicularis ad horizontem cb sit plani ca altitudo seu elevatio: dico, momentum gravitatis mobilis

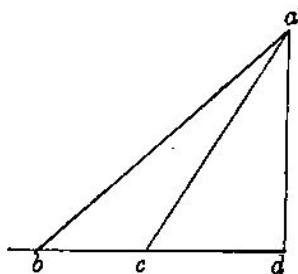
d super plano ca ad totale suum momentum in perpendiculo cb esse ut altitudo cb ad eiusdem plani longitudinem ca . Id autem in mechanicis probatum est.

⁸³² *super planum inclinatum* ARR.

⁸³³ *longitudini et elevationis*. Anche l'ARRIGHETTI, copiando, scrisse *elevationis*, e la *s* finale fu poi cancellata.

⁸³⁴ *Tra «inclinatum ca» e in quo leggesi, cancellato, cuius*.

Momenta gravitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes habent inter se permutatim



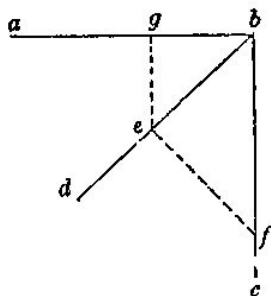
eandem rationem, quam eorumdem planorum longitudo, dum eidem elevationi respondeant.

Sint diversae planorum inclinationes ab , ac , quae eidem elevationi ad respondeant: dico, momentum gravitatis⁸³⁵ eiusdem mobilis super ab ad momentum gravitatis super ac eandem habere rationem, quam longitudo ac habet ad longitudinem ab . Ex praecedenti, enim, momentum gravitatis super ab ad totale momentum in perpendiculo ad est ut ad ad ab : totale vero momentum per ad ad momentum per ac est ut ca ad ad : ergo, ex aequali in analogia perturbata, momentum per ab ad momentum per ac erit ut longitudo ca ad longitudinem ab .

⁸³⁵ dico, momentum gravitatis.

Quod erat demonstrandum⁸³⁶.

Cum in planis inclinatis decrescat impetus mobilis, prout inclinatio minus participat de directione, et, quod consequens est, plus detrahat de gravitate mobili, consideretur num in mediis gravioribus, detrahentibus de gravitate mobilis, decrescat pariter impetus pro ratione gravitatis; ita ut in medio detrahente, v. g., dimidium gravitatis, impetus sit idem atque in inclinatione similiter detrahente gravitatis dimidium⁸³⁷.



⁸³⁶ Cod. A, car. 179*t*., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 45*r*., 46*r*. Nell'autografo le due parti di questo frammento sono scritte su due strisce di carta, che furono incollate l'una sotto l'altra, sul *tergo* della car. 179, probabilmente da GALILEO stesso.

⁸³⁷ Cod. A, car. 66*r*., di mano del GUIDUCCI. - Cfr. pag. 119.

Sit ad horizontem ab perpendicularis bc et inclinata bd , in qua sumatur be , et ex e ad bd perpendicularis agatur ef , ipsi bc occurrens in f : demonstrandum sit, tempus per be aequari tempori per bf .

Ducatur ex e perpendicularis ad ab , quae sit eg : et quia impetus per bd ad impetum per bc est ut eg ad be (ut infra demonstratur⁸³⁸); ut autem eg ad be , ita be ad bf , ob similitudinem triangulorum geb , bef ; ergo ut bf spacium ad spacium be , ita impetus per bf ad impetum per be : ergo eodem tempore fiet motus per bf et per be ⁸³⁹.

Advertas cur cadentia ex a sint semper una in locis

⁸³⁸ *infra demonstratur.*

⁸³⁹ Cod. A, car. 147t., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 57r. In calce alla copia è la seguente avvertenza, scritta pure di mano dell'ARRIGHETTI, ma con inchiostro diverso; «haec prima propositio est iam demonstrata, et ideo, ut dupla, demictatur»; cfr. pag. 385, lin. 21 e seg.; e in capo alla copia leggesi, di pugno di GALILEO: «Da notarsi». - Cfr. pag. 221.

tempore fiet motus per fd et gd ⁸⁴¹.

Sit planum orizzontis secundum lineam abc , ad quam sint duo plana inclinata secundum lineas db , da : dico, idem mobile tardius moveri per da quam per db secundum rationem longitudinis da ad longitudinem db .

Erigatur enim ex b perpendicularis ad orizontem, quae sit be , ex d vero ipsi bd perpendicularis de , occurrens be in e , et circa bde triangulum circulus describatur, qui tanget ac in puncto b , ex quo ipsi ad parallela ducatur bf , et connettatur fd . Patet, tarditatem per fb esse consimilem tarditati per da ; quia vero tempore eodem movetur mobile per db et fb , patet, velocitates per db ad velocitates per fb esse ut db ad fb , ita ut semper iisdem temporibus duo mobilia, ex punctis d , f venientia, linearum db , fb partes integris lineis db , fb proportionem respondentem⁸⁴² peregerint. Cum vero angulus bfd in

⁸⁴¹ Cod. A, car. 151r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 221.

⁸⁴² Tra *proportione e respondentes*, corretto in luogo di *respondent* che

portione angulo dba ad tangentem sit aequalis, angulus vero dbf alterno bda , aequiangula erunt triangula bfd , abd , et ut bd ad bf , ita ad ad db : ergo ut ad ad db , ita velocitas per db ad velocitatem per da , et, ex opposito, tarditas per da ad tarditatem per db ⁸⁴³.

Si hoc sumatur, reliqua demonstrari possent. Ponatur igitur, augeri vel imminui motus velocitatem secundum proportionem qua augentur vel minuuntur gravitatis momenta; et cum constet, eiusdem mobilis momenta gravitatis super plano db ad momenta super plano da esse ut longitudo da ad longitudinem db , idcirco velocitatem per db ad velocitatem per da esse ut ad ad db .

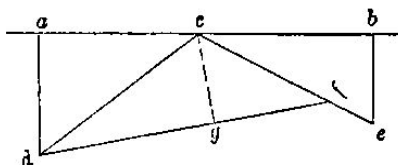
Infra orizontem ab ex eodem puncto c duae rectae

prima era stato scritto, leggesi, cancellato, *conficiantur*.

⁸⁴³ Cod. A, car. 172t., autografo di GALILEO. Se ne ha copia di mano del GUIDUCCI, a car. 34r. - Cfr. pag. 226.

aequales utcumque inclinentur cd , ce , et ex terminis d , e ad horizontem perpendiculares agantur da , eb , et lineae cd in puncto d constituatur⁸⁴⁴ $\angle cdf \angle bce$ aequalis: dico, ut da ad be ita esse dc ad cf .

Ducatur perpendicularis cg : et quia cdf aequatur⁸⁴⁵ angulo bce , et rectus g recto b , erit ut dc ad cg , ita ce ad eb : est autem cd ipsi ce aequalis: ergo cg aequatur be . Et cum angulus cdf



angulo bce sit aequalis, et $\angle fcd$ communis, reliquus ad duos rectos dfc reliquo dca aequabitur, et anguli ad a et g sunt recti; ergo $\triangle adc \triangle^o cgf$ est simile: quare ut ad ad dc , ita cg ad cf , et, permutando, ut ad ad cg , hoc est ad be , ita dc ad cf : quod erat probandum⁸⁴⁶.

⁸⁴⁴ *lineae cd constituatur*, ARR.

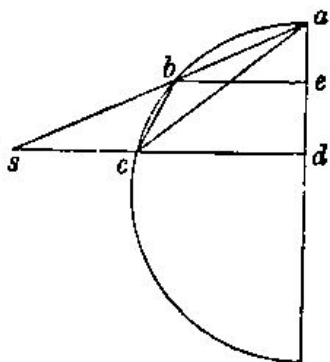
⁸⁴⁵ *et quia angulus cdf aequatur*. ARR.

⁸⁴⁶ *quod est probandum*, ARR.

Cum autem impetus per *cd* ad impetum per *cf* sit ut perpendiculus *ad* ad perpendiculum *be*, constat, motus per *cd* et *cf* eodem tempore absolvi. Itaque distantiae quae in diversis inclinationibus eodem tempore conficiuntur, determinantur per lineam quae (ut facit *df*) lineis inclinatis occurrit secundum angulos aequales illis quos inclinatae ad horizontem constituunt, permutatim sumptos⁸⁴⁷.

Postea quam ostensum fuerit, tempora per *ab*, *ac* esse aequalia, demonstrabitur, tempus per *ad* ad tempus per *ae* esse ut *da* ad mediam inter *da*, *ae*. Nam tempus per *da* ad tempus per *ac* est ut *da* ad *ac* lineam; tempus autem

⁸⁴⁷ Cod. A, car. 147*t*., autografo di GALILEO. Se ne ha copia di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 57*r*:: in capo alla copia leggesi, scritto di mano di GALILEO: «Da notarsi». - Cfr. pag. 227.

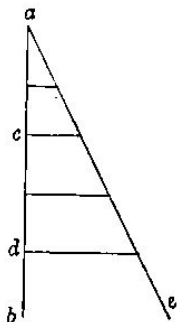


per *ac*, idest per *ab*, ad tempus *ae* est ut linea *ba* ad *ae*, hoc est ut *sa* ad *ad*: ergo, ex aequali in analogia perturbata, tempus per *ad* ad tempus per *ae* est ut linea *sa* ad lineam *ac*. Cumque *ac*, ex demonstratis, sit media inter *sa*, *ab*, et ut *sa* ad *ab*, ita *da* ad *ae*, ergo tempus per *ad* ad tempus per *ae* est ut *da* ad mediam inter *da*, *ae*: quod erat probandum⁸⁴⁸.

Momenta velocitatum cadentis ex sublimi sunt inter se ut radices distantiarum peractarum, nempe in

⁸⁴⁸ Cod. A, car. 147r., autografo di GALILEO.

subduplicata ratione illarum⁸⁴⁹.



Si in linea naturalis descensus a principio lationis sumantur duae distantiae inaequales, momenta velocitatis cum quibus mobile permeat illas distantias sunt inter se in duplicata proportionem ipsarum distantiarum.

Sit linea naturalis descensus *ab*, in qua ex principio⁸⁵⁰ lationis *a* sumantur duae distantiae *ac*, *ad*: dico, momenta velocitatis cum quibus mobile permeat *ad*, ad momenta velocitatis cum quibus permeat *ac*, esse in⁸⁵¹ duplicata proportionem distantiarum *ad*, *ac*. Ponatur linea *ae* ad *ab* quemlibet angulum continens...⁸⁵²

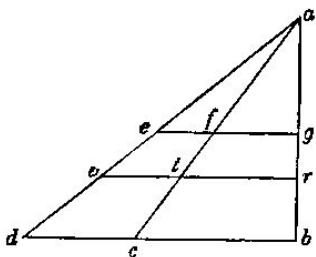
⁸⁴⁹ Cod. A, car. 164*t*., autografo di GALILEO.

⁸⁵⁰ Tra *ex* e *principio* leggesi, cancellato, *termino*.

⁸⁵¹ Tra *esse* ed *in* leggesi, cancellato, *ut*.

⁸⁵² Cod. A, car. 179*t*., autografo di GALILEO. Questo frammento

Sint ad orizontem db quocumque lineae ex eadem⁸⁵³ altitudine a demissae ab , ac , ad , et sumpto quolibet puncto g , per ipsum orizonti parallela sit gfe , sitque media inter ba , ag ipsa ar , et per r altera parallela rtv : constat, lineas at , av esse medias inter ca , af et da , ae . Dico, quod si assumatur ab esse tempus quo mobile cadit ex a in b , tempus rb esse illud quo conficitur gb , tc vero esse tempus ipsius cf , et vd ipsius ed . Id autem constat: nam, cum ar sit media inter ba , ag , sitque ba tempus casus totius ab , tempus ar erit tempus casus per ag ; ergo reliquum temporis rb erit tempus casus per gb post ag ; et idem dicetur de aliis temporibus



mutilo è coperto da due strisce di carta, su cui è scritto ciò che abbiám o pubblicato a pag. 376, lin. 1 - pag.377, lin. 2.

⁸⁵³ *lineae ab eadem*, ARR.

tc, *vd* et lineis *fc*, *ed*. Patet insuper, tempora casuum per *gb*, *fc*, *ed* esse ut lineas *gb*, *fc*, *ed*; non tamen a magnitudinibus ipsarum linearum *gb*, *fc*, *ed* esse determinandas eorundem temporum quantitates, si temporis mensura ponatur *ab*, in quo tempore conficiatur linea *ab* sed desumendas esse a lineis *rb*, *tc*, *vd*⁸⁵⁴.

linea *ab* ad *ac*.

tempus *ba* ad *ac*.

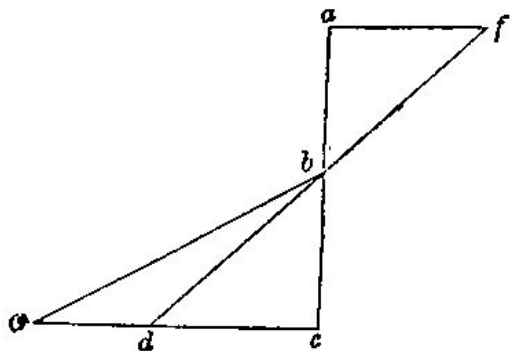
ut tempus per *ab* ad tempus per *ag*, ita linea *ab* ad lineam *ar*, ergo, dividendo, ut tempus per *bc* ad tempus per *ag*, ita linea *br* ad *rg*.

ut tempus *da* ad tempus *ab*, ita linea *da* ad lineam *ab*⁸⁵⁵.

⁸⁵⁴ Cod. A, car. 164r., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 178r.

⁸⁵⁵ Cod. A, car. 174r., autografo di GALILEO. È qui ripetuta la figura relativa al frammento precedente.

Sit ac perpendicularis ad horizontem cd ⁸⁵⁶, ponaturque inclinata bd , fiatque motus ex a per abc et per abd : dico, tempus per bc post casum ab ad tempus per bd post eundem casum ab esse ut li-



nea bc ad bd . Ducatur af parallela dc et protrahatur db ad f ; erit iam tempus casus per fb ad tempus casus per abc ut fd linea ad lineam ac : est autem tempus casus per fb ad tempus casus per ab ut linea fb ad lineam ab : ergo tempus casus reliquae bc post ab ad tempus casus reliquae bd post fb erit ut reliqua bc ad reliquam bd . Sed tempus casus per bd post fb est idem cum tempore per bd post ab , cum af horizonti aequidistans sit: ergo patet propositum.

⁸⁵⁶ Cfr. pag. 395.

Colligitur autem ex hoc, quod tempora casuum per bc et bd , sive fiat principium motus ex termino b , sive praecedat motus, ex eadem tamen altitudine; eandem inter se servant rationem, nempe eam quae est lineae bc ad bd ⁸⁵⁷.

Tempora casuum in planis quorum eadem sit altitudo, eandem inter se servant rationem, sive illis idem impetus praecedat, sive ex quiete incipiant.

Sint plana ab , ac , quorum eadem altitudo; extenso autem ba utcumque in d , fiat casus ex d per ambo ac , ab : dico, tempus per ac ad tempus per ab esse in eadem ratione ac si principium casus foret in a . Sit enim ipsarum bd , da media df , et ducta parallela ex f ipsi bc , quae sit fg , erit ge media inter ce , ea . Facto igitur principio lationis ex d , tempora casuum per ac , ab erunt inter se ut ag , af :

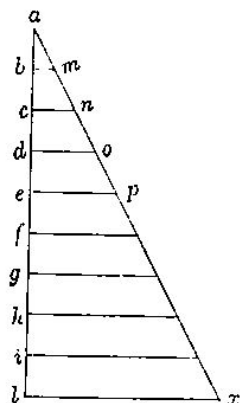
⁸⁵⁷ Cod. A, car. 164r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 228.

quod si casus incipiat ex a , erunt tempora per ac , ab inter se ut ac , ab lineae: ergo patet propositum⁸⁵⁸.

⁸⁵⁸ Cod. A, car. 38r., di mano del GUIDUCCI. - Cfr. pag. 228-229.

Assumo, eam esse cadentis mobilis per lineam al accelerationem, ut pro ratione spaciū peracti crescat velocitas ita, ut velocitas in c ad velocitatem in b sit ut spaciū ca ad spaciū ba , etc.

Cum autem haec ita se habeant, ponatur ax cum al angulum continens, sumptisque partibus ab , bc , cd , de etc. aequalibus, protrahantur bm , cn , do , ep etc. Si itaque cadentis per al velocitates in b , c , d , e locis se habent ut distantiae⁸⁵⁹ ab , ac , ad , ae etc., ergo se quoque habebunt ut lineae bm , cn , do , ep .



Quia vero velocitas augetur consequenter in omnibus punctis lineae ae , et non tantum in adnotatis b , c , d , ergo velocitates illae omnes sese respicient ut lineae quae ab omnibus dictis punctis lineae ae ipsis bm , cn , do aequidi-

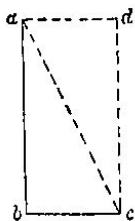
⁸⁵⁹ *distantia*.

stanter producuntur. Istae autem infinitae sunt, et constituunt triangulum *aep*: ergo velocitates in omnibus punctis lineae *ab* ad velocitates in omnibus punctis lineae *ac* ita se habent ut triangulus *abm* ad triangulum *acn*, et sic de reliquis, hoc est in duplicata proportione linearum *ab*, *ac*.

Quia vero pro ratione incrementi accelerationis tempora quibus motus ipsi fiunt debent imminui, ergo tempus quo mobile permeat *ab* ad tempus quo permeat *ac* erit ut *ab* linea ad eam quae inter *ab*, *ac* media proportionalis existit⁸⁶⁰.

Factus sit motus ex *a* in *b* naturaliter acceleratus: dico, quod si velocitas in omnibus punctis *ab* fuisset eadem *ac* reperitur in puncto *b*, duplo citius fuisset peractum spacium *ab*; quia velocitates omnes in singulis

⁸⁶⁰ Cod. A, car. 85*t*, di mano del GUIDUCCI. Tutto questo frammento è stato cancellato mediante due linee in croce. - Cfr. pag. 203.



punctis ab lineae, ad totidem velocitates quarum unaquaeque esset aequalis velocitati bc , eam habent rationem quam triangulus abc ad rectangulum $abcd$. Se-

quitur ex hoc, quod si ad horizontem cd fuerit planum ba elevatum, sitque bc dupla ad ba , mobile ex a in b , et successive ex b in c , temporibus aequalibus esse per-



formi velocitate et eadem movetur, qua in ipsomet termino b post casum ab .

Patet rursus, totum tempus per abe ad tempus per ab esse sesquialterum.

Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum horizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis. Sit linea horizontis cb , planum inclinatum ab , et post casum per ab sequatur motus per horizontem, in quo sumatur quaelibet linea bd : dico, tempus casus per ab ad tempus motus per bd esse ut dupla

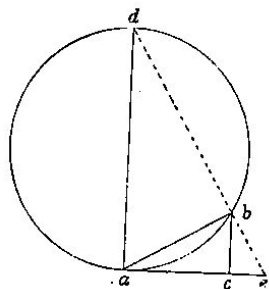
ab ad *bd*. Sumpta enim *bc* ipsius *ab* dupla, constat ex praedemonstratis, tempus casus per *ab* aequari tempori motus per *bc*: sed tempus motus per *bc* ad tempus motus per *bd*⁸⁶¹ est ut linea *cb* ad lineam *bd*: ergo tempus motus per *ab* ad tempus motus per *bd* est ut dupla *ab* linea ad lineam *bd*⁸⁶².

Tempus casus per planum inclinatum ad tempus casus per lineam suae altitudinis est ut eiusdem plani longitudo ad longitudinem suae altitudinis.

⁸⁶¹ Prima aveva scritto «*sed motus per bc ad motum per bd*», e poi corresse «*sed tempus motus per bc ad tempus motus per bd*».

⁸⁶² Cod. A, car. 163*t*., autografo di GALILEO. Delle lin. 24-25 della pag. 383 e delle lin. 1-13 della presente pagina si ha, a car. 181*r*., una copia di pugno dell'ARRIGHETTI, in calce alla quale si legge, di mano dello stesso ARRIGHETTI, la seguente osservazione: «huic demonstrationi necessarium mihi videtur ostendisse antea, motum horizontalem uniformiter progredi in infinitum». - Cfr. pag. 208.

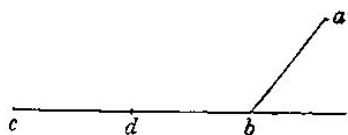
Sit planum inclinatum ba ad lineam orizontis ac , sitque linea altitudinis perpendicularis bc : dico, tempus casus quo mobile movetur per ba ad tempus in quo cadit per bc esse ut ba ad bc . Erigatur perpendicularis ad orizontem ex a , quae sit ad , cui occurrat in d perpendicularis ad ab ducta ex b , quae sit bd , et circa triangulum abd circulus describatur: et quia da , bc ambae sunt ad orizontem perpendiculares, constat, tempus casus per da ad tempus casus per bc esse ut media inter da et bc ad ipsam bc . Tempus autem casus per da aequatur tempori casus per ba : media vero inter da et bc est ipsa ba : ergo patet propositum.



Corollarium.

Ex hoc sequitur, casuum tempora per plana inclinata quorum eadem sit altitudo, esse inter se ut eorumdem

planorum longitudines. Si enim fuerit aliud planum inclinatum be , tempus casus per ba ad tempus casus per bc est ut



ba linea ad bc : tempus vero per bc ad tempus casus per be ut bc ad be : ergo, ex aequali, patet propositum⁸⁶³.

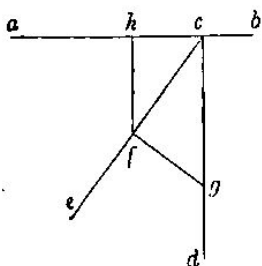
Si ex eodem puncto orizontis ducantur perpendiculus et planum inclinatum, et in plano inclinato sumatur quodlibet punctum, a quo ipsi plano perpendicularis linea usque ad perpendiculum protrahatur, lationes in parte perpendiculi inter orizontem et occursum perpendicularis intercepta, et in parte plani inclinati inter eandem perpendicularem et orizontem intercepta, eodem tempore absolvuntur.

Sint ex eodem puncto c orizontis ab perpendiculus cd et planum inclinatum ce , et in ce sumpto quolibet puncto f , ex eo ad ec perpendicularis agatur fg , occurrens per-

⁸⁶³ Cod. A, car. 163*t*, autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 60r.

pendiculo in puncto g : dico, lationes per cg et per cf eodem tempore confici.

Demittatur ex eodem puncto f perpendicularis ad horizontem fb , quae erit perpendiculo cd parallela, et an-



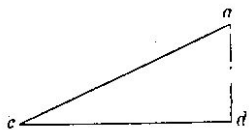
gulus hfc coalterno fcg aequalis, et rectus chf recto cfg : quare aequiangula erunt triangu-
la chf , cfg , et ut hf
ad fc , ita fc ad cg . Ut autem hf , fc , ita
momentum gravitatis mobilis in
plano ce ad totale suum momen-

tum in perpendiculo cd . Habet igitur distantia cf ad distantiam cg eandem rationem quam gravitatis momentum super plano ce ad totale momentum per perpendiculum cg ; quare eodem tempore conficientur lationes per cf et cg ⁸⁶⁴.

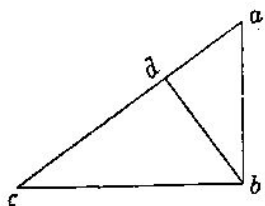
Velocitates mobilium quae inaequali momento inci-

⁸⁶⁴ Cod. A, car. 180r., autografo di GALILEO.

piunt motum, sunt semper inter se in eadem proportion-
 ac si aequabili motu progred-
 erentur: ut, verbi gratia in mobile
 per ac incipit motum cum mo-
 mento ad momentum per ad ut da
 ad ac ; si aequabili motu progredieretur, tempus per ac ad
 tempus per ad esset ut ac ad ad , quod in accelerato du-
 bito quidem; et ideo demonstra...



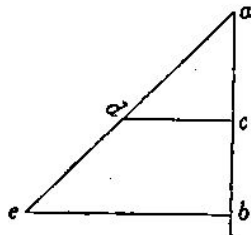
Aliter sic:



Tempus per ac ad tempus per
 ab , ex praecedentibus, est ut li-
 nea ac ad lineam ab ; sed etiam ad
 tempus ad habet eandem ratio-
 nem, cum ab sit media inter ac , ad ; ergo tempora ad , ab
 erunt aequalia⁸⁶⁵.

⁸⁶⁵ Cod. A, car. 177r., di mano dell'ARRIGHETTI, il quale in testa al frammento scrisse: «addere hanc propositionem ad praecedentem existimo», e poi cancellò la prima parola «addere», sostituendovi «necessariam». Le lin. 12-19, che contengono lo squarcio mutilo, sono state cancellate con linee trasversali.

Spatia motus accelerati ex quiete et spatia motuum aequabilium ad motus acceleratos consequentia, et temporibus iisdem confecta⁸⁶⁶, eandem inter se retinent rationem: sunt enim haec spatia dupla illorum. Tempora vero et gradus velocitatum acquisitarum eandem inter se habent rationem: haec tamen ratio subdupla est rationis spatiorum dictorum.



Spatia motus accelerati ab , ac et motuum⁸⁶⁷ aequabilium consequentium be , cd eandem cum illis habent rationem: sunt enim dupla illorum. Tempora per ab , ac sunt inter se ut gradus velocitatis in b et in c : ratio vero

⁸⁶⁶ Le parole *et temporibus iisdem confecta* sono aggiunte in margine.

⁸⁶⁷ *accelerati* ab , ac *motuum*

haec subdupla est rationis ba ad ac vel be ad cd ⁸⁶⁸.

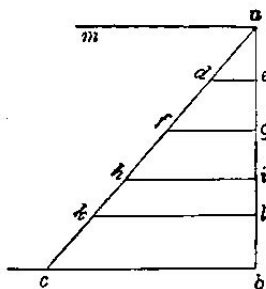
si tempus per ab est ab , posita cd aequali ab , tempus per cd erit cd , et per totam cb erit ce ⁸⁶⁹.

Si in perpendiculo et in plano inclinato, quorum⁸⁷⁰ eadem sit altitudo, feratur idem mobile, tempora latiorum erunt inter se ut plani inclinati et perpendiculi longitudines.

⁸⁶⁸ Cod. A, car. 79*t.*, autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 209.

⁸⁶⁹ Cod. A, car. 73*t.*, autografo di GALILEO, - Cfr. pag. 214.

⁸⁷⁰ Tra *inclinato* e *quorum* leggesi, cancellato, *feratur*.



Sint ad planum orizontis *cb* perpendicularus *ab* et planum inclinatum *ac*, quorum eadem sit altitudo, nempe ipsa perpendicularis *ab*, et per ipsa descendat idem mobile: dico, tempus lationis per *ab* ad tempus lationis

per *ac* esse ut longitudo *ab* ad longitudinem *ac*.

Cum enim assumptum sit, in naturali descensu velocitatis momenta eadem semper reperiri in punctis aequaliter ab orizonte distantibus iuxta perpendiculares distantias⁸⁷¹, constat quod, producta linea orizontali *am*, quae ipsi *bc* erit parallela, sumptisque in perpendiculo *ab* quotcumque punctis *e, g, i, l*, et per ipsa ductis parallelis orizonti *ed, gf, ih, lk*, erit mobilis per *ab* momentum

⁸⁷¹ Da *eadem a distantias* è scritto in margine, in sostituzione a *continue augeri secundum rationem elongationis perpendicularis a linea orizontali, in qua fuit lationis initium*, che prima GALILEO aveva scritto, e poi non cancellò, ma solamente sottolineò.

seu gradus velocitatis in puncto *e* idem cum gradu velocitatis lati per *ac* in puncto *d*, cum punctorum *e*, *d* eadem sit distantia⁸⁷² perpendicularis ab orizonte *am*: et similiter concludetur, in puntis *f*, *g* idem esse velocitatis momentum, et rursus in punctis *h*, *i*, et *k*, *l* et *c*, *b*⁸⁷³.

Sunt igitur in linea *ab* quasi innumera quaedam spaciola, quibus multitudine quidem aequalia, et bina sumpta⁸⁷⁴ secundum eandem rationem respondentia, alia signantur in *ac* per lineas innumeras parallelas ex

⁸⁷² *distanzia*.

⁸⁷³ Dopo «et c, b.» segue: *Et quia velocitas semper intenditur pro ratione elongationis a termino a, constat, in latrone ab tot esse velocitatis gradus seu momenta diversa, quot sunt in eadem linea ab puncta magis ac magis a termino a distantia; quibus totidem in linea ac respondent [sic], et per parallelas lineas determinantur, in quibus iidem sunt gradus velocitatis*. Questo tratto non è cancellato, ma solamente sottolineato.

⁸⁷⁴ *bina sumpta* è aggiunto in margine.

punctis lineae ab ad lineam ac ⁸⁷⁵ extensas (intercepta enim spacia ad , df , fh , etc. ad spacia ae , eg , gi , etc. respondent singula singulis secundum rationem ac ad ab)⁸⁷⁶; suntque in singulis binis sibi respondentibus iidem velocitatis gradus.

Ergo, ex praecedenti, tempora omnia simul sumpta lationum omnium per ab , ad tempora omnia similiter accepta lationum omnium per ac , eandem habebunt rationem quam spacia omnia lineae ab ad spacia omnia lineae ac ⁸⁷⁷; hoc autem idem est, ac tempus casus per ab ad tempus casus per ac esse ut linea ab ad ac : quod erat demonstrandum⁸⁷⁸.

⁸⁷⁵ *ad linam ac*

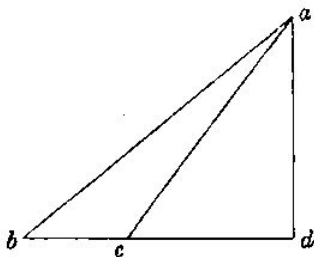
⁸⁷⁶ Il contenuto nella parentesi è scritto in margine.

⁸⁷⁷ *omnia lineae ac*

⁸⁷⁸ Cod. A, car. 179r., autografo di GALILEO. A car. 88t. e r. se ne ha copia di mano dell'ARRIGHETTI, il quale di fronte alle lin.

Tempora lationum per diversas lineas inclinatas, quarum eadem sit altitudo perpendicularis, sunt inter se ut earumdem linearum longitudines.

Sint ad horizontem bd diversa plana inclinata ab , ac , quorum eadem sit altitudo ad perpendicularis: dico, tempus casus per ab ad tempus casus per ac esse ut ab longitudo ad longitudinem ac .



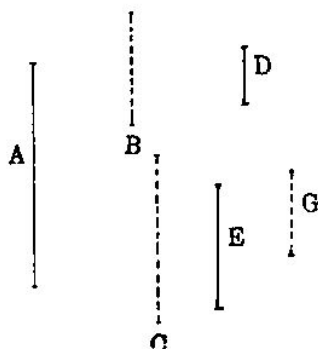
Ex antecedenti enim, tempus casus per ab ad tempus casus per perpendiculum ad est ut ab linea ad lineam ad ,

7-16 postillò, in margine: «credo esse utile, si non necessarium, demonstrasse, mobile in d esse eiusdem momenti quam in c [sic]»; ed in fine della copia annotò: «hanc propositionem non arbitror veram, et credo ita debere proponi et demonstrari. Si in perpendiculo et in plano inclinato, quorum eadem sit longitudo, feratur idem mobile, tempera lationum erunt inter se ut planum inclinatam et pars perpendiculi, altitudinis ipsius plani». Tanto quella postilla quanto questa annotazione sono state cassate. - Cfr. pag. 215.

et, per eandem, ut ad linea ad ipsam ac , ita tempus casus per ad ad tempus casus per ac : ergo, ex aequali, ut longitudo ab ad longitudinem ac , ita tempus casus per ab ad tempus casus ac : quod erat probandum⁸⁷⁹.

Lemma. Sint tres lineae utcumque a, d, e , et inter a, d media proportionalis sit b ; inter a, e media proportionalis sit c , inter e, d tandem media sit g : dico, ut c ad b , ita esse g ad d .

Quia enim b est media inter a, d , erit quadratum b aequale rettangulo ad ; similiter quadratum c aequale rettangulo ae ; igitur, ut rectangulum ae ad rectangulum ad , ita quadratum c ad quadratum b . Ut autem rectangulum ae ad rectangulum ad , ita linea e ad

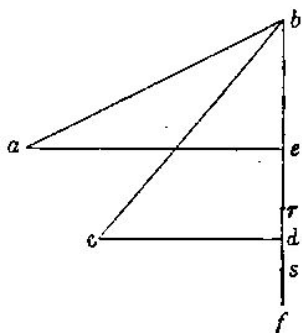


⁸⁷⁹ Cod. A, car.179t., autografo di GALILEO.

d ; ut vero linea e ad lineam d , ita quadratum g ad quadratum d ; ergo, ut quadratum c ad quadratum b , ita quadratum g ad quadratum d , et ut c ad b , ita g ad d ⁸⁸⁰.

Sint plana aequalia ab , cb inaequaliter inclinata, et altitudo inclinationis plani ab sit be , ipsius vero bc sit bd : dico, tempus casus super ba ad tempus casus per bc esse ut media proportionalis inter db , be ad ipsam be .

Accipiatur fb ipsis cb , ab aequalis, et ipsarum bf , bd media sit bs ; ipsarum vero fb , be media sit br : et quia



tempus casus bf ad tempus casus bd est ut sb ad bd , tempus vero casus bd ad tempus casus bc ut bd ad bc , ergo, ex aequali, tempus casus bf ad tempus casus bc ut sb ad bc , et, conver-

tendo, tempus casus bc ad tempus casus bf ut bc ad bs . Similiter autem demonstrabitur,

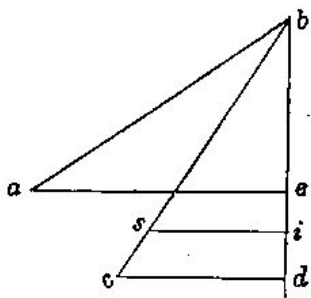
⁸⁸⁰ Cod. A, car. 37r., di mano del GUIDUCCI.

ut tempus casus bf ad tempus casus ba , ita linea rb ad ba vel bc ; ergo, ex aequali in analogia perturbata, ut tempus casus bc ad tempus casus ba , ita rb ad sb , et, conversim, ut tempus casus ba ad tempus casus bc , ita sb ad br . Ex lemmate vero antecedenti, ut sb ad br , ita media inter db , be ad ipsam be : quare patet propositum.

Aliter, absque lemmate:

Sit bi media inter bd , be , et is parallela ad dc : et quia ut tempus per ba ad tempus per be , ita linea ba ad lineam be ; ut autem tempus be ad tempus bd , ita linea be ad bi ; ut autem tempus bd ad tempus bc , ita linea bd ad bc , hoc est bi ad bs ; ergo, ex aequali, ut tempus per ba ad tempus

per bc , ita linea ab , seu cb , ad bs , hoc est db ad bi , seu ib ad be : quod erat probandum⁸⁸¹.

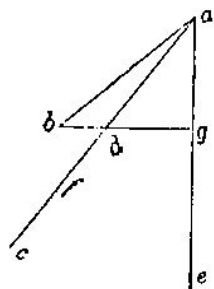


Tempora lationum in planis aequalibus, sed inaequaliter inclinatis, sunt inter se in

⁸⁸¹ Cod. A, car. 37r. e t., di mano del GUIDUCCI.

subdupla ratione elevationum ipsorum planorum permutatim assumpta⁸⁸².

Sint plana quaecumque inclinata ab , ac , et perpendiculus ae , cui ad rectos angulos bg , et sit inter ca , ad media af : dico, tempus per ab ad tempus per ac esse ut ba ad af .



Nam tempus per ab ad tempus per ad est ut ab ad ad : tempus vero per ad ad tempus per ac est ut ad ad af : ergo, ex aequali, tempus per ab ad tempus per ac est ut ab ad af : quod erat ostendendum⁸⁸³.

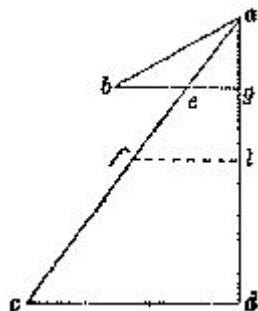
Tempo per ac al tempo per ab è come 10 a 8.

□ ac - 400 - 4 eg - 3

⁸⁸² Cod. A, car. 37t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 219.

⁸⁸³ Cod. A, car. 58r., di mano del GUIDUCCI. - Cfr. pag. 220.

$\square$ $ab - 64 -$	16		$ga - 4$
	64		$ae - 5$
	64		$af - 10$
	96		$ac - 20$
1600	1024		$cd - 12$
10	8		$ad - 16$
12800	10240	20 - 2	$ba - 8$
		8 - 4	
		40 - 10	
		32 - 8	⁸⁸⁴



Ratio temporum lationum⁸⁸⁵ super planis, quorum diversae sint inclinationes et longitudines, nec non elevationes inaequales, componitur ex ratione longitudi-

⁸⁸⁴ Ai dati registrati nella colonna a destra precedono i seguenti, che leggonsi cancellati: « $ab - 6$, $ae - 4$, $af - 8$, $ac - 16$ ».

⁸⁸⁵ *lationum* è aggiunta interlineare. - Tra *planis* e *quorum* leggesi, cancellato, *inaequalibus*.

num ipsorum et ex subdupla ratione elevationum eorumdem permutatim accepta⁸⁸⁶.

In duobus planis quomodocumque inclinatis tempora casuum habent ipsorum planorum proportionem subduplicatam.

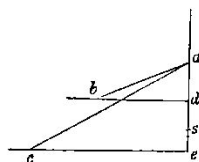
tempora

ae- 9-9

ad- 4-6

ab-10-15

ac-18-18



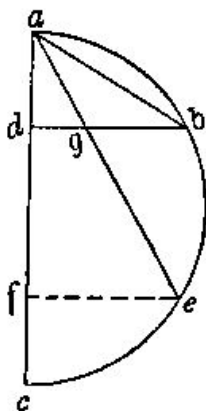
tempus per *ac* ad tempus per *ab* habet rationem compositam ex *ca*, *ab* et *da* ad *as*.

longitudines	tempora
<i>ac</i> - 20 -	20
<i>ab</i> - 12 -	18
<i>ae</i> - 9 -	9

⁸⁸⁶ Cod. A, car. 35*t*., autografo di GALILEO.- Cfr. pag. 220.

ad *ca* est ratio aequalitatis: ergo patet propositum^{889 890}.

Si in circulo ad horizontem



⁸⁸⁹ Cod. A, car. 35r., di mano dell'ARRIGHETTI fino alle parole «*altitudinis ad*» (lin. 9), e poi autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 220..

⁸⁹⁰ Da *ad mediam a propositum* è scritto di mano di GALILEO e sostituito a quanto appresso, che prima era stato scritto dall'ARRIGHETTI e poi fu cancellato da GALILEO: *ad altitudinem ae, quae est ratio solidi ex ad in quadratum ac ad solidum ex ae in quadratum ab: haec autem solida sunt aequalia, quia quadratum ca ad quadratum ab est ut linea ea ad ad, nempe ut rettangulum fae ad rettangulum fad.*

erecto⁸⁹¹ a puncto sublimi quocumque ducantur lineae rectae usque ad circumferentiam, per quas cadant gravia quocumque, omnia temporibus aequalibus ad terminos suos pervenient.

Sit enim circumferentia ad orizontem erecta abc , punctum sublime a ; a quo lineae quocumque ad circumferentiam usque protrahantur ac , ab , et per ipsas cadant mobilia: dico⁸⁹², temporibus aequalibus ea perventura⁸⁹³ esse ad terminos c , b .

Sit enim ac per centrum ducta, cui ex b perpendicularis sit bd : patet, ab mediam esse proportionalem inter ca , ad ; quare, ex demonstratis, tempus quo mobile ex a cadit in c ad tempus casus ex a in d est ut linea ba ad

⁸⁹¹ Le parole *ad orizontem erecto* sono aggiunte sopra la riga.

⁸⁹² Tra *mobilia* e *dico* leggesi, cancellato, *aequalium momentorum*.

⁸⁹³ *aequalibus illa perventura*, GUID. Si avverta che *illa* è scritto sopra *ea*, cancellato.

*ad*⁸⁹⁴. Verum, similiter, ex demonstratis, tempus casus ex *a* in *b* ad tempus casus ex *a* in *d* est ut *ba* ad *ad*: ergo tempora casuum *ab*, *ac* erunt aequalia, cum eandem ad idem tempus casus *ad* habeant⁸⁹⁵ rationem. Et similiter de reliquis omnibus motibus demonstrabitur: ergo patet propositum.

Ex his colligitur, gravia eodem tempore pertransire plana inaequalia et inaequaliter inclinata, dum, quam

⁸⁹⁴ Tra «d» ed *est* nella copia del GUIDUCCI si legge, cancellato, *esse*. - *ad lineam ad*, GUID.

⁸⁹⁵ *casus habeant*, GUID.

proportionem habet longitudo maioris plani ad longitudinem alterius, eandem duplicatam habeat⁸⁹⁶ perpendicularis maioris plani ad perpendicularem⁸⁹⁷ minoris⁸⁹⁸. Cum enim $\square_{ae}$ sit aequale $\square_{caf}$, $\square_{ba}$ vero $\square_{cad}$; $\square_{caf}$ vero caf ad $\square_{cad}$ est ut fa ad ad ; ergo fa ad ad est ut $\square_{ea}$ ad $\square_{ba}$: ratio igitur perpendicularis fa ad perpendicularem da dupla est rationis ea ad ab ⁸⁹⁹.⁹⁰⁰

postea quam ostensum fuerit, tempora per ab , ac esse

⁸⁹⁶ duplicatam è aggiunto fra le righe.

⁸⁹⁷ La parola *perpendicularem* è scritta fra le righe in sostituzione di *eam quae inter hanc et perpendicularem*, che leggesi cancellato.

⁸⁹⁸ Dopo *minoris* segue, cancellato, *plani sit media proportionalis*.

⁸⁹⁹ *ad ab etc.*, GUID.

⁹⁰⁰ Cod. A, car. 172r., autografo di GALILEO. A car. 48r. se ne ha una copia di mano del GUIDUCCI. - Cfr. pag. 221.

⁹⁰¹ Cod. A, car. 50r., di mano dell'ARRIGHETTI. - Cfr. pag. 222.

Si in semicirculo...⁹⁰² quae cum perpendiculo non habeat terminum communem, motus per illam citius⁹⁰³ absolvitur quam per diametrum perpendicularem.

Si enim bb fuerit perpendiculus, ducta quaelibet linea ca in semicirculo non terminetur ad b : patet quod, si connectatur linea cb , erit ca ipsa cb brevior et minus inclinata; ex quo patet propositum.

Si in circulo, cuius diameter sit ad perpendiculum, ducatur linea quae a⁹⁰⁴ diametro secetur, motus per ipsam tardius absolvetur quam per diametrum perpendicularem.

In praecedenti enim figura sit linea quaelibet; et quia

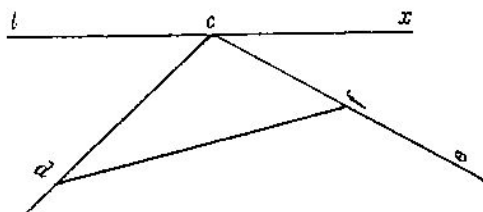
⁹⁰² Per un taglio della carta su cui è scritto questo frammento, sono andate perdute alcune parole dopo semicirculo e la parte superiore della figura.

⁹⁰³ *per illam citius*

⁹⁰⁴ *linea que a*

ipsa erit longior quam cb et magis inclinata, propositum fit manifestum⁹⁰⁵.

Ex puncto c horizontalis lineae lax duo plana utcumque inflectantur cd , ce , quae secentur recta quadam df , ita ut anguli cdf , dfc angulis xce , lcd permutatim sumptis sint aequales: dico, tempora descensuum per cd , cf esse



aequalia (fient autem anguli permutatim aequales, si unus angulo-

rum, verbigratia cdf , aequalis fiat angulo xce ad..... aliam⁹⁰⁶ partem posito, reliquus dfd reliquo dcl aequalis erit; nam, cum tres anguli trianguli dcf aequales sint tribus lcd , dcf , fcx , utpote duobus

⁹⁰⁵ Cod. A, car. 164t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 226.

⁹⁰⁶ Tra *ad* e *aliam* è stato lasciato uno spazio bianco di più righe.

rectis aequales, si dematur comunis dcf , erunt duo cdf , dfc duobus xce , lcd aequales, ac propterea, cum fecerimus angulum cdf angulo xce aequalem, habebimus quoque angulum $cfđ$ aequalem angulo lcd). Ponatur...⁹⁰⁷

Sit ac perpendicularis ad horizontem cde , ponaturque inclinata bd , fiatque motus ex a per abc et per abd : dico, tempus per bc , post casum ab , ad tempus per bd , post eundem casum ab , esse ut linea bc ad bd .

Ducatur af parallela dc , et protrahatur db ad f ; erit iam tempus casus per $fbđ$ ad tempus casus per abc ut fd linea ad lineam ac : est autem tempus casus per fb ad tempus casus per ab ut linea fb ad lineam ab : ergo tempus casus reliquae bc post ab ad tempus casus reliquae bd post fb erit ut reliqua bc ad reliquam bd . Sed tempus casus per bd post fb est idem cum tempore per bd post ab , cum af sit horizonti aequidistans: ergo patet propositum.

Colligitur autem ex hoc, quod tempora casuum per

⁹⁰⁷ Cod. A, car. 194r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 227.

bc et *bd*, sive fiat principium motus ex termino *b*, sive praecedat motus, ex eadem tamen altitudine, eamdem inter se servant rationem, nempe eam quae est lineae *bc* ad *bd*⁹⁰⁸.

Fiat motus per *a* *bc* et per duas *abd*, sitque⁹⁰⁹ *ra* media inter *ca*, *ab*, et ipsi *dc* parallela ducatur *rs*: dico iam, tempus per alio ad tempus per *abc* ad tempus per *abd* esse ut linea *ac* ad *ar*⁹¹⁰ cum *sd*. Si enim protrahatur *db* usque ad occursum cum *af*, orizzonti *dc* parallela, erit *fs* media inter *df*, *fb*; et ut *ca* ad *ar*, ita tempus per *ca* ad tempus per *ab*; ita ut, si ponatur *ac* tempus per *ac*, erit *ar* tempus per *ab*, et *rc* tempus per *bc*; et similiter *sd* demonstrabitur esse tempus per *bd* post casum ex *f*, vel ex *a*: ex quo

⁹⁰⁸ Cod. A, car. 68r., di mano del GUIDUCCI. - Cfr. pag. 228. - Questo frammento è un duplicato di quello a pag. 381.

⁹⁰⁹ *duas* ab, bd, *sitque*, GUID.

⁹¹⁰ *linea* ac ad *lineam* ar, GUID.

patet, tempus per totam ac ad tempus per duas abd esse ut ar cum rc ad ar cum sd ⁹¹¹.⁹¹²

Dato perpendiculo ab et inflexa ebg , cui perpendiculis sit bc , oportet semicirculum per e describere, ita ut excessus mediae inter eg , gb , quae est gc seu gd , super gb ⁹¹³ una cum perpendiculo bf , secto a perpendiculari gf , sint aequales mediae inter eb , bg , nempe bc . Sit factum.

Si cb aequatur dbf , posita communi bg , 2 cb , bg erunt aequales duabus dg , bf , idest cg , bf ⁹¹⁴.

⁹¹¹ Dopo «cum sd» segue, cancellato, «*Demonstrabitur autem, eandem esse rationem abr ad abs*».

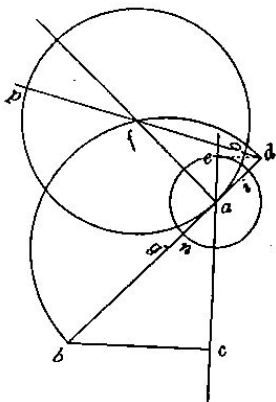
⁹¹² Cod. A, car. 169t., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano del GUIDUCCI, a car. 56r. - Cfr. pag. 228.

⁹¹³ Le parole «super gb» sono aggiunte in margine; e nel contesto tra «seu gd» e una cum leggesi, cancellato, «*excessus autem bd*».

⁹¹⁴ Cod. A, car. 97t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 228.

Si ea cum *ag* aequantur *af*, excessus *da* super *ae* est
 aequalis excessui *df* super *fa*, et *fa*, ad aequantur *fd*, *ea*.

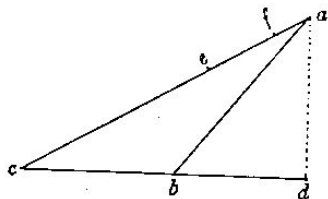
dum est ut ea cum ag sint aequales af ⁹¹⁵.



Sint plana ab , ac , quorum
eadem sit elevatio ad , longius

⁹¹⁵ Cod. A, car. 99r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 228.

tamen sit *ac*: dico, motum versus inferiores partes plani *ac* velociorem esse quam per *ab*. Accipiatur *ec* aequale



ab, et ut *ca* ad *ae*, ita sit *ea* ad *af*; intelligatur *ab* esse tempus per *ab*: erit *ac* tempus per *ac*, et *ae* erit tempus per *af*, *ec* vero tempus per reli-

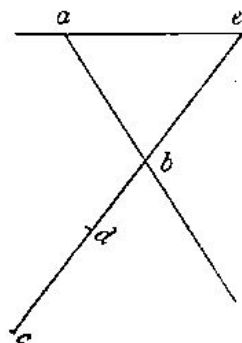
quum *fc*: est autem *fc* maius quam *ab*, et conficitur tempore aequali⁹¹⁶.⁹¹⁷

⁹¹⁶ Dopo *aequali*, segue, cancellato: *Constat autem, spatium quod conficitur in ac, tempore descensus per ab, esse medium inter ca, ab.*

⁹¹⁷ Cod. A, car. 87r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 228-229.

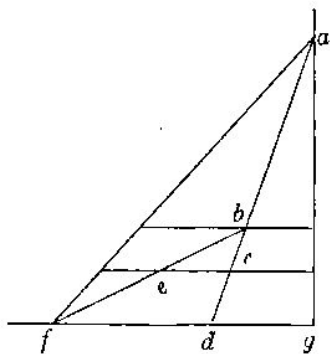
Fiat latio per plana inflexa ab , bc , et invenienda sit ratio temporis casus per ab ad tempus casus per bc post casum ab .

Ducatur horizon ae , cui cb producta occurrat in e , et ipsarum ce , eb media sit ed : dico, tempus per ab ad tempus per bc esse ut ab ad bd . Tempus enim per ab ad tempus per eb est ut ab ad eb : tempus vero per eb ad tempus per bc est ut eb ad bd : ergo tempus per ab ad tempus per bc est ut ab ad bd : quod etc.⁹¹⁸



⁹¹⁸ Cod. A, car. 49r., di mano del GUIDUCCI. Nella stessa carta seguono, autografi di GALILEO, l'enunciato e la prima parte della Proposizione XI della Giornata terza (cfr. pag. 229, lin. 18-30), preceduti da questa annotazione di GALILEO: «Hic premittenda videtur sequens propositio». - Cfr. pag. 229.

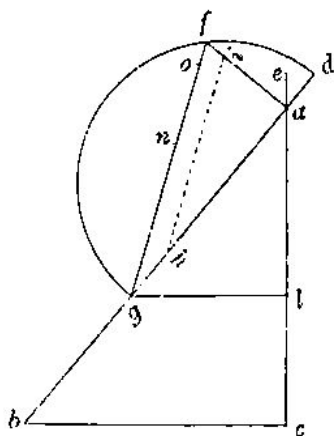
Sit fg orizon, et ex sublimi a fiat motus per abf , et protracta ab usque ad d , sit media inter da , ab ipsa ac , et orizonti aequidistans sit ce : dico, tempus per ab ad tempus per bf esse ut ab ad be . Nam tempus per ab ad tempus per bd est ut ab ad bc : tempus vero per bd post ab ad tempus per bf post ab est ut bd ad bf , idest bc ad be : ergo, ex aequali, tempus per ab ad tempus per bf est ut ab ad be ⁹¹⁹.



.....ut tempus per eag sit idem cum tempore per ag ,

⁹¹⁹ Cod. A, car. 126r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 229.

posito quod tempus per ag sit ag , tempus per al erit al ,



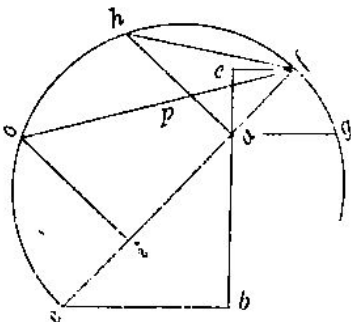
et fg erit tempus per dg , et excessus gf super fa , ng erit tempus per ag post da , et ia , media inter la , ae , erit tempus per ea . Oportet igitur facere ut ai cum ng sint aequales ag : hoc erit cum excessus mediae fa super mediam ai sit aequalis excessui

gf super ag , secta go aequali ga ⁹²⁰.

Sit factum: et sit tempus per eac ex e idem cum tempore per ac ex quiete in a . Sit ea tempus per ca ; erit fa tempus per fa , et per totam fc erit fh , seu fi , et per reliquam ac ex f erit ai : per ambas igitur eac erit tempus eai , quod debet esse aequale tempori per ac ex quiete in a . Et quia fa est tempus per fa , tempus per ac ex quiete in

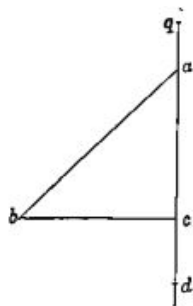
⁹²⁰ Cod. A, car. 94t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 230.

a erit ab , media nempe inter fa , ac : faciendum itaque est



ut ab sit aequalis utri-
 sque ea i, nempe pro-
 trahendae sunt ba , ca ,
 ita ut (ducta orizzontali
 fe) ea cum excessu me-
 diae inter cf , fa super fa
 (quod sit ai) sint aequa-
 les mediae inter ac , af ,

nempe ipsi ab . Quod si ponatur, ca esse tempus per ca ,
 erit ba tempus per ab , et ag per ea ; et posita fi aequali ac ,
 erit fi tempus per fi , et fo tempus per totam fi ; et oi , media
 inter if , fa (est enim fa aequalis ic), erit tempus per fa , et
 pf (excessus mediae of super mediam oi)
 erit tempus per ac ex f . Faciendum ita-
 que est ut pf cum ag sint aequales ipsi
 ac ⁹²¹.



⁹²¹ Cod. A, car. 96t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 230.

eodem ac planum post ipsam.

Fiat ut *ca* ad *ab*, ita *ab* ad *bn*, et ut *na*⁹²⁵ cum *ab* ad *ab*, ita *ca*⁹²⁶ ad *ae*, et ut *nb* ad *ba*, seu *ba* ad *ac*⁹²⁷, ita *ea* ad *ar*, et ab *r* ducatur ad *ba* productam perpendicularis *rx*:

cancellate: «*Quia ca ad ab est ut ba ad bn, et ut na cum ab ad ab, ita ca ad ae, erit, dividendo, na ad ab ut ce ad ea. Fiat modo ut nb ad be, ita ea ad ar: erit, componendo, ut na ad ab, idest ec ad ea, ita er ad ra, et omnes antecedentes ad omnes consequentes, nempe cr ad re*». A questo tratto cancellato segue l'enunciato della proposizione, che è stato scritto posteriormente, in un piccolo spazio bianco ch'era rimasto fra il tratto ora cancellato e *Fiat ut* ecc. (lin. 17). - *eum inclinatum, partem*.

⁹²⁵ Tra *ut* e «*na*» si legge, cancellato, «*nb*».

⁹²⁶ ita ita ca

⁹²⁷ Le parole «*seu ba ad ac*» sono aggiunte in margine.

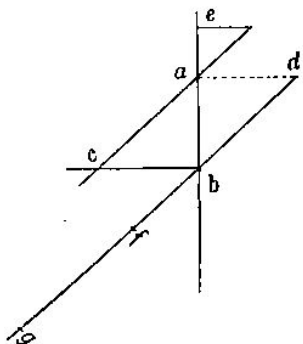
utraque *ea*, *ax* ad *ar* eandem habent rationem: sunt ergo aequales.

Modo si intelligamus, tempus per *ra* esse ut *ra*, tempus per *rc* erit *re*, media inter *cr*, *ra*, et *ae* erit tempus per *ac* post *ra*: verum tempus per *xa* est *xa*, dum *ra* est tempus per *ra*; ostensum autem est, *xa* esse aequalem *ae*: ergo factum est quod facere oportebat⁹³².

Fiat ut *ba* cum dupla *ac* ad *ac*, ita *ca* ad *ae*, et ut *ba* cum *ac* ad *ac*, ita *ea* ad *ar*, et ab *r* ducatur perpendicularis *rx*: et quia ut *ba* cum dupla *ac* ad *ac*, ita *ca* ad *ae*, dividendo erit ut *ba* cum *ac* ad *ac*, ita *ce* ad *ea*. Et quia ut *ba* ad *ac* ita *ea* ad *ar*, erit, componendo, ut *ba* cum *ac* ad *ac*, ita *er* ad *ra*: sed ut *ba* cum *ac* ad *ac*, ita est *ce* ad *ea*: ergo ut *ce* ad *ea*, ita *er* ad *ra*, et ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe *cr* ad *re*. Sunt itaque *cr*, *re*, *ra* proportionales. Amplius, quia ut *ba* ad *ac*, ita positum est *ea* ad *ar*; et propter similitudinem⁹³³ triangulorum, ut *ba* ad *ac*, ita

⁹³² Cod. A, car. 64r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 232.

⁹³³ *est ea ad ar; epropte similitudinem.*



xa ad ar ; ergo ut ea ad ar , ita
 xa ad ar : sunt itaque ea , xa
 aequales⁹³⁴.

Data ac , quaeritur ae . Po-
 sita bf aequali⁹³⁵ ab , fiat ut bd
 ad df (idest ut ca ad cab) ita fd
 ad dg (idest ita cab ad aliam dg); erit etiam ut db ad df , ita
 bf ad fg (idest ut ca ad cab , ita ba , seu bf , ad fg): haec autem
 gf cum fb conficitur eodem tempore ac ab : quare si fiat
 ut gb ad ba , ita ca ad ae , erit ae quod quaeritur.

fiat ut ca ad cab , ita bf ad fg , et ut gb ad ba , ita ca ad ae :

⁹³⁴ Cod. A, car. 69r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 232.

⁹³⁵ bf equali.

Invenienda est in *ac* pars aequalis ipsi *ab*, quae conficiatur eodem tempore quo ipsa *ab*⁹³⁸.

Esset problema pulcrum, in *ac* partem ipsi *ab* aequalem signare, quae conficiatur ex quiete in *a* tempore aequali temporis per *ab* ex quiete in *a*⁹³⁹.

⁹³⁸ Cod. A, car. 78*t*., autografo di GALILEO - Cfr. pag. 232 e Vol. VI, pag. 632. Questo frammento si trova sul verso della lettera del Cini del 10 Gennaio 1631, Vol. XIV, pag. 65.

⁹³⁹ Cod. A, car. 87*r*., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 232.

762

ad bg ; et erit bg quod quaeritur.

Facilius et clarius:

Dato perpendiculo ab et plano ad ipsum inflexo be , oportet in perpendiculo partem infra reperire, quae cum ab conficiatur tempore eodem, ac bc cum eadem ba . Ducta horizontali ad , extendatur cb in d , et sit de media bdc , cui ponatur aequalis bf , et ba , af ^{3^a} sit ag : erit bg quod quaeritur. Posito enim db tempore per db , erit ab tempus per ab : et de sit media bdc ; erit be tempus bc post db , idest post ab : sed eadem be , idest bf , est tempus bg post ab : ergo....

Si ex puncto b sumantur bc , bl , quae conficiantur tempore eodem, dico, ex quolibet puncto sublimi, ut a , citius confici abc quam abl ; sed si ponatur bs aequalis bc , citius abs quam abc . Potest tamen sumi a adeo altum, ut ex eo citius conficiatur bc cum eo⁹⁴⁰ quam alia maior quam bs , licet minimum quid.

⁹⁴⁰ *eo* che segue a *cum* è di lettura incerta.

Esse autem *bf* semper maiorem quam *be*, sic probatur. Quia $\square lbe$ aequatur $\square^{\circ} cdb$, est autem *lb* maior *cb*, ergo *bd* maior *ba*: media autem inter *cdb* est aequalis mediae *lba*: ergo, dempta *ba* a media *lba*: reliqua *bf* erit maior reliqua *be*, residuum mediae *cdb*, dempta *bd*.

Adverte melius quid sequatur si mediae non sint minores ipsis *db* [sic]. Dubito de paralogismo⁹⁴¹.

ab-77

ae-19

ag-38 $\frac{1}{4}$

eg-21 $\frac{1}{4}$

cd-67

de-38

df-50 $\frac{1}{3}$

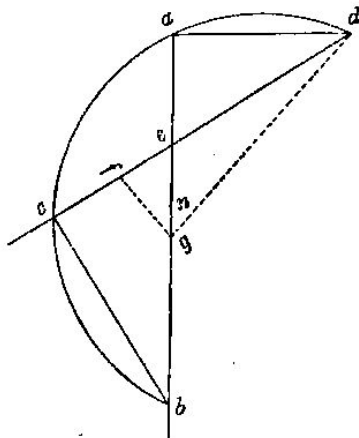
fe -12 $\frac{1}{3}$

$\square^{\text{um}}$ *bae* superat $\square^{\text{um}}$ *bea* $\square^{\circ}$ *ea*; $\square^{\text{um}}$ *cde* superat $\square^{\text{um}}$ *ced* $\square^{\circ}$ *ed*: sed $\square$ *bea* aequatur $\square^{\circ}$ *ced*: excessus ergo

⁹⁴¹ Cod. A, car. 76r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 233.

$\square^i cde$, idest $\square^i fd$, super $\square^\circ bae$, seu $\square^\circ ag$, est idem cum excessu $\square^i ed$ super $\square^\circ ae$. $\square$ vero ed superat $\square^i ea$ $\square^\circ ad$: ergo $\square^i fd$ superat $\square^i ga$ $\square^\circ ad$. Sed quadratum quoque dg superat quadratum ga $\square^\circ ad$: ergo $\square^i gd$ aequatur $\square^\circ df$, et linea dg lineae df , et angulus dgf angulo dfq : ergo angulus f maior angulo fge , et latus eg latere ef .

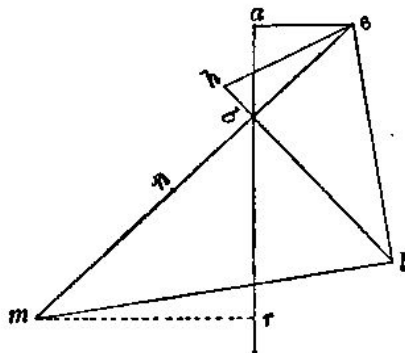
Probatum est, tempus perpendiculari sub e post a per totam eb longius esse tempore per ec , idest partem perpendiculari quae conficitur tempore eodem cum ec , minorem esse quam eb , maiorem tamen quam ec : probandum re-



stat, quanta vero sit. Determinatur, posita en aequali ef et sumpta 3^a proportionali post ea , an , quae 3^a probandum restat quanto sit (dempta ae) maior quam ec ⁹⁴².

⁹⁴² Cod. A, car. 95t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 234.

erit bl media mb , be , et el
media meb ; et quia ne ae-
quatur hl , erit hb excessus
 ne super bl : verum hb est
etiam excessus ne super
 nba , cum sit excessus be
super ba : ergo $2 nb$, ba ae-
quantur bl ⁹⁴³.



ab longa 4; bc 8; tempus per ab 4; ergo a bc longitudo
12 conficitur in tempore 8.

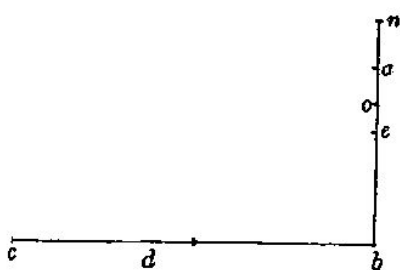
Sit db 9; erit eius tempus 6, et ex d conficietur db 9
cum bce 18 tempore 12, nempe 27 in tempore 12. Sed

⁹⁴³ Cod. A, car. 94r., autografo di GALILEO.

si be conficitur (cum sit 18) tempore 6, bc conficietur tempore $2\frac{2}{3}$, et tota dbc in tempore $8\frac{2}{3}$: conficiuntur ergo citius abc quam dbc ,

sit bd 8; conficietur tempore radices 32, idest $5\frac{1}{2}$, et erit be 16, et dbc conficietur tempore⁹⁴⁴ $8\frac{1}{4}$.⁹⁴⁵

cum ab sit dimidia bc , et sit eadem ab tempus per ab ,



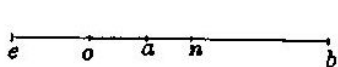
erit tota bc tempus per ambas abc . Accipiatur be , et sit bo media inter eb , ba , et erit ob tempus per eb et per duplam ipsius bd .

Quod si db conficitur tempore bo , cb quo tempore conficietur? fiat igitur ut db ad bo , ita cb ad aliam, quae sit, vgr., bn , et ostendatur, 2^{as} ob , bn maiores esse ipsa bc , et habebitur intentum.

⁹⁴⁴ Fra *tempore* ed $8\frac{1}{4}$ leggesi, cancellato, $8\frac{1}{4}$, $7\frac{3}{4}$.

⁹⁴⁵ Cod. A, car. 78*t.*, autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 249.

Redacta est res ad hoc lemma: sit eb utcumque secta



in a , et inter eb , ba media sit bo , et ut eb ad ba , ita sit ob ad

bn ; dico⁹⁴⁶, eb , bo , ba , bn esse continue proportionales.

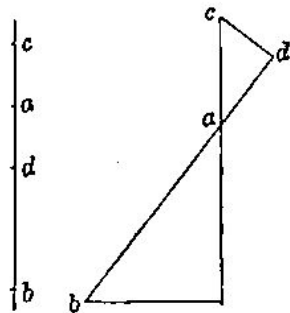
Quia enim ut eb ad bo , ita bo ad ba , ratio eb ad ba erit dupla rationis ob ad ba : et quia ut eb ad ba , ita ob ad bn , est autem ratio be ad ba dupla rationis ob ad ba , erit quoque ratio ob ad bn dupla rationis bo ad ba . Verum ipsa ratio ob ad bn componitur ex rationibus ob ad ba et ab ad bn : ergo ratio ab ad bn est eadem cum ratione ob ad ba : ergo patet propositum⁹⁴⁷.

⁹⁴⁶ Dopo *dico* leggesi, cancellato, *non esse plus quam dupla ad ba*.
Ostende, *oa* maiorem esse quam *an*; *ob*, *bn* esse plus quam dupla ad *ab*.

⁹⁴⁷ Cod. A, car. 62r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 250.

Dato quolibet plano non ascendente, perpendiculum⁹⁴⁸ ei adiungere⁹⁴⁹, quod conficiatur eodem tempore ac ipsum planum datum post casum in perpendiculo. Constat autem, quod si datum planum fuerit horizontale, perpendiculum additum erit plani dimidium; si vero datum fuerit perpendiculare, adiunctum perpendiculum erit pars 3^a. De horizontali demonstratum iam est, tempus quo talia 2 spatia conficiuntur esse omnium brevissimum.

Sit datum planum, primo, perpendiculare *ab*, cui oporteat addere partem, quae ex⁹⁵⁰ quiete conficiatur tempore eodem ac



⁹⁴⁸ Tra *ascendente* e *perpendiculum* leggesi, cancellato, *post*.

⁹⁴⁹ *ei adiungere*.

⁹⁵⁰ *partem, que ex*.

perpendicularum ab post ipsam additum. Si⁹⁵¹ tempus ca debet esse aequale tempori ab , ergo totum tempus cb erit duplum temporis ca : sed tempus per bc ad tempus per ca est ut media inter bc , ca : ergo media inter bc , ca debet esse dupla ac . Posito⁹⁵² igitur quod cd sit media inter⁹⁵³ bc , ca , cum sit ut bc ad cd , ita dc ad ca , erit etiam ita bd ad da ; ergo bd debet esse dupla⁹⁵⁴ da . Posita ergo bd dupla da et dc dupla ca , idest ac aequali ad , factum erit etc.

Modo non sit ab perpendicularis, sed inclinata: con-

⁹⁵¹ Tra *additum* e *Si* leggesi, cancellato, *faciendum*.

⁹⁵² Tra «ac» e *Posito* leggesi, cancellato, *sed si*

⁹⁵³ Tra *media* ed *inter* leggesi, cancellato, *et dupla*.

⁹⁵⁴ Tra *esse* e *dupla* leggesi, cancellato, *media*

stat similiter, tempus per *cab* futurum esse duplum temporis per *ca*, seu per *ab* post *ca*⁹⁵⁵. ⁹⁵⁶

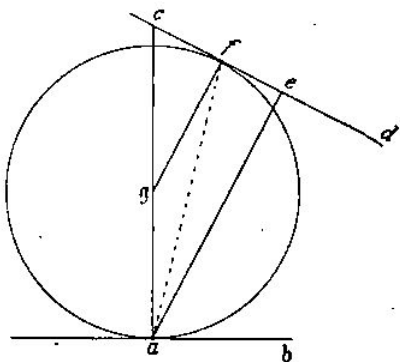
Sit linea horizontis *ac*, perpendicularum vero *bd*, et in *ac* accipiatur quodcumque punctum *c*: dico, quod si mobile debet ex *c* ad lineam perpendiculari naturaliter per unicam lineam rectam moveri⁹⁵⁷, ad eam perveniet tempore brevissimo si veniat per *ce*, quae lineam *be*, ipsi *bc* aequalem, adsumit. Centro enim *b*, intervallo *be*, circulus describatur, ductisque *cf* et *cg* utcumque, patebit, motum per *ce* citius absolvi quam per *cf* aut *eg*. Si enim ducatur tangens circulum *ick*, et ipsi *cf* parallela *elk*, erit

⁹⁵⁵ Dopo «*post ca*» leggesi, cancellato: *ponatur ad pars 3^a ab, et perpendicularis dc occurrat ac: tempus da aequatur tempori ab; sed tempus quoque per ca aequatur tempori per da.*

⁹⁵⁶ Cod. A, car. 75r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 251.

⁹⁵⁷ Le parole *per unicam lineam rectam moveri* sono aggiunte in margine. -

Sit ad horizontem ab linea cd utcumque inclinata, et in ipso horizonte quodlibet punctum notatum a : oportet in linea cd punctum invenire, a quo in linea recta usque ad



a protracta brevissimo tempore fiat motus. Erigatur ex a perpendicularis ad horizontem ac , et⁹⁶¹ ex eodem demittatur perpendicularis ad cd , quae sit ae , et

angulus cae bifariam secetur per fa : dico, ex omnibus lineis quae a puncto a ad lineam cd protrahuntur⁹⁶², fa

ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 53r., e nella copia GALILEO aggiunse, in uno spazio rimasto bianco, le lin. 8-14 della presente pagina. - Cfr. pag. 251-252.

⁹⁶¹ *perpendicularis ac ad horizontem, et*, GUID.

⁹⁶² *protrahantur*, GUID.

esse illam per quam motus brevissimo tempore absolvitur. Ducatur enim fg ipsi ea parallela; erit $\angle gfa$ $\angle^\circ$ alterno⁹⁶³ fae aequalis: sed $\angle fae$ ipsi fag aequatur, cum totus cae sit bifariam sectus: ergo gaf , gfa aequales erunt, quare et latera, gf , ga . Si itaque, centro g , intervallo gf , circulus describatur, tanget ambas lineas cd , ab in punctis f , a , eritque casus per fa brevioris temporis quam per rectas quascumque alias ex a ad quaecumque punta lineae cd productas.

Si linea recta⁹⁶⁴ supra horizontalem fuerit utcumque inclinata, planum a⁹⁶⁵ dato puncto in horizontali usque ad inclinatam extensum, in quo descensus fit tempore

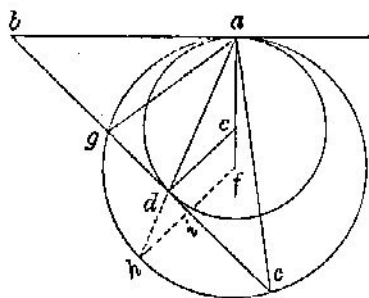
⁹⁶³ Tra $\angle^\circ$ ed *alterno* leggesi, cancellato, « gaf »

⁹⁶⁴ *Si linea recta*

⁹⁶⁵ Tra *planum* ed *a* leggesi, cancellato, *per quod*.

omnium brevissimo, est illud quod bifariam dividit angulum contentum a duabus perpendicularibus a dato puncto extensis, una ad horizontalem lineam, altera ad inclinam⁹⁶⁶.

Si duo circuli se intus tangant, et linea recta interiorum circulum contingat et alterum secet, tres lineae a contactu circulo-
rum ad tria, puncta tangentis et secantis lineae productae angulos duos aequales continebunt.



Assumpta praesenti figura, protrahatur *ad* usque ad *b* et iungatur *bf*, secans *gc* in *i*: et quia anguli in centris *e*, *f* sunt aequales, cum similibus circumferentiis sectis a

⁹⁶⁶ Le lin. 15-30 della pag. 406 e le lin. 1-3 di questa pag. 407 sono autografe di GALILEO nel cod. A, car. 127*t*. Se ne ha copia, di mano del GUIDUCCI, a car. 52*r*., in calce alla quale GALILEO aggiunse le lin. 4-8 della presente pagina. - Cfr. pag. 252.

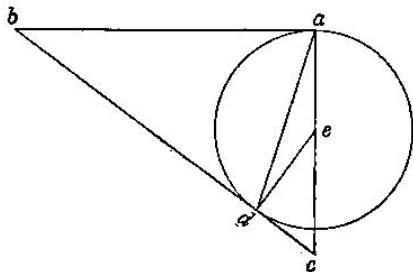
linea *adh* insistant, erit linea *fih* ipsi *ed* parallela. Cumque *ed* sit perpendicularis ad *gc*, ipsa quoque *fih* ex centro *f* ad lineam *cg* perpendicularis erit, et, quod consequens est, arcum *ghc* bifariam dividet, et angulus *gab* angulo *bac* erit aequalis, etc.⁹⁶⁷.

Motuum qui a dato puncto usque ad datam lineam per rectas lineas conficiuntur, ille brevissimo tempore absolvitur, qui in recta fit abscindens de data linea partem aequalem ei parti lineae⁹⁶⁸ horizontalis, quae per datum punctum usque ad datam lineam producitur, quae inter datum punctum et occursum intercipitur.

⁹⁶⁷ Cod. A, car. 168r., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano del GUIDUCCI, a car. 33r., dove, questo frammento essendo trascritto dopo la Proposizione che nella stampa è la XXXII^a della Giornata terza, ad esso è premessa l'indicazione: «Lemma pro antecedenti». In fine poi, in luogo di «etc.» nella copia si legge: «quod erat probandum». - Cfr. pag. 252.

⁹⁶⁸ Tra *parti* e *lineae* leggesi, cancellato, *de*.

neae *bdc* produc-
tam⁹⁷⁰.



neae *bdc* produc-
tam⁹⁷⁰.

Ducatur ad ba perpendicularis ac , et ex d ad ipsam bc perpendicularis de , occurrens ac

in e : et quia in Δ aequicruri abd anguli bad , bda sunt aequales, ergo reliqui ad rectos, nempe ead , eda ⁹⁷¹, aequales pariter erunt, et linea ea aequalis ipsi ed . Si itaque, centro e , intervallo ea , circulus describatur, transibit per d , ubi

⁹⁶⁹ *tempore breviori ori [sic], quam*

⁹⁷⁰ *productam* è sostituito a *productae*, che prima era stato scritto.

⁹⁷¹ *rectos* ead eda, GUID.

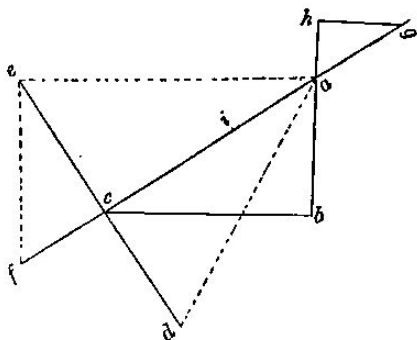
lineam *bdc* tanget: quare lineae omnes quae supra vel infra *ad* usque ad lineam *bc* producentur, ultra circumferentiam circuli extendentur. Ex quo patet propositum⁹⁷².

Dato perpendiculo et plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur grave, quod postea convertatur per planum inclinatam, ipsum planum inclinatam conficiat eodem tempore, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

Sint perpendiculus et planum inclinatam, quorum eadem sit altitudo, *ab*, *ac*: oportet, in perpendiculo *ba* producta ex *a*, punctum invenire, ex quo demissum mobile conficiat spacium *ac* eodem tempore, quo con-

⁹⁷² Cod. A, car. 127*t*., autografo di GALILEO, che in capo al foglio notò: «Serva» Se ne ha copia, di mano del GUIDUCCI, a car. 182*t*.; ma nella copia manca, in séguito ad un taglio della carta, parte delle cinque ultime linee. - Cfr. pag. 253.

ficit perpendicularum ab ex quiete in a . Ponatur dce ad angulos rectos ad ac , et secetur cd aequalis ab , et iungatur ad , quae maior erit ipsa df , et angulus adc maior angulo cad (est enim ca maior quam cd , seu ab):⁹⁷³ fiat angulus dae aequalis angulo ade , et ad ipsam ae perpendicularis sit ef , plano inclinato et extenso occurrens in f , et utraque ai , ag ponatur ipsi cf aequalis, et per g horizonti aequidistans gb : dico, b esse punctum quod quaeritur. Intelligatur enim tempus casus per perpendicularum ab



esse ab ; erit tempus per ac ex a ipsa ac : cumque in triangulo rectangulo aef ab angulo recto e perpendicularis ad basim af sit acta ec , erit ae media inter fa , ac , et ce media inter ac , cf , hoc est inter ca , ai ; et cum ipsius ac tempus

⁹⁷³ Da *est a «sen ab»* (pag. 409, lin. 1) è aggiunto in margine, di mano di GALILEO.

ex a sit ac , erit ae tempus totius af , et ec tempus ipsius ai .
 Quia vero in triangulo aequicruri aed latus ae est aequale lateri ed , erit ed tempus per af : et est ec tempus per ai :
 ergo cd , hoc est ab , erit tempus per if ex quiete in ar ,
 quod idem est ac si dicamus, ab esse tempus per ac ex g ,
 seu ex b : quod erat demonstrandum⁹⁷⁴.

reperiatur altitudo n ex qua conficiantur nab et ab sola tempore eodem; manifestum est quod ex omnibus punctis inter n , a tempus per ambas lineas est brevius: quaeratur num tempus brevissimum sit in medio lineae na . Videtur respondere⁹⁷⁵

ec - 50

ea - 30

⁹⁷⁴ Cod. A, car.36r., di mano del GUIDUCCI. - Cfr. pag. 254.

⁹⁷⁵ Cod. A, car. 77t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 255.

dc - 92

$$ei-ef = 20^{1/2}$$

al - 85

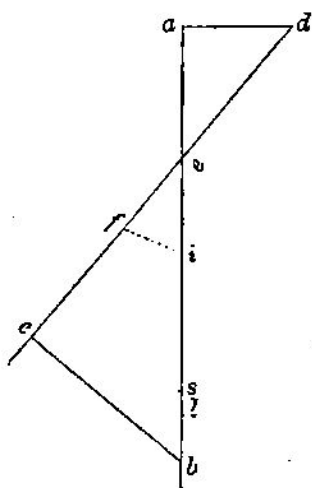
el - 55

eb - 70

 $ab - 100$

ut *ea* ad *ai*, ita *ei*⁹⁷⁶ ad *il*; et ut *ed* ad *df*, ita *cf* ad *fe*.

probandum est, *li* ad *ie* maiorem habere rationem



quam *cf* ad *fe*. Est autem *li* ad *ie* ut *ia* ad *ae*; *cf* autem ad *fe* ut *fd* ad *de*: probare igitur debes, *ia* ad *ae* maiorem habere rationem quam *fd* ad *de*, et, dividendo⁹⁷⁷, *ie* ad *ea* maiorem habere rationem quam *fe* ad

, cancellato, «*ita li ad ie*».

⁹⁷⁷ de, *ed dividendo*.

ed. Hoc autem manifestum est: nam eadem maiorem⁹⁷⁸ habet rationem ad minorem. Componitur ergo demonstratio sic. Quia *ea* minor est *ed*, *ie* ad *ea* maiorem rationem habet quam *fe* ad *ed*, et, componendo, *ia* ad *ae* maiorem rationem habet quam *fd* ad *de*: verum ut *ia* ad *ae*, ita est *li* ad *ie*; ut autem *fd* ad *de*, ita *cf* ad *fe*: ergo *li* ad *ie* maiorem rationem habet quam *cf* ad *fe*, et, componendo, *le* ad *ei* maiorem habet rationem quam *ce* ad *ef*: sunt autem *ef*, *ei* aequales: ergo *le* maior est quam *ce*.

[In pla]no inclinato [assum]pta in *eb* par[te] maiori quam *ec* et minori quam *eb*, punctum sublime reperire, ex quo cadens tempore [aeq]uali conficiat *ec* et *el*. [Qu]od autem oporteat, assumptam in *eb* [ma]iorem esse quam *ec*, declaratur sic. [Duc]atur *es* aequalis *ec* et sumptis [med]iis *sae cde*, *ai*, *df*, non esset... aequalis *ef*, ut est necessarium: nam, si id esset, foret quoque si aequalis *cf*, et cum sit ut *cf* ad *fe*, ita *fd* ad *de* et *ia* ad *ae*, esset,

⁹⁷⁸ Fra *eadem* e *maiolem* leggesi, cancellato, *maior ad quam eadem habet minorem ratione* [sic].

dividendo, fe ad ed ut ie ... fc ad ea , et esset ea aequalis ed , quod est falsum. Quod autem oporteat, assumptam minorem esse quam be , sic ostenditur. Nam si fe aequatur ei , anguli efi , eif erunt aequales, et $\square fid$ maior $\square^\circ f$, et latus fd maius latere di , et $\square^{um} fd$ maius $\square^{is} iad$, et $\square cde$ maius $\square^\circ bae$ cum $\square^\circ ad$, et $\square ced$ cum $\square^\circ ed$ maius $\square^\circ bea$ cum $\square^{is} ead$, et demptis tribus $\square^{is} ead$, $\square ced$ maius $\square^\circ bea$, quod est falsum, cum angulus c sit rectus.

Data igitur el maiori es et minori eb , quaeratur ea , ex qua cadens temporibus aequalibus conficiat aec et ael , sive ec et el post ae : quod erit dum ef , ei sint aequales, positus ai , df mediis lae , cde .

Attende. Quo vicinius fuerit l , s , eo punctum a remotius esse oportet, et quo vicinius fuerit l , b , eo a propius... contingit puncto e ; adeo ut, posito l in s , distantia ae est infinita, et posito l in b , a recidit in e . Insuper, dum l sit in s , puncta f , i sunt in medio linearum ec , es ; dum

vero l sit in b , puncta f, i sunt in e ⁹⁷⁹.

Duplici aggressione⁹⁸⁰ possum progredi.

Prima:

Si ac sit tempus per ac , erit bi tempus per xa , et ab tempus per ab , et bs tempus per rb , et tempus per ab post ra erit excessus bs super sa , cui oportet ostendere aequari ai ; ut verum est.

Secunda:

Si xa sit tempus per xa , erit ar tempus per ra , et as tempus per ab ex quiete in a , et rs tempus per totam rb , et excessus rs super ra (puta ao) erit tempus per ab post ra . Ostendendum ergo est, xa cum ao aequari as , ut verum est: quia ut ba ad ar , ita ca ad ax , idest na ad as ;

⁹⁷⁹ Cod. A, car. 61r., autografo di GALILEO. Il manoscritto presenta in più luoghi, per guasti della carta, delle lacune, alle quali abbiamo supplito tra parentesi quadre, o le abbiamo indicate con puntolini. In capo al frammento si legge, pur di mano di GALILEO: «Attinentia ad motum». - Cfr. pag. 255.

⁹⁸⁰ *Dupli aggressione.*

erit etiam bn ad sr ut ba ad ar . Restat ostendendum, bn ad rt esse quoque ut ba ad ar . Ponatur bv aequalis ba : iam erit ut bv ad vs , ita st ad tr .

Si⁹⁸¹ fuerint 4 lineae, quarum prima et 2^a simul sumptae sint aequales 3^{ae} et 4^{ae}⁹⁸² simul sumptis, sint autem prima et 2^a minus inter se differentes quam 3^a et 4^a, $\square$ primae et 2^{ae}⁹⁸³ superat $\square$ 3^{ae} et 4^{ae} $\square$ ° contento ab excessu 3^{ae}⁹⁸⁴ super primam in excessu primae super 4^{am}⁹⁸⁵.



⁹⁸¹ Prima di *Si fuerint* leggesi, cancellato: *Si 4 lineae, quarum prima et 2^a sint aequales 3^{ae} et 4^{ae} simul sumptis, prima tamen.*

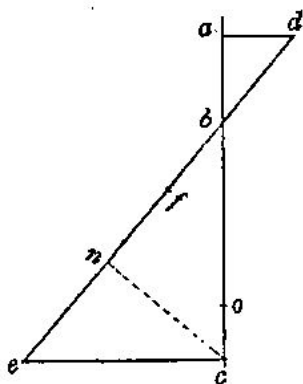
⁹⁸² *aequales 3^e et 4^e*

⁹⁸³ *et 2^a.*

⁹⁸⁴ *excessu 3^e.*

⁹⁸⁵ Cod. A, car. 61*t.*, autografo di GALILEO.

si fiat ut eb ad ebc , ita ebc ad aliam bs , erit excessus huius super ebc ad bc ut ebc ad eb . Fiat igitur ut ebc ad eb , ita alia ad bc (hoc autem fit ducta perpendiculari cn ; erit



enim nbc ad bc ut cbe ad bc)⁹⁸⁶, quae alia cbn cum bc est ea quae conficitur eodem tempore post bc ac ipsa bc : quare si fiat ut haec alia cum bc ad bc , ita cb ad ab , erit ab quaesitum⁹⁸⁷.

Productis lateribus ab , ac versus d , e , et erectis perpendicularibus cg , bf , ponatur an aequalis ac , et ut ab ad bn , ita fiat al ad lc , et ipsi al secetur aequalis ai , ipsarumque ac , ib tertia proportionalis sit ce ; et diametro ae semicirculus ducatur, secans cg in g ,

⁹⁸⁶ Da *hoc* a «*ad be*» è aggiunto in margine. -

⁹⁸⁷ Cod. A, car. 71r., autografo di GALILEO.

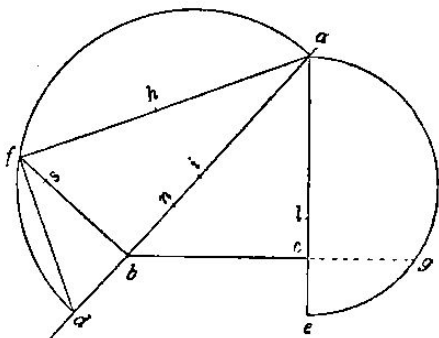
ductaque per *e* parallela *ed*, occurrenti *ab* protractae in *d*, alter semicirculus describatur, secans perpendicularem *bf* in *f*, et iungatur *fa*: constat iam, ut *ab* ad *bd*, ita esse *ac* ad *ce*, et mediam *bf* ad mediam *cg*⁹⁸⁸ ut *ab* ad *ac*, et insuper *ib* esse aequalem *cg*. Cumque *fb* maior sit *cg*, ponatur *bs* ipsi *cg* aequalis: et quia⁹⁸⁹ ut *ba* ad *ac*, seu *an*, ita *fb* ad *cg*, seu *bs*, erit ut *ab* ad *bn*, hoc est *al* ad *lc*, ita *bf* ad *fs*, et $\square$ sub *fb*, *lc* erit aequale $\square^\circ$ sub *al*, *fs*, seu sub *ai*, *fs*⁹⁹⁰.

⁹⁸⁸ Dopo «cg» si legge, cancellato, *hanc autem aequalem esse bi*. -

⁹⁸⁹ *aequalis: e quia*.

⁹⁹⁰ Cod. A, car. 55*t*., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 255-257.

□^a aequalia⁹⁹¹ sunt, unum, quod continetur ab bf et



ab excessu ac super ab , qui sit lc ; alterum est quod continetur ab ab , vel ai , vel al , et ab excessu fb super bi , vel super cg : ergo ut al ad lc , ita bf ad fs , nempe⁹⁹² me-

dia bf ad excessum sui super mediam cg . Sed fb ad cg est ut ab ad ac : posita igitur an aequali ac , erit ut ab ad bn , ita al ad lc .

Totum opus tale videtur esse. Secetur an aequalis ac , et ut ab ad bn , ita fiat al ad lc , et ponatur ai aequalis al ,

⁹⁹¹ *equalia*.

⁹⁹² Tra «ad fs» e *nempe* si leggono le seguenti parole, le quali sono sottolineate: *et, per conversionem rationis, ut fb ad bs, idest ut fb ad cg, idest ut ab ad ac*.

et ut ac ad ib , ita fiat ib ad ce : erit ce linea quaesita⁹⁹³, nempe pars superior perpendiculi, ex qua mobile conficiet ipsam cum ab tempore eodem ac solam ab ⁹⁹⁴.

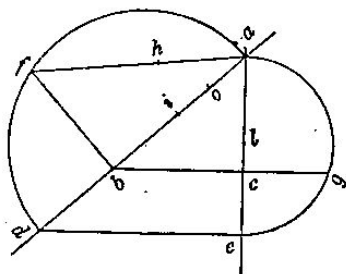
Si ba aequatur ai , et hf , fb , et $\square fa$ $\square$ ^{is} fba , demptis $\square$ ^{is} fb , ba , fb , ia , $\square$ bis sub fb , ba aequabitur $\square$ bis sub ai , ib et $\square ib$.⁹⁹⁵

⁹⁹³ *linea quesita*

⁹⁹⁴ Cod. A, car. 54r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 255-257.

⁹⁹⁵ Dopo «et $\square ib$ » segue, cancellato: $\square fa$ aequatur $\square$ ^{is} ab , bf ; ergo $\square$ dab aequatur $\square$ ^o ba et $\square$ ^o abd : sed ba aequantur $\square$ ^a bc , ca : ergo $\square$ dab superat quadrata ac , cb abd . Protrahenda est igitur ab , donec $\square$ dab superet $\square$ ^a bca $\square$ ^o abd .

2 $\square^a$ ahf aequantur duabus
 aib , fb , ac ; est enim $\square^{abi}$
 aequale $\square^o$ fb , ac , cum sit ut ac
 ad cg , seu bi , ita ab ad bf .⁹⁹⁶
 oportet igitur ut excessus $\square^i$
 ahf super $\square^o$ aib , seu ah , ib , sit
 aequalis excessui $\square^i$ fb , ac super $\square^o$ fba .⁹⁹⁷ Excessus
 autem $\square^i$ ahf super $\square^o$ aib , seu ah , cg , est $\square$ contentum



⁹⁹⁶ Da est enim a «ita ab ad bf» è aggiunto in margine.

⁹⁹⁷ Dopo «super $\square^o$ fha» segue, cancellato: sed $\square^{um}$ ahf superat $\square^{um}$ ahib ut linea fh superat bi; $\square$ vero fb, ac superat $\square$ fha ut linea ac superat lineam ah; ergo oportet, excessum lineae ac super ah esse aequalem excessui fh super bi; ergo oportet, lineas ac, ib, seu ae, cg, esse aequales lineae af. Protraendae itaque sunt lineae ab, ac in d, e, adeo ut media inter dab si [sic] aequalis duabus ac et mediae inter ac, ce.

a gc et ab excessu fb , seu fb , super cg et ab ipsa gc . Excessus vero $\square^i acbf$ super $\square^o ahf$ est aequalis⁹⁹⁸ $\square^o$ contento ab excessu ac super ah , seu ai , et ab ipsa fb . Si igitur ponatur al aequalis ai , iste excessus erit $\square^i fb$, lc , cui debet esse aequalis alter excessus $\square^i ahf$ super $\square^o aib$, nempe (posita bo aequali fb) $\square^o aio$ ⁹⁹⁹.

$\square$ lineae aequalis duabus haf superat $\square^i hf$ $\square^o$ ex linea aequali tribus $fhaf$ et ex excessu duarum haf super hf , quod in nostro casu debet esse ae : faciendum itaque est, quod $\square^i$ trium $fhaf$ in ea cum $\square^o hf$ sint aequalia $\square^o$ ex linea aequali duabus haf , seu dicas, faciendum esse ut tria $\square^a$ trium laterum trianguli haf in ae cum duobus $\square^i$ ha , af sint aequalia $\square^o$ ex haf tanquam e una linea.

faciendum est ut $\square^i fa$ ad $\square^i fe$ sit ut duae fha ad duas

⁹⁹⁸ *equalis*

⁹⁹⁹ Cod. A, car. 99*t*., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 255-257

ponatur media inter
 eb, bd ipsa bh ; erit bh

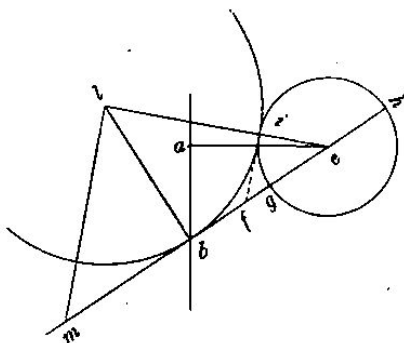
factum sit ut tempus per 2 *abe* sit aequale tempori per solam *be*. Divisa *de* bifariam, semicirculus describatur, et ducatur perpendicularis *bn*, et iungatur *dn*: erit *dn* media¹⁰⁰¹ inter *ed*, *db*, et *bn* inter *ebd*. Et existente *ab* tempore per *ab*, et *db* per *db*, secetur *df* aequalis *dn*; erit *bf*

1001 *erit din media.*

tempus per *be* post *db*, seu *ab*: unde tempus per 2 *abe* erit *abf*; tempus vero per *be* ex *b* erit *bn*, cum sit media inter *db*, *be*: ergo *bn* aequatur duabus *abf*.

Posita communi *bd*, erunt 3 *db*, *bf*, *ba*, hoc est 2 *dn*, *ba*, aequales duabus *nb*, *bd*; et ablatis aequalibus *db*, *dr* et *bs*, *ba*, reliqua *rn* reliquae *ns* erit aequalis¹⁰⁰².

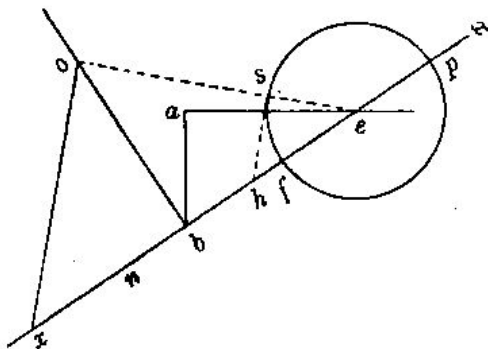
$\angle bg$ aequatur $\angle$ is bf, fg et 2 $\angle bfg$: pro $\angle$ o bf sume $\angle bfg$; erit $\angle bg$ aequale duobus $\angle bfg$, $\angle$ o fg et $\angle$ o hfg , idest $\angle hgf$ cum $\angle$ o fg : id autem idem est ac si dicas, $\angle bg$ esse aequale 2 $\angle bfg$, 2 $\angle egf$ et 2 $\angle fg$. Ex $\angle$ o bg deme 2 $\angle bfg$ et 1 $\angle gf$; remanet $\angle bf$ aequale 2 $\angle$



¹⁰⁰² Cod. A, car. 144r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 258.

egf minus 1 $\square gf$, quod est $\square hfg$ aequale $\square^o bf^{1003}$.

posito ab esse tempus per ab , erit eb tempus per eb , et tempus per futuram bx ex quiete in b erit media inter eb , bx ; et ideo erigitur perpendicularis bo , ut in ea notetur media. Tempus vero per totam ebx futurum est media inter xe , eb , quae erit eo , cuius excessus super eb erit tempus per bx post eb , qui excessus cum ba (tempora scilicet per abx) debent aequari mediae bo . Cum autem hoc fuerit (nempe excessum mediae oe , seu en , super eb una cum ab , dico nba , esse aequales¹⁰⁰⁴ ipsi bo), posita com-



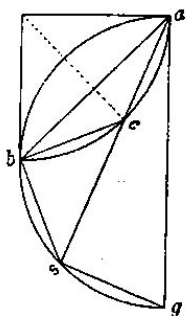
¹⁰⁰³ Cod. A, car. 54t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 258.

¹⁰⁰⁴ *esse equales*

muni be , erunt 2 ne , idest oe , ab , aequales duabus ob , be : aufe-
rantur os , ba , aequales duabus ob , bf ; reliqua fe (quae datur) erit
aequalis reliquae es . Redactum ergo est opus, ut, centro e , inter-
vallo¹⁰⁰⁵ ef , circulo descripto, a centro e educatur linea occurrens
 bo , ita ut pars extra circumulum, qualis est so , sit aequalis ob . Dum
autem hoc fuerit, perpendicularis ex s ad so occurret bf , ut in h ,
et erit aequalis hb , et tanget circumulum, eritque eius $\square$ aequale $\square$
 phf : cumque datae sint pf , fb , oportet ita¹⁰⁰⁶ dividere fb , ut $\square$
 phf sit aequale $\square$ hb ; quod erit dum ph ad hb sit ut bb ad hf , et,
componendo, ut pb ad bb , ita bf ad fh , et, permutando, ut pb ad
 bf , ita bb ad hf . Dantur autem pb , bf : ergo dabitur bb . Duc
igitur a puncto h tangentem hs , et per s , eso , etc.

¹⁰⁰⁵ *intervallo f , circulo*

¹⁰⁰⁶ *oport ita*



fac ut dupla eb ad bf , sic bf ad fb ;
seu ut eb ad bf , sic bf ad aliam, cuius
dimidium erit fb .

fac ut bx ad xf , ita fb ad bh , et
habebis punctum h ¹⁰⁰⁷.

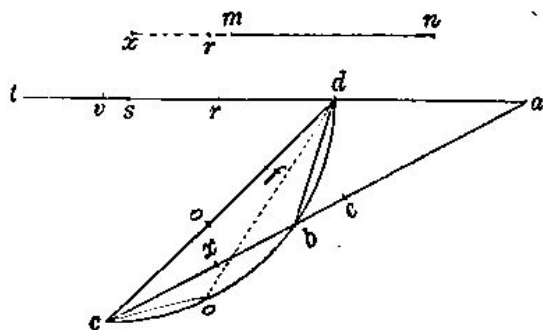
Inveniendum sit tempus quo conficiuntur 2 acb in ratione ad
tempus quo conficitur sola ab . Fiat abg $\angle$ rectus, et semicir-
culus abg describatur, et protrahatur ac ad s , et connec-
tantur gs , bs ...¹⁰⁰⁸

Dicimus, tempus quo mobile permeat lineas db , bc
brevius esse tempore quo permeat solam bc . Sit ae ae-
qualis bc : si itaque fuerint motus initia puncta a , b , eo-
dem tempore peragentur lineae bc et ae . Sit tempus quo

¹⁰⁰⁷ Cod. A, car. 97t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 258.

¹⁰⁰⁸ 2 Cod. A, car. 157t., autografo di GALILEO. Cfr. pag. 262.

conficitur ae , vel bc , ipsum mn , et quam rationem habet



ae ad
mediam in-
ter ae , ac ,
hanc habeat
 nm ad nx ; erit
 nx tempus
totius ac :
quam vero

rationem habet ca ad mediam inter ca , ab , hanc habeat tempus xn ad nr ; erit rn tempus ipsius ab , rx vero ipsius bc post ab (quam xr oportet minorem esse ipsa mn). Ostendatur, citius transiri bc post ab quam fc post df .

Sit ds tempus quo peragitur tota dc , vel bc , et quam rationem habet media inter cd , df ad df , hanc habeat tempus sd ad dr ; constat, tempus ipsius fc esse rs : quia vero tempus ipsius bc , seu ae , est idem ds , fiat ut ea ad mediam inter ea et totam ac , ita sd ad dt , eritque dt tempus totius ac . Quod si rursus fiat ut tota ca ad mediam inter ca , ab , ita td ad dv , erit vt tempus ipsius bc post ab : hoc autem ostendendum est, esse minus ipso rs .

punctis¹⁰¹² imminui pro ratione accessus¹⁰¹³ puncti perpendicularis, ut t , ad centrum

ut bc ad cd , sic cd ...

momentum super plano dc ad totale momentum est ut linea tr ad rd , ducta lb aequidistante cd .¹⁰¹⁴

quaeritur ratio co ad cv .

$\square cdf$ aequatur $\square rc$, ds ; $\square acb$ aequatur $\square rcn$; ergo $\square$ um cdf ad $\square acb$ est ut diameter ds ad diametrum nc : ut autem cn ad ds , ita cd ad df , ob similitudinem portionum cbc et df : ut autem

¹⁰¹² *quadrantis puctis*

¹⁰¹³ Tra *ratione* ed *accessus* si legge, cancellato, *perpendicularis*

¹⁰¹⁴ Cod. A, car. 131r., autografo di GALILEO. Le lin. 8-9 sono state cassate, probabilmente da GALILEO stesso, con segni trasversali. - Cfr. pag. 262.

cd ad df , ita $\square co$ ad of .¹⁰¹⁵

ostende, co maiorem esse cv .

Ostende...

sit ut od , dc , ca , av , ita rd , ds , td , dg .

sit do media inter cd , df ; av media inter ca , ab ; ck media inter ac , cb ; et accipiatur utcumque ds .

ut¹⁰¹⁶ cd ad do , ita sd ad dr , seu ut bc ad cd , seu ut dc ad ca .

fiat ut bc ad ck , ita sd ad dt ; ut autem va ad ab , ita td ad dg .

Probetur, gt minorem esse quam sr .

quia enim ut sd ad dr , ita cd ad do , per conversionem rationis et convertendo, ut rs ad sd , ita oc ad cd ; ut autem sd ad dt , ita cd , hoc est kc , ad ca : et quia est ut td ad dg ,

¹⁰¹⁵ Cod. A, car. 149t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 262.

¹⁰¹⁶ Prima di "ut cd ", e nella stessa linea, si legge, sottolineato: *fiat*
ut od ad df, ita sd ad dr

ita *ca* ad *av*, per conversionem rationis erit quoque ut *dt* ad *tg*, ita *ac* ad *cv*: ergo, ex aequali, ut *rs* ad *gt*, ita *oc* ad *cv*. Ostenditur autem, per lemmata, *co* maior quam *cv*; ergo tempus *rs* maius est tempore *gt*: est autem *rs* tempus quo peragitur *fc* post *df*, *gt* vero tempus quo peragitur *bc* post *ab*: ergo patet propositum¹⁰¹⁷.

quia¹⁰¹⁸ ut *ac* ad *cs*, ita *sc* ad *ce* et *as* ad *se*, ergo ut *ac* ad

¹⁰¹⁷ Cod. A, car. 150r, autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 262.

¹⁰¹⁸ In fianco della pagina si legge, cancellato con linee trasversali, quanto segue: *ut ca ad ab, ita ab ad ae; ergo ut* □ *ca ad* □ *ba, vel* □ *ba ad* □ *ae, ita ca ad ae, vel ea ad as; ergo punctum s reperitur, si fiat ut* □ *ba ad* □ *ae, ita ea ad as: fiet autem hoc, si ipsarum ba, ae accipiat 4^a proportionalis as. At* □ *ba ad* □ *ae est ut* □ *ex diametro in an ad* □ *ex diametro in ar, quibus sunt aequalia; ergo ut ea ad as, ita na ad ar, idest altitudo lineae ba ad altitudinem lineae ae. Linea ergo ba ad as est ut cubus ba ad cubum ae. Fiat ut ru ad be, ita be ad no, et ut ba ad an, ita no ad bd. bv ad ve est ut ca ad ae, hoc est ea ad as.*

ut *ca* ad *av*, ita tempus, *pq* ad¹⁰²¹ *qt*: erit *qt* tempus per *ab*, *tp*
vero tempus per *bc* post *ab*¹⁰²².

Cum semidiameter sit 100000, quadrantis circumferen-
tia est $< 157143 / 157042$;
seu si semidiameter sit 1000, circumferentia quadran-
tis¹⁰²³ $< \text{plus } 1570 / \text{minus } 1571$; si $\square$ sit 1000000, $\square$
erit 785250.¹⁰²⁴

¹⁰²¹ *tempus per* pq ad, GUID.

¹⁰²² Cod. A, car. 148r., autografo di GALILEO. Della figura e delle
lin. 9-15 si ha una copia, di mano del GUIDUCCI, a car. 92t.
Cfr. pag. 262.

¹⁰²³ Le parole *circumferentia quadrantis* sono sostituite a *quadrans erit*,
che leggesi cancellato

¹⁰²⁴ $\square$ erit 785260 è sostituito a $\square$ erit *plus 660000/minus*
660500, che è cancellato.

Tempus quo conficeretur circumferentia quadrantis, si esset recta et ad perpendicularum, 125331.

Tempus per *ac* ad tempus per 2 *aec* est ut 1000 ad $937 \frac{1}{2}$ fere; tempus per *ec* ad tempus per 2 *egc*, ut 1000 ad $866 \frac{3}{5}$; tempus per 8*c* ad duas suas, ut 1000 ad $733 \frac{2}{3}$.

ad longa puncta 180; sit tempus casus per ipsam m^i 180,
et per ambas *adc* m^i 270.

ac———254 $\frac{3}{5}$; ————— m^i 254 $\frac{3}{5}$.

ae———138; tempus casus per illam m^i 164.

ec———138; tempus casus per eam post *ac* m^i
75,

et per ambas m^i 239,¹⁰²⁵

af recta—70 $\frac{1}{2}$; tempus etc. —————113 $\frac{1}{2}$

fe———70 $\frac{1}{2}$; tempus casus post *af*———48¹⁰²⁶

et per ambas *afe* 161
 $\frac{1}{2}$ ¹⁰²⁷

¹⁰²⁵ 239 è sostituito a 196, che è cancellato

¹⁰²⁶ Dopo 48 leggesi, cancellato, $\frac{1}{2}$.

¹⁰²⁷ 161 $\frac{1}{2}$ è sostituito a 154, che è cancellato

eg ————— $70\frac{1}{2}$; tempus ————— 39

gc ————— $70\frac{1}{2}$; ————— 39

et per ambas *egc* 75

et per 4 *aeffc* $236\frac{1}{2}$

71757, si casus per *egc* ad casum per *ec* haberet eandem rationem quam casus per *aec* ad casum per *ac*: movetur ergo citius per *egc* quam per *aec*. Et ex quiete in 8 tempus per duas *8c* ad tempus per solam *8c* est ut 14378 ad 19598: longe igitur adhuc citius movetur quam per 2 *egc*¹⁰²⁸.

ad longa—100000 tempus casus 100000.

ac———141422; ———141422.

ae———76536; ———91017.

xqec tota—261313; ———261313.

ce———76536; ———41576.

	media	inter	<i>ad</i> ,	<i>te</i>
				8409
0;				
	tempus		per	<i>te</i>
				840
90.				

¹⁰²⁸ Cod. A, car. 166r., autografo di GALILEO. Cfr. pag. 263.

per ambas *aec* tempus 132593.

af recta—39017 tempus casus 63045.

*fz*_x———46022; —————74408.

*efz*_x tota—85039; tempus———101129.¹⁰²⁹

ef recta—39017 tempus casus 26721.

	media	inter	<i>da</i> ,	<i>fs</i>
				6186
1;				
	tempus		per	<i>sf</i>
				8409
0.				

per ambas *afe* 89766

*eh*_x ——127228; tempus———151300.

*geh*_x———166245; —————172957.

eg———39017; —————21657.

¹⁰²⁹ 101129 è sostituito a 85039, che è cancellato.

grx———472242; ———491363.

cgrx———511259; ———511259.

cg———39017; ———19896.

per ambas *egc* 41553

per ambas 4 131319

tempus per *vg* 96118

kel———82843; ———50404.

lx, ld———58579; ———91018.

la———41422; tempus casus 64360.

elx———100000

kelx———141422.

kc———41422; ———20711.

per 3 *alekc* 135475

a2 ———19604; tempus———44385.

2x———20836; ———16156.

$f2x$ ———39990; ———64644¹⁰³⁰

$2f$ ———19604; ———18488,

72 longa 19508; tempus 44168.

$2x$ ———20386; tempus.....

per ambas $a2f$ 62783;

$f\beta$ ———19604; ———14372.

fx ———43392; ———70144.

$3fx$ ———62996; tempus—84516.

$e\beta$ ———19604; ———12360.

$e\beta x$ ———91475; ———108873.

βx ———71871; ———94623.

per ambas $f\beta e$ 26732;

per 4 $a2f\beta e$ 89605;

¹⁰³⁰ ~~64644~~ è sostituito a ~~46156~~, che è cancellato.

linea 39 55557; tempus 74536

$4e$ ☿ ———131072; ———143743.

e ☿ ———111468; ———132558.

$e4$ ———19604; ———11185.

$g4$ ♊ ———195993; ———203906.

4 ♊ ———176389; ———193439.

$g4$ ———19604; ———10467.

per ambas $e4g$ 21652;

$8g$ ♋ ———338035; ———341316.

g ♋ ———318431; ———331287.

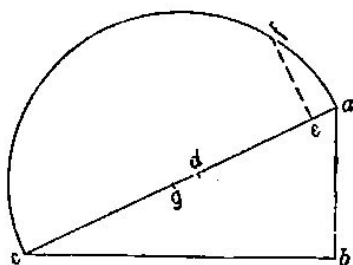
$8g$ ———19604; ———10029.

$c8$ ♎ ———1019979; ———1019979.

8 ♎ ———1000375; ———1010187.

$c8$ ———19604; ———9792.¹⁰³¹

¹⁰³¹ Cod. A, car. 55r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 264.



per ambas $g8c$ 19821;

per 4 $edg8c$ 41473;

8 m ...; tempus 99030.

per 8 $a2f3e4g8c$ 131078

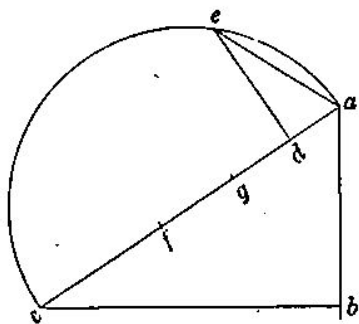
Quaeritur in ac pars aequalis ab , quae conficiatur tempore aequali tempori per ab . Ponatur ad aequalis ab , et circa ac semicirculus describatur, et ponatur af aequalis dimidia de , et ab f demittatur perpendicularis fe , et eg ponatur aequalis ab : dico, eg ex quiete in a confici eodem tempore ac ab , media proportionalis¹⁰³² inter ca , ag ...¹⁰³³

¹⁰³² ac ab, *meda proportionalis*

¹⁰³³ Cod. A, car. 55r., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 264.

Quaeritur versus c pars quae conficiatur eodem tempore ac ad .

Sit tempus per ac , ac ; tempus per ad erit ae : ponatur cf aequalis ae , et ipsarum ca , af 3^a proportionalis sit ag : dico, gc esse quod quaeritur. Cum enim tempus per totam ac sit ac , tempus per ag erit af , media inter ca , ag , et reliqua fc erit tempus per gc : est autem fc posita aequalis ae : ergo patet.



In qualibet latione spatium quod conficitur versus finem eodem tempore ac spatium versus principium, est medium proportionale inter totum lationis spatium et ipsum spatium versus principium¹⁰³⁴.

Secta ca utcumque in d ,

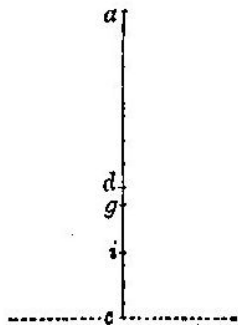


¹⁰³⁴ Cod. A, car. 55t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 264.

pars¹⁰³⁵ vero cd bifariam in i , dico quod si fiat ut tota ac ad ce , ita id ad dg , erit ut ca ad ai , ita ia ad ag .

Si totum ca ad totum ai est ut ablatum ia ad ablatum ag , erit reliquum ci ad reliquum ig , idest reliquum di ad reliquum ig , ut totum ca ad ai , seu ia ad ag , et, per conversionem rationis, ut ac ad ci , ita id ad dg , seu ci ad dg , idest ad ae : sed ita factum est. Componitur itaque: quia ci ad ae , idest id ad dg , est ut ac ad ci , erit, per conversionem rationis, ut ca ad ai , ita di ad ig , seu ci ad ig ; cum itaque sit ut totum ca ad totum ai , ita ablatum ci ad ablatum ig , erit etiam reliquum ia ad reliquum ag ut totum ca ad totum ai : quod erat ostendendum.

Faciendum ut ai ad ig , ita ig ad gd . Ponatur ic aequalis id , et fiat ut ac ad ci , ita id ad dg : erit, per conversionem rationis, ut ca ad ai , ita di ad ig , seu ci ad ig ; et cum ut totum ca ad totum ai , ita ablatum ci ad ablatum ig , erit reliquum ia ad reliquum ag ut ablatum ci , seu di ,



¹⁰³⁵ *pars* [sic] è sostituito a *reliqua*, che è cancellato.

ad *ig*, et,¹⁰³⁶ per conversionem rationis, ut *ai* ad *ig*, ita *id* ad *dg*.¹⁰³⁷

Particolari privilegi dell'artiglieria sopra gli altri strumenti meccanici.

Della sua forza, ed onde proceda.

Se operi con maggior¹⁰³⁸ forza in una certa distanza o da vicino.

Se la palla vadia per linea retta, non sendo tirata a perpendicolo.

Che linea descriva la palla nel suo moto.

La causa ed il tempo dello stornare il pezzo.

Impedimenti che rendono, il pezo difettoso ed il tiro incerto.

Del metterle a cavallo e scavalcarle.

Della fabrica del colibro.

Dell'esamine circa la bontà e giustezza del pezzo.

Se quanto più è lungo il pezzo, più tira lontano, e perchè.

A quale elevazione tiri più da lontano, e perchè.

¹⁰³⁶ Tra «ad *ig*» ed *et* leggesi, cancellato, *et dividendo*.

¹⁰³⁷ Cod. A, car. 84*t.*, autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 264.

¹⁰³⁸ *magior*

Che nel tornare la palla ingiù nel perpendicolo, torna con le medesime forze e velocità con che andò in su.

Diverse palle artifiziate e lanterne, e lor uso¹⁰³⁹.

Prima proposizione. Che 'l proietto descrive la parabola.

2^a Prova, il moto composto di 2 equabili, orizzontale e perpendicolare, essere in potenza eguale ad amendue.

3. Considera il moto composto di 2, orizzontale equabile e perpendicolare accelerato.

4. Mostro come si debba determinar l'impeto del proietto in tutti i punti della parabola.

5. Trovare, nell'asse prolungato della data parabola, il punto sublime dal quale il cadente descrive la parabola. Segue il corollario, che la metà dell'ampiezza è media tra l'altezza e la sublimità della parabola. Si aggiugne l'altro corollario, che è, le amplitudini delle parabole essere eguali quando le loro altezze e sublimità alternatamente sono eguali.

6. Data la sublimità e l'altezza, trovar l'ampiezza della parabola.

7. Nel descriver parabole di ampiezze eguali, minor impeto si

¹⁰³⁹ Cod. A, car. 193r., autografo di GALILEO. Le lin. 1-4 e 7 sono state cancellate, probabilmente da GALILEO stesso.

ricerca in quella là cui ampiezza è doppia dell'altezza, che in qual si voglia altra. Segue per corollario, nelle parabole descritte dal medesimo impeto l'amplitudine massima esser di quella che nasce dall'elevazione dell'angolo semiretto.

8. Le ampiezze de i tiri cacciati con l'istesso impeto e per angoli egualmente mancanti o eccedenti l'angolo semiretto, sono eguali.

9. Le ampiezze sono eguali delle¹⁰⁴⁰ parabole, le altezze e sublimità delle quali si rispondono contrariamente.

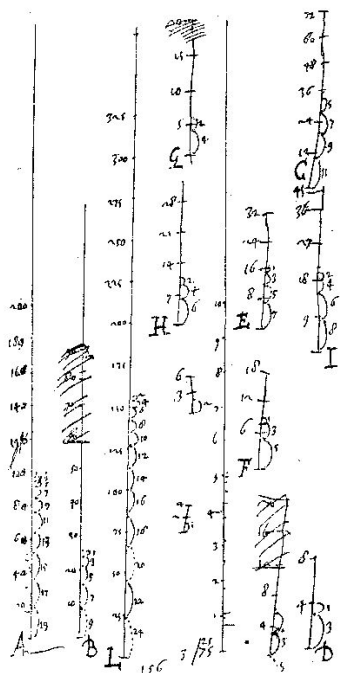
10. I momenti delle parabole d'eguali ampiezze son fra loro come i momenti delle altezze perpendicolari dalle quali si generano esse parabole.

11. Il momento di qualsivoglia semiparabola è eguale al momento del cadente per la perpendicolare composta dell'altezza e sublimità della semiparabola.

12. Dato l'impeto e l'ampiezza, trovar l'altezza della parabola¹⁰⁴¹.

¹⁰⁴⁰ *sono aeguali delle*

¹⁰⁴¹ Cod. A, car. 106t., autografo di GALILEO.



Notabile per i proietti nel determinare quanto detragga la propension naturale in giù al moto preternaturale della proiezione.

Si impetus violentus disponatur secundum numeros pares, descensus naturalis demit dimidium, ut constat in exemplis D, f , E, B, C, A; verum si dispositio sit secundum numeros

impares, naturalis descensus demit minus quam dimidium iuxta numerum partium dispositarum, ut patet in exemplis G, H, I, L. In G enim partes dispositae iuxta impetum violentum¹⁰⁴² non retardatum sunt 3, nempe

¹⁰⁴² Tra *impetum* e *violentum* si legge, cancellato, *non*.

5, 10, 15; ex quibus in¹⁰⁴³ prima demitur 1, et¹⁰⁴⁴ relinquitur 4; dempto ex 2a 4, relinquitur 6; dempto ex 3a, nempe ex 15, 9, relinquitur idem numerus 6, qui deficit a dimidio 15 per 3, qui est numerus partium¹⁰⁴⁵ 5, 10, 15. In exemplo H numerus partium est 4, subtractiones motus naturalis sunt 6, 4, 2, quae conficiunt 12, cuius¹⁰⁴⁶ duplum deficit¹⁰⁴⁷ a 28 per 4. In exemplo I subtractiones 8, 6, 4, 2 exhibent 20, cuius duplum deficit a 45 per 5, qui similiter est numerus partium etc. In L pariter apparet, subtractiones, nempe 156, duplicatas

¹⁰⁴³ Tra *quibus* ed *in* si legge, cancellato, *p.^a*.

¹⁰⁴⁴ Tra *1* ed *et*, si legge, cancellato, *ex 2^a 3*.

¹⁰⁴⁵ *numerus partium*.

¹⁰⁴⁶ Tra *12* e *cuius* si legge, cancellato, *qui deficit a dimidio 2*.

¹⁰⁴⁷ *cuius duplus deficit*.

deficere¹⁰⁴⁸ per 13 (qui est numerus partium motus violenti) a 325, etc.¹⁰⁴⁹.

Sit ut ba ad ad , ita da ad ac , et sit be gradus velocitatis in b , et ut ba ad ad , ita sit be ad cf ; erit cf gradus velocitatis in c . Cum itaque sit ut ca ad ad , ita cf ad be , erit etiam ut $\square ca$ ad $\square ad$, ita $\square cf$ ad $\square be$: ut autem $\square ca$ ad $\square ad$, ita ca ad ab ; ut igitur ca ¹⁰⁵⁰ ad ab , ita $\square cf$ ad $\square be$: sunt ergo puncta e, f in parabola.

con un grado d'impeto fa due miglia all'ora; con 4 gradi d'impeto farà 8 miglia in un'ora, e 16 in 2 ore¹⁰⁵¹.

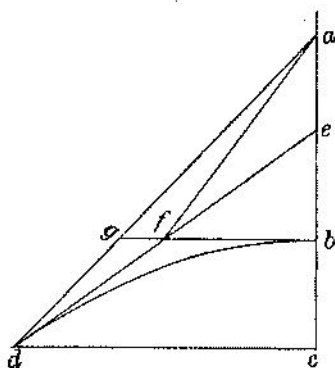
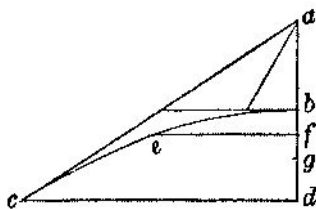
¹⁰⁴⁸ *duplicatae deficere*.

¹⁰⁴⁹ Tra *igitur* e "ca" vedesi, cancellato, il segno $\square$

¹⁰⁵⁰ Cod. A, car. 182*r*, autografo di GALILEO. La figura è a car. 182^b*r*. Cfr. pag. 268.

¹⁰⁵¹ Cod. A, car. 152*r*, autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 283.

Determinetur ergo impetus in singulis punctis parabolae *bec* ex potentia momenti acquisiti per descensum *ab*, quod semper servatur idem et determinat impetum horizontalem, et ex potentia alterius momenti acquisiti in descensu perpendiculari. Ut, v. g., in *e* erit impetus determinatus a linea potente *ab* et media inter *db*, *bf*, quae sit *bg*¹⁰⁵².



Parabola *bd* describitur ab elevatione *ab* cum altitudine *bc*. Ponatur, *ab* esse tempus et impetum casus *ab*, sitque *de* tangens parabolam: erit

¹⁰⁵² Cod. A, car.91t., autografo di GALILEO. Questo frammento tien dietro nel ms. immediatamente alle bozze delle Proposizioni II e III della Giornata quarta. - Cfr. pag. 283.

eb aequalis *bc*: cumque *bf* sit subdupla amplitudinis *cd*, erit quoque media inter sublimitatem *ab* et altitudinem *bc*, eritque tempus casus et impetus per *bc* in *c*. Iuncta igitur *af*, erit mensura impetus in *d* cadentis per *abd*. Attende numquid¹⁰⁵³ tempus et impetus per *ab* cum parabola *bd* est idem cum tempore et impetu per inclinatam *ad*¹⁰⁵⁴.

Tutta *ac* 140, e tanto sia il tempo e l'impeto in *c*, il quale impeto è di passare 280 nel tempo 140

ab 80; sarà il suo tempo la media tra *ac*, *ab*, cioè tra 140 e 80, che è 105: e però nell'orizzontale *bg* la velocità sarà di passare nel tempo 105 di *ab*, 160¹⁰⁵⁵, che è il doppio di *ab*. Ma il tempo di *bc*, dalla quiete in *b*, è la medesima tra *ac* 140 e *bc* 60, che è 91; adunque diremo: In

¹⁰⁵³ *numquid* è sostituito a *quod*, che si legge cancellato.

¹⁰⁵⁴ Cod. A, car. 83*t.*, autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 285.

¹⁰⁵⁵ Tra «*ab*» e 160 si legge, cancellato, *cioè*

questo¹⁰⁵⁶ tempo 91, quanto si passerà di bg , della quale nel tempo di ab , che è 105, se ne passa 160? Per la regola se ne passerà 138, e torna bene, chè tanta è cd .

Sia ab 80, tempo ed impeto in b , che nella bg , in tempo 80, passerà 160. Il tempo di bc sarà la media tra bc 60 e ab 80, che sarà 69. In questo tempo 69, quanto si passerà in bg , dove in 80 di tempo si passa 160? Si passa 138, e torna bene.

ab 60, tempo ed impeto; bc 30; sarà suo tempo ed impeto la media tra 60 e 30, che è $42\frac{1}{3}$; adunque tutto 'l tempo di a bd è $102\frac{1}{3}$. L'ampiezza cd è doppia della media tra ab , bc : è dunque $84\frac{2}{3}$. Ma tutta ac è 90, e cd $84\frac{2}{3}$; adunque ad sarà 123, ed il tempo di tutta ad sarà quanto la media tra da , ag , che torna 100 e più, e mostra star bene¹⁰⁵⁷.

¹⁰⁵⁶ *questo* è sostituito in margine a *che*, cancellato.

¹⁰⁵⁷ Cod. A, car. 86*t*., autografo di GALILEO. Manca la figura. - Cfr. pag. 285.

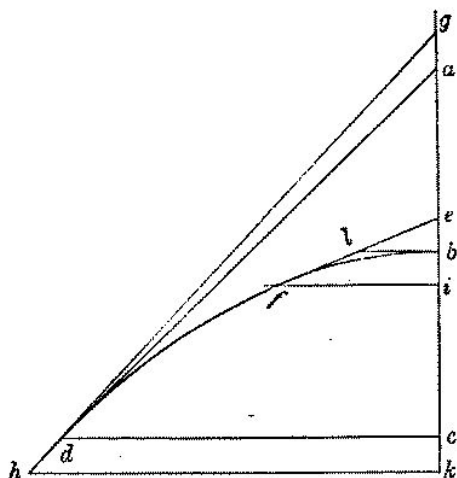
impetus in b ex a sit 100, sitque bc ipsi ba aequalis; erit impetus in d per a bd 142 proxime, et distantia cd 200. Impetus in f erit 125, distantia vero fi 150: deberet autem esse 176 fere, ut servaretur ratio impetus in d ad suam distantiam dc . Impetus in h fere 160, distantia eius hk 250¹⁰⁵⁸.

¹⁰⁵⁸ Cod. A, car. 110*t.*, autografo di GALILEO. Manca la figura.

Datae parabolae elevationem invenire, ex qua decedens mobile parabolam datam describat.

Sit data parabola bf , cuius altitudo bi , amplitudo vero if ; ducta horizontali bl , accipiat in perpendiculo be aequalis bi , et connectatur ef , quae parabolam tanget in f et horizontalem secabit in lc ; fiat ut eb ad bl , ita lb ad ba : dico, ab esse elevationem, ex qua decedens mobile, in b conversum, describet parabolam bf .

Si enim intelligatur, tempus casus per eb esse ipsum eb , et idem eb esse momentum celeritatis in b , erit bl tempus et momentum in b cadentis ex a : cadens igitur ex a in b , conversum in orizonte, tempore bl transibit duplam ba ;



ergo in eodem motu, tempore *eb*, transibit¹⁰⁶⁰ duplam *bl*: est enim ut tempus *eb* ad tempus *bl*, ita dupla *bl* ad duplam *ba*. Dupla vero *bl* est ipsa *fz*; ergo tempore *be* a cadenti ex *a* conficietur horizontalis *if*: sed eodem tempore *eb* conficitur perpendicularis *bi* ex quiete in *b*: ergo cadens ex *a*, conversus in *b*, eodem tempore conficit horizontalem *if* et perpendicularem *bi* ex quiete in *b*: describet ergo parabolam *bif*.

Constat, dimidiam basim esse mediam proportionalem inter altitudinem parabolae et elevationem supra parabolam, ex qua cadens illam designat¹⁰⁶¹.

Data amplitudine et altitudine semiparabolae, sublimitatem reperire.

¹⁰⁶⁰ *tempore eb, trinsibit*

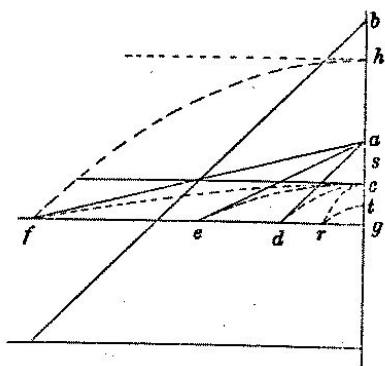
¹⁰⁶¹ Cod. A, car. 87t., autografo di GALILEO. In calce al frammento leggesi, pur della mano di GALILEO, l'indicazione: «Scritta». - Cfr. pag. 293.

Id statim colligitur ex eo quod dimidia amplitudo mediat inter altitudinem et sublimitatem; ergo, diviso quadrato $\square$ dimidiae amplitudinis per altitudinem, habebimus sublimitatem quaesitam.

Altitudines semiparabolarum, quarum eadem est amplitudo, aequantur dimidiae tangenti arcum suarum elevationum¹⁰⁶².

Cadens ex *a* in *c*, conversus, describit parabolam *cd*; si vero momentum velocitatis in *c* duplum foret, describeret parabolam *ce*, cuius *eg* dupla esset ad *gd*: impetus enim duplus in *c* permeat in orizonte duplum spacium tempore eodem. Sed ut acquiratur in *c* momentum duplum, necesse est, casum fieri ex quadrupla altitudine, nempe ex *cb*. Pariter, ex altitudine quadrupla ad *cb* describetur parabola *cf*, cuius amplitudo *gf* dupla est ad *ge*.

¹⁰⁶² Cod. A, car. 118*t*. autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 294.



Verum mobile in *d* videtur supra impetum in *c* addere impetum acquisitum per parabolam *cd*, quod respondet altitudinig. Mobile vero in *e* idem momentum addit supra impetum quem

habuit in *c*, qui erat duplus ad impetum alterius mobilis; ergo impetus mobilis in *e* videtur esse sexquialterus ad impetum mobilis in *d*. Similiter invenietur, impetum in *f* ad impetum in *e* esse ut 5 ad 3. In elevatione igitur *ea* si proiectum habuerit impetum sexquialterum ad impetum in *d*, proiecti secundum elevationem *da* proiicientur secundum parabolas *ec*, *dc* intra easdem parallelas, sed distantia *eg* dupla erit ad *dg*.

Impetus in *c* cadentis ex *a* sit 100; cadentis ex *b* erit 200 impetus in *d* erit 200; impetus in *e* erit 300.

Cadentis in *a* ex *b* impetus in *a* erit 141; conversi vero per parabolam *ae* impetus in *e* erit duplicatus, nempe 282. Constat igitur, maiorem esse impetum venientis

per parabolam ce in e , quam venientis per parabolam ae . Et si proiectum ex e , secundum elevationem eh , habet impetum ut 282, conficiet parabolam ea ; secundum elevationem vero ea conficiet proiectum parabolam ec , si habuerit impetum ut 300. Ergo in elevatione¹⁰⁶³ semirecti eh ab eadem vi longius eiacularur, quam in elevatione ea , quae minor est semirecto.

Impetus in f est 500, venientis per parabolam gf ; venientis vero per parabolam hf , impetus in f est 400. Ex quo patet etiam, longius eiaculari ab eadem vi per elevationem semirecti, quam per minorem.

Impetus in c ex s erit 50; in r erit 150.

Impetus vero in t ex c est fere $70 \frac{1}{2}$; conversi per parabolam tr in r erit 141, minor nempe quam venientis ex s per c in r , qui fuit 150. Unde constat, quod¹⁰⁶⁴ in

¹⁰⁶³ *in elevazione.*

¹⁰⁶⁴ *Unde consta, quod.*

elevatione semirecti rt ab eadem vi longior fit proiec-
tio¹⁰⁶⁵, quam per elevationem r ¹⁰⁶⁶.

Sit ce dupla ad ea , et fc tangat parabolam ac : sit adhuc
 bd aequalis ce et maior quam dupla ad dg , et kb tangat
parabolam gh , et ut kg ad gi , ita sit ig ad gk ; erit l initium
casus per parabolam gh ¹⁰⁶⁷: et sit gx media inter ae , gd ; gs
vero media inter ig , g ¹⁰⁶⁸: demonstrandum est, sx ¹⁰⁶⁹
maioressse quam fb .

$\square fb$ aequatur $\square^{is} fa$, ab , idest est duplum $\square^i gi$;
et $\square sx$ aequatur $\square^{is} sg$, gx : ostende ergo, $\square^a sg$, gx ,
vel $\square^{um} sx$, esse¹⁰⁷⁰ plus quam dupla $\square^i ig$.

¹⁰⁶⁵ *fit priedtio.*

¹⁰⁶⁶ Cod. A, car. 90^ar., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 294.

¹⁰⁶⁷ Le parole da *erit*, a «gh» sono aggiunte in margine.

¹⁰⁶⁸ Le parole da «gs» a «gl» sono aggiunte fra le righe.

¹⁰⁶⁹ «sx» è sostituito ad «lx», che si legge cancellato

¹⁰⁷⁰ *et $\square lx$ aequatur $\square lg$, gx : ostende ergo, $\square lg$, gx , vel $\square lx$, esse*

$\square^{\text{um}}$ aequatur $\square^{\circ}$ igd : ut dg ad gx , ita gx ad gi : ergo
 ut dg ad gi , ita $\square dg$ ad $\square gx$; ut autem dg , seu kg , ad
 gi , ita ig ad gl . Quia ut $\square xg$ ad $\square gi$, ita ig ad gl ; ut
 autem ig ad gl , ita $\square ig$ ad $\square$ mediae inter ig , gl , quae
 sit gs ¹⁰⁷¹; ergo ut $\square xg$ ad $\square gi$, ita $\square gi$ ad $\square gs$ ¹⁰⁷². Est
 autem xg minor quam gi (quia et dg minor est quam
 gi): ergo $\square ig$ minor est $\square^{\circ}$ mediae. Sed cum 3 $\square^a$
 xg , gi et mediae sint proportionalia, erunt extrema
 plus quam dupla $\square^i gi$ ^{1073 1074}.

¹⁰⁷¹ Le parole «quae sit gs» sono aggiunte fra le righe.

¹⁰⁷² Dopo «ita $\square gi$ ad $\square$ » si leggeva «*mediae inter ig, gl*», che GALILEO cancellò, sostituendo fra le righe «gs».

¹⁰⁷³ *plus quam dupa* - Dopo «gi» segue, cancellato, *ergo multo plus quam dupla erunt* $\square^a$ xg , gl .

¹⁰⁷⁴ Cod. A, car. 111r., autografo di GALILEO. Avvertiamo, per illustrazione delle varianti e per giustificare le correzioni da noi portate alle lin. 6-9, che GALILEO s'era dapprima proposto di dimostrare che lx è maggiore di fb , poi stimò invece

opportuno di riferire la dimostrazione ad sx , ed allora inserì gs come media fra ig e gl (lin. 4). Corretto pertanto nel primo luogo lx in sx (lin. 5), trascurò di sostituire in appresso s ad l , e soltanto aggiunse che aveva chiamato gs la media fra ig e gl (lin. 17), e sostituì gs dove la stessa media era nominata (lin. 18). - Cfr. pag. 294.

¹⁰⁷⁵ Cod. A, car. 86r., autografo di GALILEO. Vedi il facsimile II.
- Cfr. pag. 294.

b. a m m o n i t e f l e b e r e r n e i g e r e q u e r e c c e d e n t i n f l a m m a d o, a l i a u. a u r i f e r r o
 E l i o n. f e r r o. d. p u n t u m h. d. f r i t u b. d. g d. i s. f e r r o. g l. e r i t c o n t e d e
 m e d i a t i s a b i d o. c. g. p u n t u m d e f e r r o f e r r o. d. f e r r o. a l. c. m e r r o n. f e r r o
 n i s c o n f e r r o. e r i t. g l. a c. m e r r o n. a b. e r r o. d. f e r r o. d. u d. f e r r o. a l.

et gl'media ut g'm exit g'm. d'fuit et monit'u e.g. cadentis ex l. h't nactus i' b'e.
6c. eg'media g'm. qus exit monit'i uelocitate, et d'fuit m'ura cadentis ex
g'm. l' c' cu' d'fuit ut ^{pauca} d'fuit et monit'u d' c'a. N' igit' int'at' m'n. ex
m'n. impetus coracit' p'mo^{to} d'fuit in l. uelocitate aut m'n moue' est p'mo^{to}

~~L'ausencia d'ella Paratà al pic tangot ad. sent arisolate en p.
el estirament de la g. produint un efecte caduc q. descombert~~

~~ch et iping ro of ga~~ ~~fructus~~ ~~ut~~ ~~ga~~ ~~calle~~ ~~ca~~ ~~ga~~ ~~p~~ ~~o~~ ~~n~~ ~~e~~ ~~r~~ ~~i~~ ~~t~~

~~fuxat do~~ ~~ip~~ ~~bater~~ ~~eg~~ ~~al~~ ~~bu~~ ~~gna~~ ~~as~~ ~~erit~~ ~~os~~ ~~mendi~~ ~~cadeti~~

~~unit ois~~

et si quis sub lapide inter al. ob. media ux. erit o
manchus eo in a. iungat. q. s. que erit Epist. pro.

ma chère, ce n'est pas une surprise que vous ne soyez
pas si heureuse. Je suis sûr que vous en serez
sûr. Je suis sûr que vous en serez sûr.

Est aut m. maiore p. ac. sic probat:

gan. qn. p^{ro}ta i media ^{iter} be. qn. i aut. be. equalis

66 hoc ē h^{ic} erit int^{us} q^{uod} ad g^{en} ita n^{on} ad g^{en}

st ut q. sem hg. ad gh. ita □. hg. ad □ gh.

ut aut. hg. au gh. ita fecta ē hg. au

ut auct. hg. ad gl. ita facta e hg. ad
gl. g. ut q hg. ad q gl ita hg. ad gl.

[Faint handwritten notes at the bottom of the page]

sed ut h_g ad gl. ita $\square$ h_g ad $\square$ gm.
media n^o 6 media h_g il. is

media.n. e gm. iter kg. gl. gis

3. ~~2^a~~ sig. 9h. gm.

Subproprio:

notia, et a. r. r. r. r.

ry. gn. i. mn. oratus

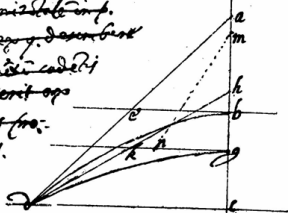
Lepidoptera ♂ ♀

quia dicitur q.
cuius q. u. ac.

Список с. 2. ас
Список с. 2. 9°

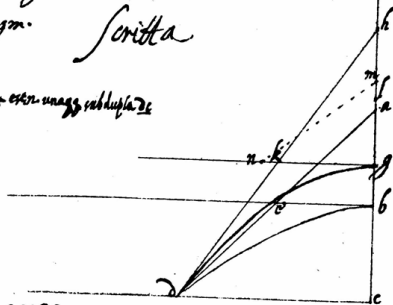
Duple etc: g
P. m. n. major d

D.^o ac. et linea m. maior linea ca



Hic determinat Par.^{le}
eiusdem amplitudinis, sed
altitudinum diversarum.

Scritta



¹⁰⁷⁶ Tra «*la fa*» e *Ma* si legge, cancellato, *nel quale media*.

835

cd è media tra *cb* e *ba*: trova¹⁰⁷⁸ dunque quale è la sublimità tra la quale e la *fc* sia media la metà dell'ampiezza *cd*, cioè la *cb*, e trovata che sia, pongasegli eguale la *fo*, ed arassi¹⁰⁷⁹ la sublimità *of* descrivere la parabola, la cui altezza sia *fc* ed ampiezza *cd*.

È dunque tal parabola maggiore della cercata, secondo che la *oc* è maggiore della *ac*; ma ben gli è simile, sendo toccata dalla *ed*. Convien dunque descriverne altra simile, diminuendo la sua sublimità e ampiezza secondo la proporzione di *ca* a *co*. Facciasi¹⁰⁸⁰ dunque

¹⁰⁷⁸ Tra «e ba» e *trova* si legge, cancellato, *Posta adunque lafe eguale alla metà dica*.

¹⁰⁷⁹ Le parole da «essendo che» a «ed arassi» sono scritte in margine, e sostituite a «alla quale è eguale la fi; per lo che, tirata laio perpendicolare allaec, cioè parallela allaga, si averà», che si leggono cancellate.

¹⁰⁸⁰ Tra «a co» e «Facciasi» si legge, cancellato: «Tirisi dunque la retta od, la quale segghi laga ins, e pers passi la parallela alla alla[sic] ce, che siatn: aremo il triangolo sdn simile all'ode, e 'l dtn simile all'edc».

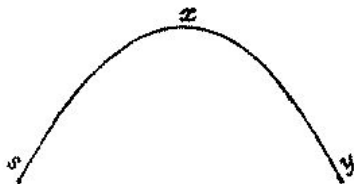
come oc a ca , così cd a cn .

Si cerca l'ampiezza nd .

Data la tangente ce mediante l'angolo dato edc , dividasì in mezo in f , e delle fc , cs sia 3a proporzionale fo , che sarà la sublimità della parabola fd ; congiungi cf con fo , facendo oc ¹⁰⁸¹; facciasi poi come oc a ca così cd a dn , ed aremo l'ampiezza cercata, cioè della parabola la cui sublimità e altezza sono eguali alla ac , e per conseguenza nascono da impeti eguali de' proietti cacciati dal punto d ¹⁰⁸².

SIMPL. Che la palla ricacciata in su descriva la medesima sx , mi par duro.

SAGR. Ma se non vi

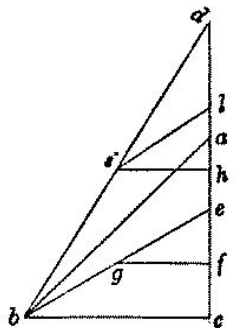


¹⁰⁸¹ Le parole «congiungi cf con fo , facendo oc » sono aggiunte in margine.

¹⁰⁸² Cod. A, car. 122t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 294.

par duro che, descrivendo la parabola intera yx , possa ridescriver la sxy , non vedete che di necessità fa la sx ?¹⁰⁸³

Sit (rectangulum abc , latera habens aequalia ac , cb . Fiant (aequales dba , abe , et divisa ec bifariam in f , et ducta fg parallela cb , fiat ut ef ad fg , ita gf ad fl : dico quod, si tota dc bifariam secetur in h , ducta hi parallela bc , erit ut db ad hi , ita ib ad hl .



Quia enim angulus cab aequatur angulo cba , et dba angulo abe , et angulus ceb duobus eab , abe est aequalis, ergo ceb ipsi cba ¹⁰⁸⁴ aequabitur, et triangulus ceb triangulo dcb erit similis, et illis quoque et inter se similes sunt egf , dih . Sed quia est ut ef ad fg , ita gf ad fl , erit triangulus agf ipsi

¹⁰⁸³ Cod. A, car. 106t., autografo di GALILEO. - Cfr. pag. 296 e veggasi anche pag. 446, lin. 12 - pag. 447, lin. 29.

¹⁰⁸⁴ ergo ceb ipsti cbd

egf similis, et ipsi quoque *dih*¹⁰⁸⁵.

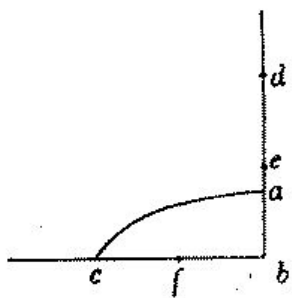
1086

¹⁰⁸⁵ Cod. A, car. 111t., autografo di GALILEO. L'intero frammento è cassato con linee trasversali. - Cfr. pag. 297.

¹⁰⁸⁶ Cod. A, car. 80, autografo di GALILEO. Vedi il facsimile III. - Cfr. pag. 297.

Tabula altitudinum semiparabolarum infra elevationem gr. 45, quarum impetus est semper idem, nempe sublimitas cum altitudine 10000.

Sit impetus datus semper idem, nempe bd , ex altitudine et sublimitate composita linea db 10000; et quia dimidia amplitudo, nempe bf , mediat inter altitudinem et sublimitatem, intelligatur db divisa ita, ut $\square$ partium sit aequale



quadrato $\square fb$. Quod si db divisa sit bifariam in e , erit $\square be$ aequale $\square$ partium ipsius db et $\square ae$; si ergo a $\square be$ dematur $\square fb$ (seu dicas $\square$ illi aequale, a partibus contentum) ^[0434] remanebit $\square ea$, cuius radix, dempta¹⁰⁸⁷ ex eb , relinquet ba altitudinem quaesitam. Amplitudo au-

¹⁰⁸⁷ Tra *radix* e *dempta* si legge, cancellato, «adc».

tem *bc* iam calculata est ad singulos gradus elevationis¹⁰⁸⁸.

Per trovar l'altezze delle parabole.

Dal $\square^\circ$ della metà dell'impeto (che è l'altezza con la sublimità della parabola) cava il $\square^\circ$ della metà dell'ampiezza della semiparabola; e la radice del rimanente, aggiunta alla metà dell'impeto, darà l'altezza cercata, quando l'elevazione è più di gradi 45. Per la presente tavola che si fabbrica, la metà dell'impeto è sempre 5000.

¹⁰⁸⁸ Cod. A, car. 103t., autografo di GALILEO. Il resto della car. 103t. e la car. 104r.-t. contengono calcoli numerici, relativi al computo della rispettiva tavola. - Cfr. pag. 305.

Ma¹⁰⁸⁹ se l'elevazione sarà meno di gradi 45, la detta radice del rimanente si de' sottrar dalla metà¹⁰⁹⁰ dell'impeto, ed il restante è l'altezza cercata¹⁰⁹¹.

ad elevationem gr. 22 proiectio in plano absumit amplitudinem ut 4 ad 3, nempe sexquitertia altitudinis¹⁰⁹².

Altitudines semiparabolarum, quarum eadem sit amplitudo, reperire.

Id autem absoluitur per dimidiam tangentem arcum elevationis datae semiparabolaе.

¹⁰⁸⁹ Tra 5000 e Ma si legge, cancellato, *ed il suo* □ 25000000.

¹⁰⁹⁰ dalle metà

¹⁰⁹¹ Cod. A, car. 110r., autografo di GALILEO. Il resto della car. 110r. e la car. 110t contengono calcoli relativi al computo della rispettiva tavola numerica. - Cfr. pag. 305.

¹⁰⁹² Cod. A, car. 102r., autografo di GALILEO.

Inventa, ex dictis, altitudine, sublimitates singularum semiparabolarum, quarum eadem sit amplitudo, facile reperies. Nam, cum dimidia amplitudo mediet inter altitudinem et sublimitatem, diviso $\square$ mediae amplitudinis per altitudinem, habebimus sublimitatem, quae postea, addita altitudini, exhibet impetum.

Fabricemus ergo tabulam sublimitatum, sitque semper dimidia amplitudo¹⁰⁹³ semiparabolae 5000, eius $\square$ semper idem 25000000; elevatio sit gr. 1, tangens ipsius 174 1/2, qualium tangens gr. 45 est 10000; tangens gr. 1, 174 1/2; eius dimidium, 87 1/4: per, hunc numerum divide $\square$ 25000000¹⁰⁹⁴.

¹⁰⁹³ *Amplitudo*.

¹⁰⁹⁴ Cod. A, car. 125*t*., autografo di GALILEO. Nel resto del tergo della car. 125 e nel recto di essa, nonchè nel recto e nel tergo della precedente car. 124, si contengono calcoli numerici, relativi al computo della rispettiva tavola. - Cfr. pag. 308.

Amplitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum.			Altitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum, ampli- tudinibus congruentes.			Tabula altitudinum semiparabolarum infra elevationem gr. 45, quarum impetus sit idem etc.		
Gr.						Gr.	Altitudo.	
45	10000	— 6	5000	— 173		1	3	— 10
46	9994	— 18	5173	— 173		2	13	— 15
47	9976	— 31	5346	— 177		3	28	— 22
48	9945	— 43	5523	— 175		4	50	— 26
49	9902	— 54	5698	— 170		5	76	— 32
50	9848	— 66	5868	— 170		6	108	— 42
51	9782	— 78	6038	— 169		7	150	— 45 [sic]
52	9704	— 92	6207	— 172		8	194	— 51
53	9612	— 101	6379	— 167		9	245	— 57
54	9511	— 115	6546	— 164		10	302	— 63
55	9396	— 124	6710	— 163		11	365	— 67
56	9272	— 136	6873	— 160		12	432	— 74
57	9136	— 147	7033	— 158 [sic]		13	506	— 79
58	8989	— 160	7190	— 158		14	585	— 85
59	8829	— 170	7348	— 154		15	670	— 90
60	8659	— 178	7502	— 148 [sic]		16	760	— 95
61	8481	— 191	7649	— 147		17	855	— 100
62	8290	— 200	7796	— 143		18	955	— 105
63	8090	— 210	7939	— 139		19	1060	— 110
64	7880	— 220	8078	— 136		20	1170	— 115
65	7660	— 230 [sic]	8214	— 132		21	1285	— 117
66	7431	— 240	8346	— 128		22	1402	— 125
67	7191	— 247	8474	— 123		23	1527	— 128
68	6944	— 252	8597	— 118		24	1655	— 131
69	6692	— 264	8715	— 115		25	1786	— 136
70	6428	— 271	8830	— 110		26	1922	— 139
71	6157	— 279	8940	— 105		27	2061	— 143
72	5878	— 286	9045	— 99		28	2204	— 147
73	5592	— 292	9144	— 96		29	2351	— 148
74	5300	— 300	9240	— 90		30	2499	— 154
75	5000	— 306	9330	— 85		31	2653	— 157
76	4694	— 311	9415	— 78		32	2810	— 161
77	4383	— 316	9493	— 74		33	2967	— 161
78	4067	— 321	9567	— 69		34	3128	— 167
79	3746	— 326	9636	— 62		35	3289	— 165
80	3420	— 330	9698	— 57		36	3456	— 172
81	3090	— 334	9755	— 51		37	3621	— 169
82	2756	— 337	9806	— 45		38	3793	— 170
83	2419	— 340	9851	— 39		39	3962	— 177
84	2079	— 343	9890	— 34		40	4132	— 175
85	1736	— 345	9924	— 27		41	4302	— 177
86	1391	— 346 [sic]	9951	— 21		42	4477	— 173 ⁽²⁾
87	1044	— 347 [sic]	9972	— 15		43	4654	— 173 ⁽²⁾
88	698	— 348 [sic]	9987	— 11 ⁽¹⁾		44	4827	
89	349		9998					

⁽¹⁾ Cod. A, car. 118t., autografo di GALILEO. La parte di questa Tavola relativa alle altitudini delle semiparabole si legge, sempre di mano di GALILEO, anche a car. 119r., e di qui noi l'abbiamo fedelmente riprodotta, perchè i trascorsi di penna (che indichiamo con sic) sono in minor numero in questa re-

dazione che in quella di car. 118t. A car. 119r. GALILEO aggiunse tale redazione dopo la *Tabula altitudinum semiparabolarum infra elevationem gr. 45* ecc., qui pur da noi riprodotta. — Cfr. pag. 304.

⁽²⁾ Cod. A, car. 119r., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 304.

Sublimitates parabolarum eiusdem amplitudinis partium 10000.			
Gr.		Gr.	
1	574712 — 288998	46	9658
2	285714 — 94875	47	9325
3	190839 — 44707	48	9004
4	146132 — 31716	49	8692
5	114416	50	8390
6	96762	51	8099
7	81433	52	7813
8	71225	53	7535
9	63131	54	7265
10	56753	55	7002
11	51440	56	6744
12	47036	57	6494
13	43327	58	6248
14	40770	59	6000
15	37341	60	5814
16	34867	61	5543
17	32701	62	5317
18	30788	63	5095
19	29035	64	4877
20	27472	65	4654
21	26055	66	4452
22	24754	67	4245
23	23551	68	4040
24	22462	69	3838
25	21440	70	3776
26	20500	71	3443
27	19631	72	3249
28	18435	73	3057
29	18037	74	2867
30	17319	75	2679
31	16625	76	2493
32	16005	77	2308
33	15399	78	2125
34	14819	79	1943
35	14253	80	1763
36	13762	81	1583
37	13268	82	1405
38	12800	83	1243
39	12348	84	1051
40	11916	85	874
41	11504	86	699
42	11106	87	524
43	10767	88	349
44	10356	89	174 ⁽¹⁾
45	10000		

Tabula continens altitudines et sublimitates semiparabolarum quarum amplitudo sit eadem, partium scilicet 10000, ad singulos gradus elevationis calculata.					
Eleva- tiones.	Altitudines. Sublimitates.			Altitu- dines.	Sublimi- tates.
Gr.			Gr.		
1	87	— 286533	46	5177	— 4828
2	175	— 142450	47	5362	— 4662
3	262	— 95802	48	5553	— 4502
4	349	— 71531	49	5752	— 4345
5	437 1/2	— 57142	50	5959	— 4195
6	525 1/2	— 47573	51	6174	— 4048
7	614	— 40716	52	6399	— 3906
8	702 1/2	— 35587	53	6635	— 3765
9	792	— 31565	54	6882	— 3632
10	881 1/2	— 28367	55	7141	— 3500
11	972	— 25720	56	7413	— 3372
12	1063	— 23518	57	7699	— 3234
13	1154	— 21701	58	8002	— 3123
14	1246	— 20056	59	8322	— 3004
15	1339	— 18663	60	8660	— 2887
16	1434	— 17405	61	9020	— 2771
17	1529	— 16355	62	9403	— 2658
18	1624	— 15389	63	9813	— 2547
19	1722	— 14522	64	10251	— 2438
20	1820	— 13736	65	10722	— 2331
21	1919	— 13024	66	11230	— 2226
22	2020	— 12376	67	11779	— 2122
23	2123	— 11778	68	12375	— 2020
24	2226	— 11230	69	13025	— 1919
25	2332	— 10722	70	13237	— 1819
26	2439	— 10253	71	14521	— 1721
27	2547	— 9812	72	15388	— 1624
28	2658	— 9404	73	16354	— 1528
29	2772	— 9020	74	17437	— 1433
30	2887	— 8659	75	18660	— 1339
31	3008	— 8336	76	20054	— 1246
32	3124	— 8001	77	21657	— 1154
33	3247	— 7699	78	23523	— 1062
34	3373	— 7413	79	25723	— 972
35	3501	— 7141	80	28356	— 881
36	3633	— 6882	81	31569	— 792
37	3768	— 6635	82	35577	— 702
38	3906	— 6395	83	40722	— 613
39	4049	— 6174	84	47572	— 525
40	4196	— 5959	85	57150	— 437
41	4346	— 5752	86	71503	— 349
42	4502	— 5553	87	95405	— 262
43	4662	— 5362	88	143181	— 174
44	4828	— 5177	89	286499	— 87 ⁽²⁾
45	5000	— 5000			

⁽¹⁾ Cod. A, car. 103r., autografo di GALILEO, cassato con linee trasversali.

⁽²⁾ Cod. A, car. 118t., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 307.

Il numero de' cubi ne' quali uno si risolve, è il numero cubo delle parti che [son] nel¹⁰⁹⁵ lato del cubo che si risolve: come, per esempio, diviso il lato del cubo in tre o quattro parti, i cubi che da esse parti si faranno, saranno 27 o 64; ed avendo ogni cubo sei quadrati in superficie, moltiplicando 27 per 6 e 64 pur per 6, avremo i numeri de' i quadrati che sono superficie de' i detti cubi. Tutte le superficie de' i piccoli cubi risolti, prese insieme, alla superficie del cubo grande risoluto hanno la medesima proporzione che il numero delle parti del lato che si sega all'uno: e così tutte le superficie de' i 27 cubi alla superficie del primo massimo cubo saranno triple, e tutte le superficie delli 64 cubetti, prese insieme, saranno quadruple della superficie dell'intero gran cubo, essendo che il lato di questo fu diviso in tre parti per cavarne li 27 cubi, ed in 4 per cavarne li cubi 64.

¹⁰⁹⁵ 2. *parti che nel*. La copia di mano del VIVIANI ha *parti che è nel*.

Il numero de i cubi che restano sepolti nel gran cubo si trova essere il numero cubo delle parti nelle quali si divide il lato del gran cubo, trattone dua; onde nascendo i 27^{1096} cubi dalla divisione in 3, tratto da questo numero 3, 2, resta uno, ed un solo sarà il cubo che rimane incluso e sepolto tra li 27. Otto saranno i cubi sepolti tra li 64 nascenti dalla divisione del primo gran lato in 4; imperò che, tratto dal 4, 2, resta 2, il cui cubo è otto: e così di tutti gli altri, etc¹⁰⁹⁷.

¹⁰⁹⁶ nascendo di 27. La copia di mano del VIVIANI ha nascendo i 27.

¹⁰⁹⁷ Cod.B, car. 19^bt., di mano di VINCENZIO GALILEI iun. Nel T. IX della Par. V dei Mss. Galileiani, car. 188r., si legge, di mano del VIVIANI, quanto appresso: «In un esemplare de' Discorsi e Dimostrazioni matematiche del Sig. Galileo stampati in Leida, nelle guardie avanti al frontispizio, vi è scritto, di dettatura del medesimo Galileo, quanto segue; e questo esemplare si trova appresso il Sig. Cosimo». Dopo ciò seguita il VIVIANI: «Di mano di Pier Ferri, suo servidore, in tempo che già il Sig. Galileo era divenuto cieco», e qui egli trascrive lo squarcio che noi pubblichiamo a pag. 441, lin. 1-15; e appresso continua: «Segue di mano del Sig. Vincenzio Galilei,

SAGR. Sia sostenuta nel punto C la libra di braccia diseguali, AC maggiore, *cb* minore: cercasi la cagione onde avvenga che, posti nell'estremità due pesi eguali A, B, la libra non resti in quiete ed equilibrio, ma inclini dalla parte del braccio maggiore, trasferendosi come in EF. La ragione che comunemente se ne assegna è perchè la velocità del peso A, nello scendere, sarebbe maggiore della velocità del peso B, per essere la distanza CA maggiore della CB; onde il mobile A, quanto al peso, eguale al B, lo supera quanto al momento della velocità, e però gli prevale, e scende sollevando l'altro. Dubitasi

suo figliuolo, e credo anche che sia suo disteso», e dopo questa nota trascrive (car. 188*r.-t.*) il tratto che abbiamo riprodotto ora (pag. 437, lin. 1-20), uno squarcio che stamperemo in un'altra parte di questo volume, e (car. 189*r.*) ciò che riproduciamo a pag. 446, lin. 6-11. Gli originali di mano di PIER FERRI e di VINCENZIO GALILEI, dai quali il VIVIANI trascrive (con modificazioni, però, ch'egli stesso dichiara d'aver introdotto), sono appunto nel cod. B, car. 19^b*r.-t.* e 20*r.*, e sopra di essi è condotta la nostra edizione. - Cfr. pag. 133.

circa il valore di tal ragione, la quale pare che non abbi forza di concludere: perchè è ben vero che il momento di un grave si accresce, congiunto con velocità, sopra il momento di un grave eguale che sia costituito in quiete; ma che, posti amendue in quiete, cioè dove non sia pur moto, non che velocità maggiore di un'altra, quella maggioranza che non è, ma ancora ha da essere, possa produrre un effetto presente, ha qualche durezza nel potersi apprendere, ed io veramente ci sento difficoltà notabile.

SALV. V. S. ha molto ben ragione da dubitare; ed io ancora non restando ben sodisfatto di simile discorso, trovai di quietarmi per un altro verso molto semplice e speditivo, senza suppor niente altro che la prima e comunissima nozione, cioè che le cose gravi vanno all'ingiù in tutte le maniere che gli viene permesso. Quando nella libra AB voi ponete due pesi eguali, se voi la lascerete andare liberamente, ella se ne calerà al centro delle cose gravi, mantenendo sempre il centro della sua gravità (che è il punto di mezzo D) nella retta che da

esso va al centro universale; ma se voi a cotal moto opporrete un intoppo sotto il centro D¹⁰⁹⁸, il moto si fermerà, restando la libra con i suoi pesi in equilibrio; ma se l'intoppo si metterà fuor del centro D, come sarebbe in C, tal intoppo non fermerà la bilancia, ma devierà il centro D dalla perpendicolare per la quale camminava, e lo farà scendere per l'arco DO. Insomma la libra con i due pesi è un corpo ed un grave solo, il cui centro della gravità è il punto D, e questo solo corpo grave scenderà quanto potrà, e la sua scesa è regolata dal centro di gravità suo proprio: quando voi gli supponete il sostegno, il centro D cala in O, e così quel che scende è tutto il corpo aggregato¹⁰⁹⁹ e composto della libra e suoi pesi. La risposta, dunque, propria alla interrogazione perchè inclina la libra etc., è perchè, come quella che è una mole sola, scende e si avvicina quanto può al centro

¹⁰⁹⁸ Tra *centro* e D si legge, cancellato, *dalla perpendicolare*.

¹⁰⁹⁹ *corpo e aggregato*

comune di tutti i gravi¹¹⁰⁰.

¹¹⁰⁰ Cod. B, car. 15t. e 16r., di mano del VIVIANI, il quale, in capo al frammento, avverte: «Di questo ho l'originale». L'intero frammento è cancellato con una linea trasversale. - Cfr. pag. 152.

Nei Mss. Galileiani, Tomo CXXXV dei *Discepoli*, autografo del VIVIANI e da lui intitolato *Raccolta d'esperienze senz'ordine e di pensieri diversi di me Vincenzio Viviani, in diversi propositi sovvenutimi intorno a materie meccaniche, fisiche, astronomiche, filosofiche ed altro, etc.*, si ha, a car. 18r.-19r., quanto segue:

«Trovandomi un giorno a ragionamento di varie materie con un tal Sig. Simplicio Patrizio, anconitano, passò questi ad interrogarmi sopra il seguente dubbio meccanico, il quale, per meglio esplicare, rappresenterò con alquanto di figura, nel modo appresso.

Sia sostenuta nel punto C la libra di braccia diseguali, AC maggiore, CB minore: cercasi la cagione onde avvenga che, posti nell'estremità due pesi eguali A, B, la libra non resti in quiete ed in equilibrio, ma inclini dalla parte del braccio maggiore, trasferendosi come in EF. La ragione che comunemente se ne assegna è perchè la velocità del peso A, nello scendere, sarebbe maggiore della velocità del peso B, per esser la distanza CA maggiore della distanza CB; onde il mobile A, eguale quanto al peso al B, lo supera quanto al momento della velocità, e però gli prevale, e scende sollevando l'altro. Qui dubitasi circa il valor di tal ragione,

la qual par che non abbia forza di concludere: perchè è ben vero che il momento d'un grave s'accresce, congiunto con velocità, sopra il momento d'un grave eguale che sia costituito in quiete; ma che, posti amendue in quiete, cioè dove non sia nè pur moto, non che velocità maggiore d'un'altra, quella maggioranza che ancora non è, ma ancora ha da essere, possa produrre un effetto presente, ha qualche durezza nel potersi apprendere, sentendosi veramente difficoltà notabile, etc.

A così fatta istanza sovvenemi di subito rispondere, alla presenza ancora di amico caro, che fu il Sig. Cosimo Galilei (quale io adduco in testimonio in ogni caso che il Sig. Patrizio, scordandosi aver ricevuto da me tal risposta e credendosela propria, in qualche occasione se ne vestisse), che con molto apparente ragione Sua Signoria Eccellentissima dubitava, non restando ancor io ben sodisfatto di tal discorso, ma che io credeva ben di poter quietarlo con una ragione potissima, semplicissima e spedita, senza supporre altro che la prima e comunissima notizia meccanica; cioè che tutte le cose gravi vanno all'in giù in tutte le maniere che gli vien permesso, e che quando possono scendere, benchè per minimo spazio, sempre se ne ingegnano.

Per esempio, quando nella suddetta libra AB si pongono due gravi eguali, se questa si lascerà andare liberamente, finchè non trovi intoppo se ne calerà al centro comune delle cose gravi,

mantenendo sempre il centro della sua gravità (che è il punto di mezzo D) nella retta che da esso va al centro universale, poi che un grave in tanto si muove e scende naturalmente, in quanto il suo centro di gravità può acquistare e scender verso il centro comune, etc.; ma se in questo moto della libra si opporrà un intoppo sotto il centro D, il moto si fermerà, restando la libra co' i suoi pesi in equilibrio, non potendo il lor centro di gravità comune D calare a basso; ma se l'intoppo ei metterà fuor del centro D, come sarebbe in C, tal intoppo non fermerà la bilancia, ma il centro D devierà dalla perpendicolare per la quale camminava, e così scenderà come gli è permesso dal sostegno C, cioè per l'arco DO. In somma questa libra con i due pesi eguali nell'estremità è un corpo solo ed un grave solo, il cui centro di gravità è il punto I), e questo solo corpo grave scenderà sempre quando e quanto potrà, e la sua scesa sarà regolata dal centro di gravità suo proprio; e quando se gli sottopone il sostegno C, il centro D cala in O, seguitando anche di muoversi fino al perpendicolo etc. sì che quello che scende è tutto il corpo aggregato e composto della libra e suoi pesi.

La risposta, adunque, propria ed adeguata all'interrogazione perchè inclini la libra sospesa fuor del centro etc., è perchè, come quella che è una sola macchina, trovandosi qualche poco in libertà, scende e si avvicina quanto più può al centro comune di tutti i gravi; essendo massima indubitabile, che qualunque volta una macchina di uno o più gravi etc. abbia il suo comun centro

De i moti fatti in tempi eguali gli spazii stanno come le velocità; de i fatti con velocità eguale gli spazii stanno come i tempi; de' fatti in spazii eguali le velocità rispondono contrariamente a i tempi.

Posta la parte AE eguale alla AB, il tempo per AB al tempo per AC sta come AB ad AC, cioè come AE ad AC: ma come il tempo per AC al tempo per AE, così la media tra le AC, AE alla AE: adunque come il tempo per AB al tempo per AE, così la AB, cioè la AE, alla detta media. Ma [come] la velocità¹¹⁰¹ per AC alla velocità per AE, così la medesima media alla AE: adunque la velocità per AB (che è la medesima che la velocità

di gravità costituito in luogo che possa per qualche parte, benchè minima, far qualche acquisto verso il comun centro de' gravi, cioè della Terra, sempre si muova e descenda, e quando tal centro col muoversi non possa subito far qualche acquisto *deorsum*, se ne stia infallibilmente in una perpetua quiete.»

La figura che accompagna questo squarcio è eguale a quella che, dal cod. B, riproduciamo a pag. 438.

¹¹⁰¹ *Ma la velocità.* Il VIVIANI, trascrivendo questo brano, aggiunge *come*.

per AC) alla velocità per AE sta come quella media¹¹⁰² alla AE. Adunque è manifesto che i tempi per le eguali AB, AE rispondono contrariamente alle velocità per le medesime: il che bisognava dimostrare¹¹⁰³.

... surto su l'ancore, si dessero le vele al vento e si sarpasse: dove la forza del vento non subitamente imprime la massima velocità alla nave, ma successivamente e con tempo, avvenga che nel principio la trovò immota, e poi e di mano in mano opera sopra il mobile continuamente affetto di maggiore velocità. Nè doviamo porre alcuna differenza tra gl'impulsi dati per intervalli e quello che vien conferito con forza continuata, perchè sì come

¹¹⁰² *come la AE a quella media*. Il VIVIANI trascrive *come AE a quella media*, ma poi indica doversi correggere queste parole in *come quella media a AE*, «perchè» egli scrive «nell'originale son spostate»

¹¹⁰³ Cod. B, car. 19^br., di mano di PIER FERRI; e Mss. Galileiani, Par. V, T. IX, car. 188r., di mano del VIVIANI: vedi pag. 437, nota 1. - Cfr. pag. 193.

tra gl'impulsi interrotti nessuna varietà si deve considerare se talvolta in 10 minuti di tempo si dieno 20 vogate o 30 o 100 o 1000, così nè anche può cader alcuna alterazione tra quelli e l'impulso continuato, non sendo questo altro che una frequentissima moltitudine di spinte, cioè di infinite, dentro all'istesso tempo. Non basta dunque che il mobile il mezzo e la facoltà sieno sempre l'istesse, a fare l'introduzione di una tanta celerità; ma vi vuole, partendosi il mobile dalla quiete, una successione di tempo.

In simil guisa penso io che proceda il negozio nei mobili naturali, partendosi dalla quiete, dove da qualche impedimento erano ritenuti: perchè, il mezzo sia sempre l'istesso, l'istesso il mobile e l'istessa la gravità movente, tutta via essa gravità su 'l principio opera sopra un mobile non abituato di moto alcuno, ma poi successivamente va operando sopra mobile affetto di velocità; onde, operando essa virtù nel modo istesso, muove più, perchè accresce moto sopra mobile che ella ritrova in moto¹¹⁰⁴.

¹¹⁰⁴ Cod. B, car. 14~~t~~., di mano del VIVIANI. In calce al frammento si legge l'annotazione, di pugno dello stesso VIVIANI: «Di questo ho l'originale». - Cfr. pag. 201.

Che i gravi descendent¹¹⁰⁵ dalla medesima sublimità sopra l'orizzonte per linee rette in qualsivoglia modo inclinate, si trovino, giunti che sieno all'orizzonte, aver acquistato eguali gradi di velocità (proposizione sin qui da me supposta, e solo con esperienze e probabili discorsi confermata), potremo nel seguente modo dimostrativamente provare; pigliando come effetto notissimo, le velocità dell'istesso mobile esser diverse sopra diverse inclinazioni di piani, e la massima esser per la linea perpendicolarmente sopra l'orizzonte elevata, e per l'altre inclinate diminuirsi tal velocità secondo che dal perpendicolo si discostano, cioè più obliquamente s'inclinano: dal che si scorge che l'impeto, il talento, o vogliam dire il momento o energia, del discendere, nel mobile vien diminuita dal soggetto piano, sopra il quale egli si appoggia e discende.

¹¹⁰⁵ Cfr. *Discepoli*. T. XX, p. 277-283. Ed. Naz., XVIII, 345, lin. 16-18; 359, lin. 37-39.

E per meglio dichiararmi, intendasi la linea AB, perpendicolarmente eretta sopra l'orizzonte AC; pongasi poi la medesima in diverse inclinazioni verso l'orizzonte piegata, come in AD, AE, AF, etc.: dico che è assai manifesto che l'impeto massimo e totale del grave per discendere è nella perpendicolare BA, dove non è resistenza o l'impedimento di piano; minore di questo totale è nella DA, e minore ancora nella EA; e successivamente andarsi diminuendo nella FA, e finalmente esser del tutto estinto nella orizzontale CA, dove il mobile non ha per sè stesso inclinazione alcuna, nè men resistenza, all'esser mosso.

Appresa questa mutazione d'impeto, mi fa mestieri di ritrovare e dimostrare con qual proporzione ella si faccia, con tutto che in altro luogo io abbia ciò dimostrato e diversamente. Per esempio, del piano inclinato AF tirisi la sua elevazione sopra l'orizzonte, cioè la linea perpendicolare FC, per la quale l'impeto ed il momento del discendere di un grave è il massimo: cercasi qual¹¹⁰⁶ proporzione abbia adesso tal impeto massimo all'impeto del medesimo grave per l'inclinata FA.

È manifesto, tanto essere per l'appunto l'impeto del

¹¹⁰⁶ Tra *cercasi* e *qual* leggesi, cancellato, *adesso*.

suo discendere, quanta è la resistenza o forza minima che basti per vietargli la scesa e fermarlo: mi voglio servir, per tal misura, della gravità d'un altro mobile. Intendasi, sopra il piano FA posare il mobile G, il quale venga ritenuto col filo che, cavalcando sopra F e pendendo a perpendicolo, abbia attaccato un peso H, il quale, gravando a piombo, proibisca al grave G lo scender per l'inclinata FA, cioè sieno tali mobili in istato d'equilibrio. Or, riducendosi alla memoria. quello che si dimostra in tutti i casi de' movimenti meccanici, cioè che la velocità del moto d'un mobile men grave compensa, con reciproca proporzione della gravità, la minor velocità d'altro mobile più grave, che è quanto a dire che gli spazi passati da essi nell'istesso tempo abbiamo reciproca proporzione delle lor gravità; consideriamo che lo spazio della scesa o salita a perpendicolo del grave H, quando mai si muovesse, è ben eguale a tutta la salita o scesa del mobile G per l'inclinata AF, ma non già alla salita o scesa a perpendicolo, nella quale esso mobile esercita la sua resistenza. Il che è manifesto. Imperocchè considerando, nel triangolo AFC il

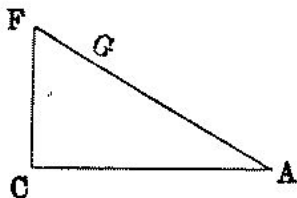
moto, v. g., da A in F esser composto del trasversale orizzontale AC e del perpendicolare CF; ed essendo che, quanto all'orizzontale, niuna sia la resistenza del mobile; resta, la resistenza essere solamente rispetto alla perpendicolare CF. Mentre dunque il mobile G, muovendosi, per esempio, da A in F, resiste solo, nel salire, lo spazio perpendicolare CF, ma che l'altro grave H scende a perpendicolo quanto è tutto lo spazio FA, possiamo ragionevolmente affermare, le velocità e gli spazi passati nel medesimo tempo da tali mobili dover risponder reciprocamente alle loro gravità; e basterà, per impedir la scesa del peso H, che il grave G sia tanto più grave di quello H, quanto l'inclinata AF è maggiore della perpendicolare FC. E perchè siamo convenuti, che tanto sia l'impeto, l'energia o 'l momento [.....] al¹¹⁰⁷ moto del mobile, quanto è la forza o resistenza minima che basta a fermarlo, concludiamo, l'impeto per l'inclinata all'impeto massimo per la perpendicolare

¹¹⁰⁷ o *'l momento al.* Cfr. pag. 217, lin. 22.

stare com'essa perpendicolare, cioè come l'elevazione della medesima inclinata, alla lunghezza dell'inclinata.

Stabilito ciò, e posto che il mobile grave, partendosi dalla quiete e naturalmente scendendo, vada con eguali aggiunte in tempi uguali accrescendo la sua velocità, come vien da me definito il moto accelerato nel mio Libro; onde, come quivi io dimostro, gli spazi passati sono in duplicata proporzione de' tempi, ed in conseguenza de i gradi di velocità, la quale, come si è detto, cresce con la proporzione del tempo; dimostreremo la nostra conclusione, cioè i gradi di velocità nell'orizzonte esser eguali, quelli però acquistati dal mobile che dalla quiete si parta da qualunque altezza, e per quali si sieno inclinazioni pervenga all'orizzonte.

E qui devesi avvertire, che posto che in quali si vogliano inclinazioni il mobile dalla partita dalla quiete vada crescendo la velocità con la proporzione del tempo, e in conseguenza la quantità dell'impeto; quali furono gl'impeti nella prima mossa, tali saranno i gradi delle velocità guadagnati nello stesso tempo, poi che e questi e quelli crescono con la medesima



proporzione nel medesimo¹¹⁰⁸ tempo.

Ora sia il piano inclinato FA, la sua elevazione sopra l'orizzonte la perpendicolare FC, e l'orizzontale CA; e prendasi nell'inclinata FA la FG, terza proportionale dopo AF, FC: e perchè l'impeto poi la perpendicolare FC all'impeto per l'inclinata FA sta come FA ad FC, i medesimi impeti staranno come le FC, FG. Il mobile, dunque, nell'istesso tempo che passasse uno spazio [.....] eguale¹¹⁰⁹ all'FG nell'inclinata FA, ed il grado di velocità in C al grado di velocità in G averebbe la medesima proporzione della FC alla FG. Ma il grado di velocità in A al grado in G ha la medesima proporzione che la AF alla FC, cioè che la FC alla FG; adunque i gradi in A ed in C al grado in G ànno la medesima proporzione, e però son fra loro eguali: che è quel che doveva dimostrarsi¹¹¹⁰.

¹¹⁰⁸ *proporzione del medesimo*. Cfr. pag. 218, lin. 16.

¹¹⁰⁹ *spazio eguale*. Cfr. pag. 218, lin. 26-27.

¹¹¹⁰ Cod. B, car. 11r.-13t., di mano del VIVIANI, che premette a

Il mobile nel descrivere la parabola, benchè angustissima, non passa per la quiete nel termine altissimo¹¹¹¹, ma sì bene nel muoversi per la perpendicolare, cioè ritornando per la medesima retta in giù: e se Aristotele avesse detto che nel moto riflesso si passa per la quiete, averebbe detto bene¹¹¹².

questo frammento il titolo: «Dimostrazione trovata dal gran Galileo l'anno 1639». - Cfr. pag. 214-219.

¹¹¹¹ La copia moderna legge *per la quiete nel suo vertice altissimo*.

¹¹¹² Cod. B, car. 14*t.*, di mano del VIVIANI, il quale premette questa indicazione: «Da una nota di mano del Galileo, in una faccia della bozza *De motu e Della percossa*». Il frammento è cancellato con linee trasversali. Se ne ha copia di mano moderna, e forse del nostro secolo, nel T. III della Par. VI dei Mss. Galileiani, car. 36*r.*, premessavi la seguente indicazione: «Copia di nota che si trova di mano del Galileo in una faccia del suo libro o bozza *De motu naturali et accelerato*».

Cercare di assegnare la ragione onde avvenga che la palla tirata in su col moschetto, incontrando dieci o 12 braccia lontano un petto a botta, lo sfonda, sopra il quale cadendo ella dall'altezza dove il moschetto la caccerebbe, percotendo nel ritorno in già sopra il medesimo petto, assai minore effetto vi farebbe, e forse appena l'ammaccherebbe un poco¹¹¹³.

SIMP. Di grazia, prima che passar più avanti, fatemi restar capace in qual modo si verifichi quel converso che l'Autore suppone come chiaro e indubitato: dico che, venendo il proietto da alto a basso descrivendo la semiparabola, cacciato per il converso da basso ad alto, ci debba ritornare per la medesima linea, ricalcando precisamente le medesime vestigie, non avendo, per ciò fare, altro regolatore che la direzione della semplice

¹¹¹³ Cod. B, car. 20r., di mano di VINCENZIO GALILEI iun.; e Mss. Galileiani, Par. V, T. IX, car. 189r., di mano del VIVIANI: vedi pag. 437, nota 1. - Cfr. pag. 279.

linea retta toccante la già disegnata semiparabola; nella cui delineazione, fatta dall'alto al basso, l'impeto trasversale orizzontale mi quietava nello ammettere la molta curvazione nella sommità, ma non so intendere nè discernere come l'impulso fatto da basso per una retta tangente possa restituire un impeto trasversale atto a regolare quella medesima curvità.

SALV. V. S., Sig. Simplicio, nel nominare la retta tangente, lasciate una condizione, cioè tangente ed inclinata; la qual inclinazione è bastante a fare che il proietto in tempi eguali si accosti orizzontalmente per spazii eguali all'asse della parabola, come forse più a basso intenderemo.

SAGR. Ma intanto, per ora, ditemi, Sig. Simplicio: credete voi che la linea descritta da un proietto da basso ad alto secondo qualche inclinazione sia veramente un'intera linea parabolica? e che niente importi che la proiezione¹¹¹⁴ si faccia da levante verso ponente, o per

¹¹¹⁴ Tra *che la* e *proiezione* si legge, cancellato, *inclinazione*.

l'opposito?

SIMP. Credolo, purchè la elevazione sia la medesima e che la forza del proiciente sia l'istessa.

SAGR. Come voi ammettete questo, fatto che si sia un tiro da qualsivoglia parte, che cosa vi ha da mettere in dubbio che la semiparabola da basso ad alto del secondo tiro, che si faccia in contrario del primo, non sia la medesima che la seconda semiparabola del primo tiro, sì che il proietto ritorni per la medesima strada? Quando ciò non fusse, nè anco la parabola intera del secondo tiro sarebbe simile a quella del primo.

SIMP. Già intendo e mi quieto; però seguiamo.

THEOREMA, PROPOSITIO VIII.

*Amplitudines orizontales parabolarum etc.*¹¹¹⁵

¹¹¹⁵ Cod. B, car. 14r., di mano del VIVIANI, il quale in capo al frammento, che è cancellato con una linea trasversale, avverte: «A car. 290, dopo il *SALV. Or sentiamo la dimostrazione* etc., vi è questa rimessa, non stampata, di mano pure del Galileo; ma ne ho l'originale». Il luogo dei *Discorsi e Dimostrazioni* ecc. qui citato dal VIVIANI è, nell'edizione originale, alla pagina che porta il numero 290 per errore di stampa, mentre

Quando V. S., Sig. Sagredo, mi fece intermetter la lettura, pensai che ella si ritrovasse involta in una veramente strana fantasia, la quale a me ed all'Autore stesso ha dato assai che pensare; ed io per me mi trovo sempre più irresoluto, e quello che mi confonde e perturba è questo¹¹¹⁶.

dovrebbe essere 270. Cfr., nella presente ristampa, pag. 296, lin. 32. Veggasi anche pag. 433, lin. 1-6.

¹¹¹⁶ Cod. B, car. 15r, di mano del VIVIANI. Manca l'espressa dichiarazione consueta, di averne l'originale; ma è frammezzo ad altri frammenti, per i quali tale dichiarazione è fatta, - Cfr. per luoghi simili pag. 210, 223, 269, 283, 285, ecc.

LE OPERAZIONI ASTRONOMICHE

AVVERTIMENTO.

Non era compiuta peranco la stampa dei *Dialoghi delle Nuove Scienze*, o già Galileo, nonostante la perdita totale dell'occhio destro e che dell'altro, per l'abbondante lacrimazione, non potesse servirsi, tuttavia volgeva l'animo a nuovi lavori, e ne dava ragguaglio al P. Fulgenzio Micanzio, scrivendogli il 5 novembre 1637: «Sono intorno al distendere un catalogo delle più importanti operazioni astronomiche, le quali riduco ad una precisione tanto esquisita, che, mercè della qualità degli strumenti per le osservazioni della vista e per quelli co' quali misuro il tempo, conseguisco precisioni sottilissime, quanto alla misura non solamente di gradi e minuti primi, ma di secondi e terzi e quarti ancora; e quanto a' tempi, parimente esattamente si hanno le ore, minuti primi, secondi e terzi, e più, se più ne piace: mercè delle

quali invenzioni si ottengono nella scienza astronomica quelle certezze che sin ora, co' mezzi consueti, non si sono conseguite»¹¹¹⁷. È da credere che al principio dell'anno successivo egli avesse già compiuto il lavoro a cui accennava con queste parole, poiché ad Elia Diodati, che con lettera del 22 dicembre 1637 gli chiedeva «la nota particolare dell'opere sue sin qui non stampate,»¹¹¹⁸ rispondeva, tra l'altro, addì 23 gennaio 1638: «O di poi una mano d'operazioni astronomiche, parte delle quali acquistan perfezione dall'uso del telescopio, ed altre dalla maggiore squisitezza nella fabbrica degli astronomici strumenti; mercè de' quali aiuti, tutte l'osservazioni celesti potranno esser con notabile acquisto

¹¹¹⁷ Bibl. Marciana, Cl. X. ital., cod. XLVII, car. 15.

¹¹¹⁸ *Quinto libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza Universale delle Proporzioni, spiegata colla dottrina del Galileo, con nuov'ordine distesa e per la prima volta pubblicata da VINCENZO VIVIANI, ultimo suo discepolo, ecc.* in Firenze, M. DC.LXXIV, pag. 84.

poste in opera»¹¹¹⁹.

Le *Operazioni Astronomiche* avrebbero dovuto, secondo l'opinione del Viviani, esser comprese, insieme con altre scritture, nella continuazione della così detta Quinta Giornata delle *Nuove Scienze*¹¹²⁰: ma non essendo state pubblicate dall'Autore, rimasero inedite tra le carte ereditate dal figlio Vincenzio. Questi, in una delle frequenti occasioni che Vincenzio Viviani aveva di trovarsi con lui, dettò all'ultimo discepolo di Galileo, tra l'altro, anche «il disteso di sei Operazioni Astronomiche»¹¹²¹, e il Viviani, più tardi, poté altresì riscontrare la sua copia con l'originale, quando questo era passato

¹¹¹⁹ *Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc., pag. 85.

¹¹²⁰ Op. cit. , pag. 102. Si avvertano, a questo proposito, le parole con cui cominciano le *Oerazioni*: «I ragionamenti che ne i giorni passati *ecc.*».

¹¹²¹ Op. cit., pag. 102.

nelle mani di Cosimo, figliuolo di Vincenzio Galilei¹¹²². Siffatta copia, che il Viviani dice di avere scritto sotto dettatura di Vincenzio Galilei, è molto probabilmente quella che, di mano del Viviani, si trova oggi nel Tomo VI (car. 38r.-46t.) della Par. IV dei Manoscritti Galileiani posseduti dalla Biblioteca Nazionale di Firenze, e che comprende appunto le prime sei Operazioni e l'intitolazione della settima¹¹²³; e su di essa noi abbiamo fedelmente condotta l'edizione della presente scrittura, che

¹¹²² Op. cit., pag. 104.

¹¹²³ In capo alla prima carta il VIVIANI ha notato, in matita: «Di mano di M. M. Ambrogetti, in fogli n.°4» ; il che vuol dire, a quanto crediamo, che l'originale di questa scrittura era di mano non di GALILEO, ma di Messer MARCO AMBROGETTI, del quale è noto che GALILEO si servì, come di amanuense, appunto negli anni 1637-1638 (*Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc., pag. 83, 87). Che la copia di mano del VIVIANI a noi pervenuta sia quella stessa che a lui fu dettata da VINCENZIO GALILEI e che poi egli riscontrò con l'aiuto di COSIMO GALILEI, è confermato, a quanto pare, dalla postilla di pugno del VIVIANI che pubblichiamo a pag. 456, nota 1: a queste postilla

è verisimile sia stata lasciata così incompiuta dall'Autore stesso¹¹²⁴.

Alle *Operazioni Astronomiche* abbiamo creduto opportuno aggiungere, come appendice, due brevi scritture

infatti è molto probabile che il VIVIANI alluda, quando scrive, nel *Quinto libro* ecc., pag. 104, parlando del riscontro della sua trascrizione con l'originale, che «nel margine di quello sovviemmi ch'io feci di mia mano una certa nota».

¹¹²⁴ Appiè della pag. 463 abbiamo notato un materiale trascorso di penna del VIVIANI, che abbiamo corretto nel testo. - È probabile che della copia che è ora tra i Manoscritti Galileiani si siano serviti anche gli editori fiorentini del 1718, che per primi pubblicarono le *Operazioni Astronomiche* (*Opere di GALILEO GALILEI* ecc. in Firenze, MDCCXVIII, Nella Stamp, di S.A.R. Per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franchi. Tomo III, pag. 457-467), e che, come altre volte abbiamo avvertito, per le scritture inedite si valsero appunto di manoscritti già appartenuti al VIVIANI. L'edizione del 1718 però non riproduce fedelmente il manoscritto.

nelle quali due discepoli di Galileo ci hanno lasciata memoria di un'invenzione del Maestro per misurare il diametro apparente delle stelle, problema a cui si riferisce anche la seconda delle *Operazioni*. La prima di queste scritture si legge, di mano del secolo XVII, a car. 35r.-36r. del citato Tomo VI della Par. IV dei Manoscritti Galileiani: e Vincenzio Viviani, in una nota che di suo pugno vi ha premesso, c'informa che è cavata da un libro di *Ricordi in materia d'agricoltura e d'economia e d'altre occorrenze domestiche* di Niccolò Arrighetti¹¹²⁵. La seconda scrittura è stata distesa probabilmente dal Viviani: di

¹¹²⁵ Il TARGIONI TOZZETTI, *Notizie degli aggrandimenti delle scienze fisiche* ecc., Tomo III, IN Firenze, MDCCLXXX, pag. 109, dice d'aver visto nella libreria di GIOVANNI BATISTA NELLI lo zibaldone autografo dell'ARRIGHETTI intitolato: *1638. Questo libro è di Nicolò di Francesco Arrighetti, sul quale farà alcuni ricordi in materia d'agricoltura e d'economia e d'altre occorrenze domestiche*. Noi l'abbiamo cercato inutilmente tra quei manoscritti della libreria NELLI che oggi sono nella Biblioteca Nazionale di Firenze.

sua mano infatti essa si legge in un foglio (car. 37*r-t.* del medesimo Tomo VI), che ha tutto l'aspetto d'essere una bozza originale¹¹²⁶.

¹¹²⁶ Si veggano, in prova di ciò, le correzioni interlineari e contestuali che registriamo appiè della scrittura; e s'avverta altresì che questa rimane in tronco nel manoscritto.

LE OPERAZIONI ASTRONOMICHE

I ragionamenti che ne i giorni passati sono occorsi intorno all'esquisitezza de' gli strumenti astronomici usati da gli osservatori sin qui, ed in particolare da Ticone Brahe, con spese eccessive, mi hanno porta occasione di rinovare alcuni miei pensieri sopra questa materia; li quali, s'io non m'inganno, mi fanno credere, potersi con istrumenti assai più semplici, e molto più esatti, conseguire le medesime notizie, ed altre appresso non tentate ancora, e con tutto ciò utilissime e grandi, nel medesimo affare.

È noto a ciascuno, due esser i mezzi principalissimi e necessarissimi per far le celesti osservazioni con puntualissima giustezza: l'uno de' quali è il potersi servire d'un misuratore del tempo che senz'errore d'un momento ci somministri l'ore e le loro frazzioni, fino a' minuti primi, secondi e terzi, e più, se più bisognassero; l'altro è il trovarsi forniti di strumenti per prender l'altezze delle stelle e le distanze tra esse ed altre simili misure necessarie. Dirò la fabbrica e 'l modo di perfezzionar l'una e l'altra sorta di strumenti.

Esattissimo compartitore, in minutissime particelle, del tempo è un pendolo appeso a un sottil filo di qualsivoglia grandezza; il qual pendolo, essendo di materia grave, rimosso dal perpendicolo e lasciato liberamente scorrere, fa le sue reciproca-

zioni, o vogliam dir vibrazioni, siano pur grandi o piccole, perpetuamente sotto tempi ugualissimi. Il modo poi di trovare, mercè di questo, esattamente la quantità di qualsivoglia tempo ridotto ad ore, minuti, secondi etc., che sono le particole comunemente usate da gli astronomi, sarà tale. Accomodato un tal pendolo, di lunghezza, per esempio, d'un palmo o di mezzo braccio, e facendolo andare, e per una volta tanto numerando con pazienza le vibrazioni che passano in un giorno naturale, conseguiremo il nostro intento, tutta volta però che abbiamo una precisa conversione di detto giorno, o vogliam dire dell'equinoziale. E per ottener questa, voglio che si fermi un telescopio esquisito, di lunghezza di quattro braccia o più, verso qualche stella fissa quand'ell'è intorno al meridiano, e tenendo sempre immobile il telescopio, aggiustato già alla stella, si continui di rimirla sino all'ultimo punto ch'ella scappa fuori della vista; nel qual punto si comincino a numerare le vibrazioni del pendolo, continuando la notte e 'l giorno seguente sino al ritorno della medesima fissa incontro al telescopio conservato sempre immobilmente nel medesimo posto; ed aspettando che la stella scappi fuori della vista nel modo che fece nella precedente osservazione, ritengasi il numero delle vibrazioni scorse in tutto questo tempo: imperochè da esse in tutte l'altre osservazioni di tempi potremo avere le quantità loro in ore, minuti, secondi e terzi etc., operando con la seguente regola.

Pongasi, per esempio, che 'l numero delle vibrazioni nel tempo delle 24 ore naturali sia stato 280536; ed all'arrivo d'alcuna fissa nel meridiano si cominci a numerare le vibrazioni, sin che un'altra fissa pervenga al meridiano, e sia il tempo decorso, misurato, 16942 vibrazioni: vogliamo sapere quanto sia questo tempo, ridotto in ore, minuti, secondi etc. Dicasi dunque, per la regola aurea: Se 280536 vibrazioni sono il tempo di 24 ore, qual sarà il tempo delle 16942? Operisi per la regola, e troverassi un'ora, con l'avanzo della frazzione 126072; dalla quale caveremo i minuti primi, moltiplicandola per 60, il cui prodotto è 7564320, che diviso pel primo numero 280536 ne dà 26, che sono minuti primi, ed avanza 270384; dal quale averemo i secondi, moltiplicandolo pure per 60, il cui prodotto è 16223040, che diviso pur per l'istesso partitore ne rende 57, e sono minuti secondi, ed avanza 212488; il qual di nuovo moltiplicato per 60, e 'l prodotto partito pel medesimo partitore, ci dà 44 minuti terzi, con l'avanzo di 205696; che moltiplicato pure per 60, e diviso il prodotto pel medesimo partitore, ci dà 44 minuti, quarti quasi appunto. E con tal ordine si troveranno frazzioni più minute, quanto ne piacerà. E tra tanto notisi quanto grande sia l'utile che da questa prima operazione si ritrae, poi che per essa venghiamo in cognizione scrupolosissima della differenza ascensionale retta di tali stelle, etc.

Stabilito in tal modo il mio misuratore del tempo, vengo alla

divisione e suddivisione de' gradi del quadrante o sestante, con maniera simile alla sopraposta nella divisione del tempo. Dopo aver diviso l'arco del quadrante in 90 parti uguali, ovvero in 60 quello del sestante, piglisi una verghetta in figura di prisma triangolare, fatta d'avorio o di altra materia dura, intorno alla quale verghetta si vadia avvolgendo una sottil corda da cetera; e per fuggire l'offesa della ruggine, sarà bene che la corda sia un fil d'oro, tirato per sottilissima trafila. Questo, avvolto intorno alla triangolar verghetta in modo che le rivolte si vadano toccando, non è dubbio alcuno che tutto lo spazio compreso tra le rivolte estreme sarà diviso in particole minime ed ugualissime. Preparisi dunque cotal prismetto, e di esso s'ingombri, dalla moltitudine delle volute del filo, tanta parte, quanta appunto è la lunghezza d'un grado del nostro quadrante o sestante; accomodisi poi il prisma così diviso, che ad arbitrio nostro risponda a qualsivoglia grado delli 90 o 60, trasportandolo a questo ed a quello secondo l'bisogno, cioè applicandolo a quel grado che dalla dioptra o dal perpendicolo sarà tagliato: la divisione d'un grado d'un quadrante o sestante, la cui costa sia quattro braccia in circa, sarà dalle rivolte del sottil filo fatta in molte centinaia di parti. E qualunque sia il numero di esse, troveremo le frazzioni del grado con l'istessa regola che trovammo di sopra le frazzioni dell'ore; chè posto, per esempio, che le rivoluzioni del filo fussero 2430, e che le tagliate dalla dioptra o dal perpendicolo fussero, v. g.,

820, diremo: Se il numero 2430 ci dà minuti primi 60, quanti ce ne darà l'altro numero 820? Operisi conforme alla regola, e troveremo darcene 20' 14" e quasi 49'''.

Preparati cotali due strumenti massimi, potremo prima rettificare le cose già stabilite sino a questi tempi, ed altre arregarne, con nuovi e molto esquisiti mezzi ottenute. E per maggior distinzione e chiarezza, voglio che andiamo numerando e distinguendo le operazioni tra di loro.

OPERAZIONE PRIMA.

Avanti che venghiamo all'operazioni particolari, dipendenti da i due preparamenti posti di sopra, ho giudicato esser bene il dichiarare un modo esattissimo, pel quale quel che vuol fare l'osservazioni possa rimediare all'inconveniente nel quale incorrerebbe ogni volta che si servisse de' raggi della sua vista come derivanti da un punto solo indivisibile; il che è falso, atteso che vengono prodotti da tutto 'l piccolo cerchio della pupilla de gli occhi: onde fa di bisogno che il riguardante abbia una squisita misura del diametro della pupilla del proprio occhio, la cui grandezza si deve mettere in conto;

altrimenti si potrebbero commettere errori gravissimi, come in varie operazioni, che ci accaderanno, manifestamente si comprenderà. E per trovar tal diametro della pupilla, ho pensato un modo assai esatto; ed è tale. Prendansi due strisce di carta, l'una bianca e larga il doppio più dell'altra, che sia nera; e basterà che questa più stretta sia larga un pollice, e l'altra due: e fermata la maggior in una parete, pongasegli l'altra al dirimpetto, e lontana da quella, per esempio, dieci braccia. È manifesto, che essendo tali due strisce collocate parallele fra di loro, le linee rette, le quali partendosi da due punti estremi della larghezza della maggiore striscia, passando per i due termini della minore rispondenti a quella della maggiore, anderebbero a congiungersi in un punto, altre dieci braccia lontano dalla minore striscia; e se nel punto di tal concorso si costituisse l'occhio, e che in esso la vista si facesse in un sol punto, la striscia nera e minore asconderebbe precisamente tutta la bianca: ma perchè i raggi visivi escono da tutta la pupilla, però troveremo per esperienza, esser necessario

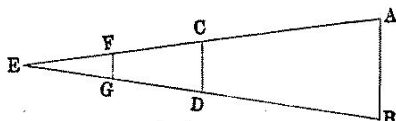
avvicinare alquanto l'occhio alla striscia nera; avvicinarlo, dico, tanto, che dalla larghezza della nera venga precisamente occultata la larghezza della bianca. E fatto questo, prendasi con diligenza la lontananza della pupilla dalla striscia nera, la quale sarà minore della distanza dell'angolo del concorso; e dalla differenza di tali due distanze agevolmente verremo in cognizione del diametro della pupilla: il che faremo chiaro per la figura qui appresso notata¹¹²⁷

Intendasi la retta AB esser la larghezza della striscia

¹¹²⁷ Il VIVIANI postilla, in margine del manoscritto: «In simili operazioni si troverà varia la larghezza della pupilla, perchè secondo che gli oggetti che ella riguarda sono più o men lucidi, più o meno essa ancora si ristrigne: però in ogni angolo visuale che si ricerchi, sarà necessario far questo esame della larghezza d'essa pupilla, etc.». In capo a questa nota il VIVIANI scrisse, in matita: «mia postilla», e «la postilla qui sotto la feci anco, di mia mano, nell'originale». A proposito di tale postilla vedi l'Avvertimento.

bianca, la cui metà CD sia la larghezza della nera; e fermate tra di loro parallele in qualsivoglia distanza, intendansi dalli estremi termini A, B passare le rette per i termini C, D, concor-

renti nel punto E; nel qual punto quando vi



fusse costituita la pupilla, e che la vista terminasse in un sol punto, verrebbe la AB occultata dalla CD. Quando dunque ciò non accada, portisi l'occhio verso CD, sin dove primieramente resta la AB coperta dalla CD; e ciò avvenga, per esempio, in FG: è manifesto, la FG esser il diametro della potenza visiva cioè della pupilla, la cui grandezza ci resterà nota mercè delle tre linee note CD, CE, EF; imperochè qual proporzione ha la CE alla EF, tale l'ha la CD alla FG.

OPERAZIONE SECONDA.

Fermato e con somma diligenza ritenuto il diametro della propria pupilla, vengo ad una operazione tanto

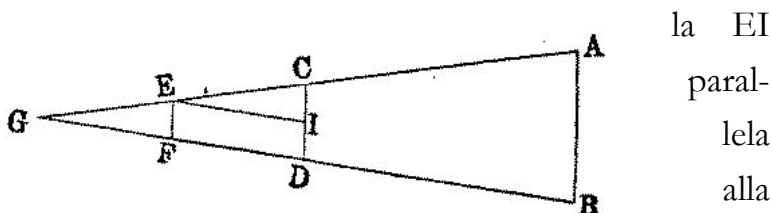
più ammiranda e da pregiarsi, quanto da essa dipendono cognizioni sopra modo importanti e nelle quali tutti i passati astronomi si sono allucinati; e questa è una esattissima misura de i diametri de i dischi delle stelle, tanto fisse quanto erranti, i quali sono stati creduti molte e molte volte maggiori di quello che realmente sono. E veramente troppo è stata scarsa l'avvertenza di coloro che hanno giudicato, come si dice, a occhio, il diametro, v. g., del Cane o di Venere sottendere a due o tre minuti primi, giudicando tali grandezze da quello che mostrano nell'oscurità della notte, quando la capellatura de i raggi avventizii è cento e cento volte maggiore del nudo corpicello della stella; come pur dovevano comprendere dall'aver veduto più volte Venere, di giorno, non punto maggiore d'un grano di miglio, e la medesima, un'ora doppo il tramontar del Sole, grande come una gran fiaccola. Ma venghiamo ad emendar l'errore con l'investigare quale e quanto sia l'angolo a cui sottende il diametro di qualsivoglia stella. E preso, per esempio, il Cane, e fatto pendere da qualche notabile altezza una corda grossa, v. g., un dito, ed

avendo preparata tal corda che ad essa altri possa liberamente accostarsi e discostarsi, vada, quello che opera; appressandosegli sì che gli venga precisamente coperta la stella, in guisa tale, che movendo l'occhio a destra o a sinistra, per ogni minimo intervallo si scopra qualche parte del disco risplendente; e posto un segno nel luogo dove è stato l'occhio nell'operare e un altro nel luogo della corda, si esami poi con comodità e puntualissimamente il diametro della corda, o pure (e sarà la vera) la larghezza di essa corda compresa dalli estremi raggi tangentila¹¹²⁸, ed il diametro della pupilla, misurati amendue con le più sottili frazzioni che usar si possano: imperochè dalla proporzione di questi due diametri e dalla nota e misurata distanza tra 'l luogo della corda e la pupilla troveremo il vero punto del concorso de' raggi li quali, partendosi dal diametro della stella, pas-

¹¹²⁸ Nel manoscritto le parole *o pure ... tangentila* sono sottolineate, e sul margine della carta sono dei segni che richiamano su di esse l'attenzione.

sassero per i termini del diametro della corda; il che faremo manifesto con questa semplice figura.

Intendasi l'occhio esser in EF quando la corda, il cui diametro CD, occupa il diametro AB della stella alla pupilla, il cui diametro EF: cercasi il concorso de' raggi AC, BD, cioè l'angolo G. Intendasi nel triangolo CGD



manifesto, come IC a CD, così stare EC a CG. Ma IC è nota, essendo l'eccesso del diametro della corda sopra 'l diametro della pupilla; è nota parimente essa CD, essendo il diametro della corda; nota è similmente la FC, distanza tra l'occhio e la corda: adunque averemo la lontananza CG, per la quale e per il noto diametro della corda averemo l'angolo G, e per conseguenza la suttesa ad esso, cioè il diametro del Cane, oh quanto e quanto minore del creduto fin qui! ed in conseguenza intende-

remo quanto siano state grandi le fallacie che da cotanto errate supposizioni sono state dedotte. E qui è bene metter in considerazione che la grossezza della corda per coprire il corpo della stella non ha da esser maggior di quanto basta a nascondere il piccol disco di essa come se fusse tosato e tolti via i raggi ascitizii, li quali, perchè non sono intorno al corpo della stella, ma solamente nel nostro occhio, coperto il piccol capo della stella, spariscono i crini; e così l'operazione resta semplice e netta.

OPERAZIONE TERZA.

Di conclusioni massime, e che dietro si tirano conseguenze maggiori, potremo venir in notizia servendoci, per far le nostre osservazioni, di lontananze massime. E restando di voler investigare, come nella precedente operazione, il diametro d'una stella fissa e qualch'altra conseguenza appresso, vorrei che nella sommità di qualche alta montagna fusse collocato qualche grosso trave, e fermato parallelo all'orizzonte, elevato da terra quattro o cinque braccia, e posto a squadra del meridiano: ed avendo sito opportuno nella pianura d'avvicinarsi ed accostarsi al monte liberamente, movendosi sotto l'istesso meridiano o

senza molto diviare da esso, vorrei che l'osservatore si fermasse in luogo dal quale s'incontrasse qualche stella delle convertibili intorno al polo settentrionale, stando egli dalla parte di mezzo giorno, la quale stella andasse ad occultarsi doppo il trave, collocato come s'è detto; e trovato sito opportuno, quivi si fabbricasse un piccolo ricetto (quando non vi fussero case già fabbricate), nel quale con perfetto telescopio s'andasse osservando la stella in diversi tempi: dalle quali osservazioni si potrebbe venire in diverse cognizioni.

E prima, quando il caso avesse incontrato che la grossezza del trave precisamente occultasse il disco della stella, già per la regola dichiarata nella precedente operazione troveremo l'angolo al quale sottende il diametro della stella. Ma se in tanta lontananza la trave segasse il disco, lasciandone parte sopra e parte sotto, col ritornare a replicar l'osservazioni fatte in diversi tempi, distanti per uno, due e tre mesi l'uno dall'altro, potremo accorgerci se nella sfera stellata sia qualche minima titubazione; nella qual cognizione ci condurrà, tuttavolta che la grossezza del trave notabilmente di soverchio ricoprisse la stella, sì che ella per qualche tempo restasse ascosa, ci condurrà, dico, il nostro esattismo misuratore del tempo, col mostrarci se i tempi della occultazione di quella siano o non siano sempre uguali. Una simile notizia potremo conseguire stando anco nella città, col ritrovar sito dal quale si vegga qualche stella fissa andar traversando la piramide

di qualche campanile; che opportunissima sarebbe la pergamena della nostra Cupola: imperochè, aggiustato prima, e poi immutabilmente fermato, il telescopio, sì che si scorga l'ultimo punto dell'occultazione ed il primo dello scoprimento della stella nel traversar la grossezza di detta piramide o pergamena, l'esquisita numerazione del tempo della occultazione ci rende sicuri se alterazione alcuna sia o non sia nell'ottava sfera. Imperochè, se 'l tempo si manterrà sempre l'istesso, sarà concludente argomento che la detta stella si addoperà sempre alla pergamena camminando per l'istessa linea; ma se le durazioni si troveranno in diversi tempi esser disuguali, avremo segno evidente, la stella traversare detta pergamena ora più alto ora più basso, ed in conseguenza soggiacere l'orbe stellato a qualche titubazione.

Voglio che mi basti aver accennati i fondamenti saldi e principali in tali operazioni, lasciando che il lettore per sè stesso vadia provvedendo a quelle particolari difficoltà che si rappresentassero, le quali non possono esser di gran momento appresso agli uomini d'ingegno saldo, ben affetti, e desiderosi d'agevolare, e non difficolare, l'impresе e l'invenzioni altrui; e con questi soli parlo, lasciando che altri più insigni inventori trovino artifizii più grandi. E qui solamente soggiungo la necessità grande di tenere il telescopio continuamente fisso ed immobilmente fermato nell'istesso posto, e la canna fabbricata di materia non soggetta all'alterazioni dell'aria.

OPERAZIONE QUARTA.

Utile e molto curiosa è tra le cognizioni astronomiche l'assicurarsi dell'avvicinamento e discostamento da noi de' i due luminari e delli altri pianeti ancora; de' i quali accidenti ci potremo chiarire con operazioni non dissimili dalle passate. Come, per esempio, se noi misureremo il tempo nel quale il Sole trapassa col moto diurno tanto spazio quanto è il diametro del suo disco, mentre si va addopando a qualche muro intorno all'ora meridiana, e tale osservazione faremo in diversi tempi dell'anno, la differenza de' tempi di cotali trapassi ed addopamenti ci darà le differenze delli angoli a' quali il disco solare in detti tempi sottende, e vedremo la differenza del suo diametro posto nell'auge e nel perigeo. Col traversare una striscia la quale occulti la Luna all'occhio posto in una tal distanza, potremo comprendere quanto il diametro del suo disco sia differente nelle quadrature da quello che è nel plenilunio e nel suo primo apparire nel novilunio. E così riscontreremo quanto veri e giusti siano gli accostamenti e discostamenti attribuiti a' medesimi luminari dagli astronomi.

L'avvicinarsi e 'l discostarsi dalla Terra gli altri pianeti è tanto sensato e rispondente a i cerchi e movimenti loro attribuiti da gli ultimi osservatori, che non resta luogo di punto dubitarne; e

mercè di perfetto telescopio pur troppo chiaramente si scorge, i dischi in particolare di Venere e di Marte mostrarsi, quello circa quaranta, e questo ben sessanta, volte maggiore in un sito che in un altro, cioè mentre sono perigei e poi apogei. I loro ricrescimenti e diminuzioni si scorgono similmente in Giove ed in Saturno posti nelle diverse distanze, dove egregiamente si manifesta ancora il congiugnimento de i due approssimamenti e distostamenti mercè dell'eccentrico e dell'epiciclo: incontro e notizia veramente ammirabile.

OPERAZIONE QUINTA.

Il negozio delle refrazzioni resta per ancora appresso di me assai ambiguo, nè vi so discernere precisione alcuna, fondata sopra stabili e certe osservazioni: e veramente confesso di non restar capace come la struttura delle tavole di esse refrazzioni, portata come assai risoluta, in particolare da Ticone, sia veramente tanto sicura, che di essa si possa fare assoluto capitale nel calcolare le elevazioni delle stelle, in particolare ne' luoghi non molto alti sopra l'orizzonte.

Della non ferma scienza di cotal materia me ne vengono arrecati argomenti da più bande. E prima, parmi di scorgere che tali refrazzioni siano, e sian per essere, assai variabili, per l'esperienza e per la ragione. Quanto all'esperienza, posto che sia vero

che mercè della refrazione l'oggetto lucido, e non molto remoto dall'orizzonte, venga sollevato; che tal sollevamento sia in diversi tempi molto disuguale, ce lo mostra il solar disco, il quale alcune fiate, trovandosi circa un grado elevato dall'orizzonte, si mostra non in figura circolare, ma bislunga, cioè d'altezza notabilmente minore della lunghezza: il che credo io veramente accadere, che mercè de i vapori bassi l'inferior parte del disco solare viene più inalzata che la superiore, restando l'altra dimensione, cioè la lunghezza, inalterata. Ora, stante che questo sia effetto della refrazione, si manifesta l'incostanza e mutazione sua, perchè tale accidente non accade continuamente, anzi pure rare volte, ed or con maggior ed or con minore diversità; ma il più delle volte si vede perfettamente circolare. Da questa osservazione mi pare che si possa, in certo modo, introdurre due sorti di refrazzioni: cioè, la prima, fatta dal grand'orbe vaporoso, che circonda quasi che immutabilmente la Terra, mercè del quale nascono i crepuscoli; e l'altra sia effetto d'altri più grossi vapori, che in minor altezza si distendono sopra qualche parte del globo terrestre e che forse non si elevano più in alto che sormontino gli altri vapori grossi, circoscrivendo quella parte vicina dove si producono le nuvole, le piogge, i venti etc.: e forse non sarà lontano dal vero il dire, cotali refrazzioni massime farsi in quest'orbe vaporoso e basso. Io apporterò qualche esperienza, non fatta, ma da farsi per venire in maggior cognizione di questa materia di quella che

sin qui se n'è avuta.

E prima, per chiarirsi quanto sia vero che accader possa, come alcuni affermano, che la Luna o 'l Sole, doppo essere scesi sotto all'orizzonte, si mostrino a' riguardanti esser ancora superiori, mercè della refrazione fatta ne' vapori grossi; in quel modo che vanno esemplificando della moneta posta nel fondo del catino, le cui sponde la celano all'occhio posto in sito obliquo, e che poi la medesima moneta si rende visibile qualunque volta s'infonda acqua nel vaso, nella quale, come dicono, i raggi visuali refratti vanno a trovar la moneta, o pure che la sua spezie dall'acqua venga sollevata; per chiarirsi, dico, se l'istesso accaggia per la medesima ragione nel Sole già realmente tramontato, accomodata esperienza ne sarebbe per avventura questa. Pongansi due osservatori, uno sopra una torre assai alta overo in cima d'una rupe altissima, e, l'altro sia al piede di essa torre o rupe; ed amendue osservino il tramontare del Sole, numerando con l'esquisito misurator del tempo i minuti secondi che passano mentre che il disco solare tutto si nasconde sotto l'orizzonte: imperochè, quando i vapori grossi abbiano facoltà di sostenere l'immagine del Sole sollevata dall'orizzonte, più lungo tempo passerà nel tramontare a quello posto al basso, come molto più immerso ne i vapori, che all'altro collocato in luogo sublime, per esser egli fuori delle parti vaporose più grosse; e forse potrebbe accadere che il Sole si mostrasse tuffato sotto l'orizzonte prima a colui

collocato in alto, che all'altro basso. Ma soggiungo un'altra esperienza, e, per mio credere, da stimarsi non poco.

Pongasi una corda distesa più dirittamente che sia possibile, lontana dall'occhio cento o più braccia, la qual sia posta parallela all'orizzonte, e da esso si mostri elevata circa un grado; si mostri, dico, in tale elevazione all'occhio¹¹²⁹, il quale vadia osservando il disco solare dal primo toccamento di essa corda sino alla totale sommersione sotto la medesima, numerando esattamente i minuti, almeno secondi, spesi dal disco solare nel suo trapasso. Facciasi immediatamente l'istessa operazione nel calare del medesimo disco solare sotto 'l vero orizzonte, notando, con la medesima precisione, il tempo della demersione; il quale dovrà esser più lungo notabilmente, se notabilmente vien sollevata la sua spezie dalla refrazione. E se con altre corde, per così dire, orizzontali, poste due o tre o più gradi elevate dal vero orizzonte, si faranno simili indagini, si potrà, s'io non m'inganno, con simil metodo aprire strada assai sicura

¹¹²⁹ Il ms. legge *in tale osservazione all'occhio*.

al deliberare circa le refrazzioni: il qual negozio mi par differentissimo da quello del vaso e dell'acqua, essendo che in questo l'occhio è in un diafano diversissimo da quello nel qual si trova la moneta, ma nel nostro caso l'occhio è immerso ne i medesimi vapori per i quali ha da passar la spezie; che se l'occhio, il catino e la moneta fusser tutti nell'acqua, la refrazione non vi sarebbe.

OPERAZIONE SESTA.

È noto con quanta fatica hanno proceduto gli astronomi per venire in cognizione, di tempo in tempo, del luogo nel quale si ritrova il Sole in relazione alle stelle fisse, mentre che non è stato loro permesso vedere nell'istesso momento il Sole e qualche fissa, per poter con quadrante o sestante prendere l'intervallo tra essi; ma hanno avuto bisogno di prendere prima la distanza tra 'l Sole e la Luna, o vero Venere, la quale pure si lascia veder tal volta mentre il Sole è sopra l'orizzonte; e pigliando poi la distanza tra Venere e la fissa desiderata, hanno in due pezzi composto quello che non poterono in un sol tratto. Ma ora mercè del telescopio esquisito le fisse, e massimo quelle della prima grandezza, si possono veder tutto 'l giorno; avendole prima tro-

vate avanti il levar del Sole e continuando poi d'andarle accompagnando con l'occhiale.

Ma quale e quanto è l'uso de i nostri ben preparati strumenti per descriver tutta la sfera stellata? Presa l'altezza meridiana d'una stella, da noi presa per la prima e principale, e numerando poi il tempo d'un'altra che doppo quella prima arrivi al meridiano, dove con esquisitezza si pigli la sua altezza, già averemo la differenza ascensionale di questa, ed in conseguenza il sito nella sfera stellata; ed il medesimo intendasi dell'altre: ma è ben vero che è negozio laboriosissimo e veramente atlantico, mercè del troppo numeroso gregge delle fisse. E perchè in questa ed in molte altre operazioni aviamo bisogno d'una giustissima linea meridiana, esporrò conseguentemente un modo di trovarla, per mio credere esattissimo.

OPERAZIONE SETTIMA.

.....

APPENDICE

I.

Cavato da un libro di ricordi del Sig. Niccolò di Francesco Arrighietti, che, d'età d'anni 53, morì a dì 29 di Maggio 1639; nel qual libro, intitolato di Ricordi in materia d'agricoltura e d'economia e d'altre occorrenze domestiche, alla giornata da lui osservate e sperimentate, a faccie 30, vi apparisce quanto appresso: e tal libro è in mano al Sig. Noferi Arrighetti, suo figliuolo.

A dì 10 d'Ottobre 1638.

Questo giorno trovandomi a visitare il Sig. Galileo Galilei, sovrano filosofo e matematico ed amico mio, a cui son molto obbligato per quel molto che nel conversar seco ho imparato da lui; trovandomi, dico, con questo grandissimo ingegno, mi ha insegnato un problema da lui ritrovato, del quale mi par dovere farne ricordo, acciò, mancando egli nè avendone altri fatto nota, non si perdesse: e benchè non sia in materia d'agricoltura o d'economia, ma puramente d'astronomia, in ogni modo sia qui come sarebbe una rosa di diamanti o d'altre gemme di pregio entro un nappo di fiori e pomi naturali, la quale per lo suo valore campeggerebbe tra essi in maniera, che più di tutti si stimerebbe. Il problema dunque è questo: un modo molto squisito di misurare il diametro delle stelle fisse.

Eleggasi, per esempio, la Canicula e di questa stella si cerchi esso diametro. In prima, con la misura del tempo, per mezzo delle vibrazioni del pendulo (strumento oggi notissimo a chi è punto vago d'esaminare gli effetti della natura), ritrovisi quante vibrazioni entrassero nello spazio d'un'intera devoluzione diurna del primo mobile, ciò è in 24 ore; sieno, per esempio, dugentomila, o quanto si voglia: piglisi poi una tavoletta, larga, per esempio, un quarto di braccio; quella s'accorda nella dirittura dell'occhio alla stella in certa comoda distanza; e fermato un cannoncino, per lo quale si traguardi, in luogo da non potersi muovere, si dirizzi per esso la vista alla stella, la quale si osservi con diligenza quando comincia a entrare nella tavoletta fino a che onninamente dietro a quella si occulti, sì che si perda il vederla; subito perduta di vista, si comincino a contare le vibrazioni e volte del pendulo in fin tanto all'occhio, tenuto fermo per lo cannoncino verso la tavoletta, riapparisca dall'altro suo estremo la circonferenza di detta stella; e ipso fatto apparita, si segni quante vibrazioni e volte del pendulo sien contate, le

quali, per esempio, sien dugento. Fin qui dunque è cosa chiara che in dette dugento vibrazioni¹¹³⁰ di detto pendulo è passato più volte l'intero diametro di detta stella; sien, per esempio, detti passaggi di diametro sei. Fatto qui punto, piglisi la sera appresso altra tavoletta simile alla prima, ma il doppio più larga, e accomodisi nel medesimo modo e nella distanza medesima: tornisi a dirizzar la vista per lo medesimo cannoncino verso la stella, e s'osservi, come la sera avanti, fin tanto che sia occultata del tutto dietro la tavoletta, e immediatamente si comincino a contare le volte del pendulo, fin tanto riapparisca la periferia della stella; e subito apparita, si segni il numero delle volte del pendulo. Ora, chiara cosa è, che se nel passar della stella dietro alla minor tavoletta si contarono, come si è supposto, dugento vibrazioni del pendulo, queste della seconda, maggiore il doppio, saranno state non quattrocento, ma più, stante che nella prima tavoletta si cominciarono a contare

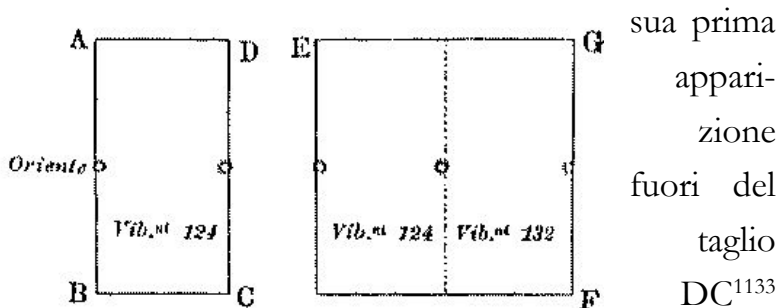
¹¹³⁰ Il ms. legge *sien cento*. *Fin qui ... in dette cento vibrazioni* ecc.

doppo un intero passaggio del diametro della stella, i quali passaggi se nelle dugento vibrazioni li supponemmo per sei, in questa seconda, maggiore il doppio, saranno tredici, come chi ben considera ritroverà; e però se ne i sei supposti passaggi di diametro le vibrazioni furon dugento, ne' tredici verranno a essere le vibrazioni numero $433 \frac{1}{3}$. Ma perchè la misura del tempo d'una intera rivoluzione del primo mobile abbiam supposta essere vibrazioni dugentomila, il tempo del passaggio del diametro della stella sarà come $33 \frac{1}{3}$ a dugentomila; d'onde ne segue che quella parte che è $33 \frac{1}{3}$ di 200000, sia il diametro della stella fissa considerata a gradi 360 di tutto il zodiaco.

II.

Per la misura de i diametri apparenti delle stelle: invenzione nuova, e credo esattissima, del Galileo.

Osservarsi col pendolo, misuratore del tempo, già ag-
giustato perchè dia¹¹³¹ i minuti primi e secondi etc., il
transito o tempo del passaggio di una stella dal¹¹³² mo-
mento della sua totale occultazione dietro al taglio o
termine AB della tavoletta AC sino al momento della



della medesima tavoletta, esposta in aria e distante
dall'occhio sempre per una medesima lontananza; e sia,

¹¹³¹ perchè dia è stato corretto tra le linee in luogo di *per aver da esso*,
che era stato scritto prima.

¹¹³² dal è stato sostituito tra le linee a *dopo il*, che prima si leggeva;
e prima di *dopo il* era stato scritto *dopo la*.

¹¹³³ Tra *taglio* e *DC* leggesi, cancellato, *della*.

per esempio, tal tempo di passaggio di numero 124 vibrazioni di pendulo. Dopo, con un'altra tavoletta EF, esposta in aria alla medesima, distanza dall'occhio che la prima, ma più larga il doppio appunto, si osservi di nuovo il tempo del passaggio dalla totale occultazione della¹¹³⁴ medesima stella sino alla prima apparizione dal¹¹³⁵ taglio FG; e troverassi che il numero delle vibrazioni sarà più che doppio del primo numero 124, e, per esempio, sarà 256, cioè più 8 vibrazioni del doppio: che tal numero 8 sarà la misura del tempo del passaggio del solo e nudo corpo di essa stella; qual tempo, ridotto a misura di angoli, si troverà esser tanti minuti primi o secondi etc. per il diametro apparente di detta stella. E se la seconda tavoletta sarà tripla o quadrupla etc. della prima, il passaggio per essa sarà più che triplo o più che quadruplo del passaggio per la prima; e tale eccesso sarà la misura del diametro apparente di essa stella,

¹¹³⁴ Tra *occultazione e della* leggesi, cancellato, *alla*.

¹¹³⁵ Tra *apparizione e dal* leggesi, cancellato, *fuori*.

preso tante volte quanto è il numero del multiplice di detta seconda tavoletta, levatone sempre uno: cioè, se la tavoletta sarà tripla della prima, detto eccesso darà due diametri; se quadrupla, ne darà tre; se quintupla, quattro, etc.: e quanto più sarà multiplice fino ad un tal segno, tanto più esatta verrà l'osservazione, di tanta curiosità e conseguenza, e si potrà più volte replicare e riscontrare etc.

Il tutto apparisce manifesto dalla sola figura, senza bisogno d'altra dimostrazione.

Pure.....

LETTERA
AL
PRINCIPE LOPOLDO DI TO-
SCANA
IN PROPOSITO
DEL CAP. I° DEL LITHEOSPHORUS
DI FORTUNIO LICETI

AVVERTIMENTO.

Vincenzio Casciarolo, oscuro studioso di alchimia, scopriva intorno all'anno 1604 la singolare proprietà posseduta da quella specie di barite, che, per essere stata trovata a Monte Paderno nel Bolognese, ebbe nome di *pietra lucifera di Bologna*, del diventare fosforescente per insolazione, o, come allora si disse, di assorbire e tramandare la luce. Di questa scoperta si affrettava il Casciarolo a dare comunicazione ad alcuni studiosi, e, fra gli altri, al Matematico dello Studio di Bologna, Giovanni Antonio Magini, per mezzo del quale n'ebbe assai probabilmente contezza Galileo. Questi, com'era suo costume di fare per qualsiasi fenomeno naturale di cui venisse in cognizione, prese a filosofarvi sopra; e trovandosi in Roma nel 1611 per dimostrare ai suoi contraddittori la verità delle scoperte celesti da lui poco prima annunziate, esibì agli studiosi, in certo congresso nel quale era caduto il discorso intorno alla natura della luce, alcuni pezzetti della detta pietra, richiamando la

loro attenzione su quella sua proprietà¹¹³⁶. Tra i presenti a quel convegno scientifico era anche Federico Cesi, nella corrispondenza del quale con Galileo ricorre ripetutamente menzione della pietra lucifera bolognese¹¹³⁷; ma quantunque il Nostro avesse avuto non infrequenti occasioni di ritornare sull'argomento, per rispondere alle interrogazioni che dagli amici gli venivano rivolte¹¹³⁸, pure non sembra che di proposito se ne sia

¹¹³⁶ *De phoenomenis in orbe Lunae, novi telescopii usu a D. Gallileo Galileo nunc iterum suscitatis, physica disputatio a D. IULIO CAESARE LA GALLA, in Romano Gymnasio habita ecc., necnon de luce et lumine altera disputatio.* Venetiis, MDCXII, apud Thomam Balionum, pag. 58.

¹¹³⁷ Lettere di FEDERIGO CESI a GALILEO dei 21 ottobre 1611 (Mss. Gal., Par. VI, T. VIII, car. 53), 15 febbraio e 30 maggio 1613 (Mss. Gal., Par. VI, T. IX, car. 26 e 56) e 3 gennaio 1614 (Mss. Gal., Par. VI, T. IX, car. 112).

¹¹³⁸ Lettere a GALILEO di GIOVANFRANCESCO SAGREDO dei 9 maggio 1613 (Mss. Gal., Par. VI, T. IX, car. 48), di GIOVANNI BARDI dei 24 maggio 1613 (Mss. Gal., Par. VI, T. IX, car. 52),

occupato prima della pubblicazione che Fortunio Liceti fece nel 1640 del suo *Litheosphorus*¹¹³⁹. Di questo libro egli si affrettò a mandare un esemplare a Galileo, con preghiera che volesse comunicargliene il suo giudizio; ed avendo egli per incidenza impugnata nel capitolo cinquantesimo della sua opera l'opinione del Nostro, che quel tenue lume secondario che nella parte tenebrosa della Luna si scorge, massimamente quando ella è poco rimota dalla congiunzione col Sole, fosse effetto cagionato dal riflesso dei raggi solari nella superficie

di BENEDETTO CASTELLI del 1° marzo 1618 (Mss. Gal., Par. I, T. VIII, car. 27), di CESARE MARSILI del 2 settembre 1626 (Mss. Gal., Par. VI, T. XI, car. 43); e di GALILEO a CESARE MARSILI dei 29 agosto 1626 (Archivio MARSIGLI in Bologna).

¹¹³⁹ *Litheosphorus, sive de lapide bononiensi, lucem in se conceptam ab ambiente claro mox in tenebris mire conservante, liber* FORTUNII LICETI Genuensis, pridem in Pisano, nuper in Patavino, nunc in Bononiensi Archigymnasio Philosophi Eminentis; Eminentissimo ac Reverendissimo D. D. Aloysio Cardinali Capponio, Ravennae Archiepiscopo, dicatus. Utini, ex typographia Nicolai Schiratti, MDCXL.

del nostro globo terrestre, Galileo, e per corrispondere alla domanda che dal Liceti stesso gliene era stata fatta, e per obbedire al comandamento significategli l'11 marzo 1640 dal Principe Leopoldo de' Medici, che si contentasse di partecipargli in iscritto il suo pensiero intorno alle opposizioni dell'avversario¹¹⁴⁰, s'accinse subito a dettare una lettera indirizzata al Principe, la quale rappresenta in ordine di tempo l'ultimo lavoro scientifico del Nostro.

Necessitato, com'era, a ricorrere all'aiuto degli occhi e della mano di altri, Galileo dolevasi, rispondendo il 13 marzo al Principe, di dover interporre alcun poco più di tempo che non avrebbe desiderato, prima di mettere ad effetto il comando ricevuto, e lo pregava di condonargli tale dilazione¹¹⁴¹: noi però non possiamo, in quella vece, non ammirare la singolar facilità con la

¹¹⁴⁰ Lettera sotto questa data del Principe LEOPOLDO a GALILEO (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 101).

¹¹⁴¹ Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 96.

quale quel Vecchio cieco metteva in carta i suoi pensieri, poichè già il 19 marzo egli significava a Daniele Spinola che fra pochi giorni, cioè quando ne fosse tratta copia, gli avrebbe potuto far leggere la scrittura "assai lunghetta", che aveva steso secondo il cenno del Principe¹¹⁴². Di questa scrittura Galileo non solo si affrettò, com'era naturale, a mandar copia a S. A.¹¹⁴³, ma la divulgò per tutta Italia, e ne inviò esemplari manoscritti anche oltre i monti¹¹⁴⁴; non però al Liceti, se non dopo

¹¹⁴² Mss. Gal., Par. VI, T. VI, car. 105.

¹¹⁴³ Lettere del Principe LEOPOLDO a GALILEO del 14 maggio 1640 (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 103), e di GALILEO al Principe LEOPOLDO del 25 maggio (Tomo cit., car. 99).

¹¹⁴⁴ Lettere di FORTUNIO LICETI a GALILEO del 3 e 31 agosto (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 214 e 222), e di GALILEO a FORTUNIO LICETI del 25 agosto 1640 (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 147).

che questi gliel'ebbe più volte richiesta¹¹⁴⁵, così che soltanto il 14 luglio gliene annunciava la spedizione, pregandolo di sinceramente esprimergliene il suo avviso¹¹⁴⁶. Gli rispondeva il Liceti in data de' 3 agosto, lagnandosi alquanto delle punture contro lui sparse per la scrittura di Galileo, promettendo di rispondergli con altra scrittura, e mostrando il desiderio che quella dell'avversario fosse stampata¹¹⁴⁷. Galileo riscontrava la lettera del Liceti con una sua del 25 agosto, scrivendogli: «Io non ho avuto pensiero di pubblicare con le stampe questa mia scrittura: e quando sia pensiero suo di volerla far publica insieme con le sue risposte, non

¹¹⁴⁵ Con le lettere dell'8 giugno (Mss. Gal., Par. VI. T. XIII, car. 204) e 6 luglio 1640 (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 162).

¹¹⁴⁶ *De secundo-quaesitis per epistolas a claris viris ecc. responsa* FORTUNII LICETI, ecc. Utini, ex typographia Nicolai Schiratti, MDCXLVI, pag. 65.

¹¹⁴⁷ Lettera citata.

lo recuso; ma solo vi aggiungo che avrei caro che tal mia scrittura andassi sotto altra forma, che di una lettera scritta a richiesta di uno Signor grandissimo. Ma quando ella si risolve a far pubbliche le mie risposte, io, senza punto alterare niuna delle cose da me scritte, la distenderò in altra forma, inviando i miei discorsi (se così le piacerà) a lei medesima, aggiugnendovi anco qualche altra mia considerazione sopra le sue impugnazioni, per ampliarli il campo a tanto più particolarmente risolvere quello che potesse esserli da me o da altri in contrario opposto.... Quanto all'astenersi dalli aculei, sì come spero che per sua cortesia e generosità sia per farlo, così la assicuro che se mi occorrerà replicare cosa alcuna, se bene vinto da lei [in] dottrina, non lascerò passarli innanzi nella reverenza che devo a' suoi gran meriti»¹¹⁴⁸.

Il 31 agosto il Liceti tornava a manifestare la sua intenzione di rispondere alle opposizioni del Nostro, e

¹¹⁴⁸ Lettera citata.

domandava il permesso di pubblicare, insieme con la scrittura che già aveva cominciato a distendere, quella di Galileo, «perchè non sarei bene inteso se non accompagnassi li miei detti con le sue posizioni, e perché vorrei schifar l'incontro che mi potesse di nuovo esser opposto che io imponessi, a V. S. cosa da lei non detta»¹¹⁴⁹ e questo permesso essendogli già stato implicitamente accordato da Galileo nella sua del 25 agosto, che il 31 il Liceti non aveva ancor ricevuto, il 7 settembre quest'ultimo replicò, professandosi grandemente obbligato di tal grazia¹¹⁵⁰. Il 15 settembre Galileo prometteva di nuovo al Liceti le sue risposte, ridotte in altra lettera, a lui medesimo indirizzata, «dove averò campo di non mi lasciar vincere in usar termini di reverenza al suo nome»¹¹⁵¹: e quanto al moderar le punture, contenute

¹¹⁴⁹ Lettera citata.

¹¹⁵⁰ MSS. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 224.

¹¹⁵¹ Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 145.

nella prima, egli ne riceveva invito anche dal Principe Leopoldo, al quale era piaciuto molto il pensiero di Galileo di rivolgersi direttamente all'avversario¹¹⁵². Se non che poco dopo S. A. dovette cambiare avviso, circa a quest'ultimo punto, poichè, quando ormai Galileo aveva condotto molto innanzi la sua nuova fatica, il 27 ottobre era costretto a riscrivere al Liceti in questi termini: «Pensavo a questa ora di poter inviarle le mie risposte sopra il candore della Luna, distese in forma di lettera a lei medesima, e già le avevo quasi che ridotte al netto, quando mi è venuto avviso che il Serenissimo Principe Leopoldo, alla cui Altezza avevo in prima scritto, si maravigliava che io avessi mutato concetto, solo per dubbio che, dovendo tali mie risposte esser pubblicate con le stampe, vi fusse inserto il nome glorioso di Sua Altezza, cosa aliena dal suo pensiero; anzi facendomi intendere di esser per gradire, il nome suo

¹¹⁵² Lettera di MARIO GUIDUCCI a GALILEO del 17 sett. 1640 (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 176).

faccia manifesto della sua compiacenza di esser frapposto tra me ed uno de i più famosi litterati del nostro secolo. Onde io... ho risoluto di ritornare in su la prima maniera di scrivere all'A. S., ma con tessitura alquanto più ampia, per la interposizione di varie mie considerazioncelle..., temperando appresso ogni minima ombra di amarezza, spargendovi sempre parole di dolcezza e soavità»¹¹⁵³.

Il Liceti, impaziente di aspettare la lettera accresciuta ed accomodata, ne affrettava col desiderio l'invio il 6 novembre 1640¹¹⁵⁴, il 1° e l'8 gennaio 1641¹¹⁵⁵. Finalmente il 5 febbraio egli aveva ormai letto la bramata risposta, e più non chiedeva da Galileo che una lettera

¹¹⁵³ *De Lunae subobscura luce*, ecc. Auctor FORTUNIVS LICETVS, ecc., pag. 165-166.

¹¹⁵⁴ Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 166.

¹¹⁵⁵ Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 239 e 241.

da potersi far pubblica, la quale, apportando quelle cagioni che avevano costretto il Nostro a procrastinare la spedizione della seconda scrittura, servisse di scusa al Liceti della sua dilazione in pubblicare la replica¹¹⁵⁶. Galileo compiacque anche in questo l'avversario¹¹⁵⁷, il quale non fu lento allora a dare esecuzione al suo disegno: infatti i tre libri *De Lunae subobscura luce prope coniunctiones et in eclipsibus observata*, coi quali il Liceti riprende a trattare l'argomento della luce secondaria della Luna, e nel secondo pubblica l'intera lettera di Galileo dividendola in ben 183 paragrafi, e a ciascuno soggiungendo la sua risposta, portano le licenze di stampa con le date del 27 maggio e 5 luglio 1641¹¹⁵⁸. All'ultimo paragrafo della lettera di Galileo il Liceti fa tener dietro

¹¹⁵⁶ Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 164.

¹¹⁵⁷ *De Lunae subobscura luce*, ecc. Auctor FORTUNIVS LICETVS, ecc., pag. 57-58.

¹¹⁵⁸ *De Lunae subobscura luce prope coniunctiones et in eclipsibus observata libros tres, in quibus ad opticen, astronomiam, physiologiam et alias*

queste parole: «Harum literarum, ante reformationem et amplificationem, primum exemplar a Cl. viro transmissum ad me recepi Patavii circa finem Iulii MDCXL; sed reformatas et auctas hasce literas accepi Bononiae post sex fere menses, iam desinente Ianuario MDCXLI»¹¹⁵⁹.

La storia della *Lettera al Principe Leopoldo*, quale è stata da noi esposta finora sulla scorta dei documenti epistolari, trova la sua piena conferma nello stato dei manoscritti, dai quali la *Lettera* stessa ci è stata conservata. Il T. VII, 1 della Par. III dei Manoscritti Galileiani posseduti dalla Biblioteca Nazionale di Firenze comprende,

disciplinas attinentia plurima dogmata pulchra et difficilia diligenter explicantur, auctor FORTUNIVS LICETVS Genuensis, ex L. Com. in Archigymn, Bonon. Philos. supraordinarius, Serenissimo Principi Leopoldo Tusciae dedicat. Utini, MDCXLII, typis Nicolai Schiratti.

¹¹⁵⁹ *De Lunae subobscura luce* ecc., pag. 382.

dalla car. 105r. alla car. 142^bt., una serie di bozze attinenti alla *Lettera*, di mano di Vincenzio Viviani, perchè, come il Viviani stesso scrive in un foglio bianco che ad esse è preposto (car. 94r.), «furono dettate a me dal medesimo Galileo, nel tempo che studiavo appresso di lui in Arcetri»¹¹⁶⁰: Vincenzio Viviani è infatti il «caro amico», a cui Galileo accenna in alcune delle lettere innanzi citate, degli occhi e della mano del quale egli, nel suo infortunio, si valeva. Queste bozze, legate ora alla rinfusa, si possono ordinare in più gruppi.

Della prima parte della *Lettera*, che comprende l'introduzione e la risposta al primo argomento dell'avversario (pag. 489-510 della nostra edizione), esse ci offrono due stesure diverse e distinte: l'una, mancante però del principio, è nelle car. 142^bt., 142^br., 138r.-140t.,

¹¹⁶⁰ Cfr. anche *Quinto libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo* ecc. da VINCENZIO VIVIANI ecc. In Firenze, alla Condotta, M.DC.LXXIV, pag. 100. Il VIVIANI assegna, per errore, alla *Lettera* la data del 25 marzo 1641.

119^t.; l'altra, nelle car. 112^r.-118^a^t. La seconda di queste stesure presenta il testo che il Liceti pubblicò nella sua replica: la prima invece è pure indirizzata al Principe Leopoldo, ma è più succinta; la maniera con cui Galileo discorre del Liceti è risentita e pungente: ed in essa riconosciamo quella stesura che Galileo mise in carta nel marzo del 1640; non abbiamo però qui una prima dettatura, ma una trascrizione al pulito, quale quella che prometteva, il 19 marzo, a Daniele Spinola. Le citate car. 112^r.-118^a^t. contengono, per contrario, una prima bozza della stesura che fu poi definitiva; e che sia una prima bozza, lo dimostrano le numerose cancellature e i polizzini su cui sono scritte alcune rimesse; inoltre, qui Galileo si indirizzava dapprima al Liceti; se non che tutte le espressioni in cui egli rivolgeva direttamente la parola all'avversario, sono o cancellate, o corrette, in modo che la lettera sia di bel nuovo diretta al Principe Leopoldo¹¹⁶¹. È facile pertanto riconoscere in queste

¹¹⁶¹ Così, per esempio, dove scrivendo al LICETI diceva V. S., o *Ella*, è sostituito *il Sig. Liceti*, o *egli*, o, secondo i casi, *l'A.V.S.*

carte l'abbozzo che Galileo dettò tra il settembre e l'ottobre del 1640, quando prese a dar nuova forma alla *Lettera*, con intenzione di intitolarla a Fortunio Liceti, e che subito dopo ricorresse per ubbidire al Principe, il quale voleva un'altra volta che la *Lettera* portasse in fronte il suo nome. Sappiamo però dalla lettera, innanzi citata, del 27 ottobre al Liceti, che, prima di ricevere siffatto avviso da S. A., Galileo già aveva «quasi ridotte al netto» le sue «risposte» rivolte al Liceti stesso: e il manoscritto contiene invero, nelle car. 110r.-111t., il principio di queste risposte trascritto al pulito, non dalla mano del Viviani. Inoltre, poichè, per motivo delle cancellature e delle correzioni molteplici, specialmente le prime delle car. 112-118^a risultavano poco chiare, così

Inoltre, il principio della *Lettera*, fino alle parole *Dicole dunque* ecc. (pag. 491, lin. 12), è qui del tutto diverso; qualche frase che concerne direttamente l'avversario fu levata, e qualche altra frase invece fu aggiunta, quando la *Lettera* fu indirizzata di nuovo al Principe. Vedi, a questo proposito, il saggio della stesura rivolta al LICETI che pubblichiamo a pag. 543 - 545.

Galileo, dopochè dovette indirizzarsi di nuovo al Principe Leopoldo, le fece ricopiare, nella forma con cui parlava a quest'ultimo, dal Viviani stesso: e siffatta trascrizione al pulito, che fu poi ritoccata soltanto in poche frasi, è nelle car. 105 r .-109 t ., le quali comprendono ciò che nella bozza è da car. 112 r . a car. 112 r .-115 ^{a} t .

Della seconda parte della *Lettera*, a partire dalle parole «Ora venghiamo al secondo argomento (pag. 511, lin. 1 della nostra edizione) sino alla fine, abbiamo un unico manoscritto di pugno del Viviani, nelle car. 119 r .-134 t . (esclusa la car. 119 t). La forma della scrittura e lo stesso aspetto esteriore di questi fogli danno a vedere che essi formano la diretta continuazione di quella copia al pulito della prima stesura, di cui abbiamo trovato una parte nelle car. 142 ^{b} t . e r ., 138 r .-140 t . e 119 t ., e che abbiamo detto doversi assegnare al marzo del 1640: questo proseguimento però e compimento di essa copia è stato corretto da capo a fondo, e sempre per la mano del Viviani, ed è divenuto così la bozza della seconda stesura, cioè di quella spedita al Liceti nel gen-

naio del 1641; in questa parte della *Lettera* infatti le modificazioni, con le quali l'Autore volle riformarla e ampliarla, essendo state meno gravi che nel tratto precedente, poterono esser contenute tra le linee, o sui margini, o tutt'al più in cartellini che furono allora sovrapposti al testo primitivo, e da noi, come ci parve doveroso, furono ora distaccati. Così in queste car. 119-134 noi possiamo, con sottile e paziente indagine, distinguere, nell'unico manoscritto, le due stesure, e di sotto alle correzioni ed aggiunte, introdotte tra l'ottobre del 1640 e il gennaio del 1641 e da cui risultò la seconda forma della *Lettera*, disepellire la prima: e per tal modo i fogli di pugno del Viviani, contenuti nel citato T. VII dei Manoscritti Galileiani, ci danno modo di ricostruire per intero le due lettere, tranne le primissime pagine della prima.

Di tale prima forma della *Lettera* conosciamo però tre altre copie al pulito, e queste integre: l'una di esse è

nel cod. CXL. 2 della Biblioteca Ginori-Venturi in Firenze¹¹⁶²; un'altra, nel cod. Marucelliano A. LXXI, n. 8; la terza è legata nel più volte ricordato T. VII, 1 della Par. III dei Manoscritti Galileiani (car. 149r.-160t.): tutt'e tre appartengono al secolo XVII, ma quella del codice Marucelliano è più recente delle altre due. Tra le fonti della prima stesura dobbiamo inoltre enumerare l'edizione bolognese delle *Opere* di Galileo, la quale nel Tomo II pubblica la *Lettera*¹¹⁶³, non però riproducen-

¹¹⁶² Secondo LUIGI PASSERINI (*Catalogo dei Mss. Ginori-Venturi*, che forma il cod. Passeriniano 161 della Biblioteca Nazionale di Firenze), il codice Ginori-Venturi della *Lettera* sarebbe stato dettato da GALILEO «ad uno dei suoi scolari», e LORENZO MAGALOTTI, da cui passò nella Biblioteca GINORI-VENTURI, l'avrebbe avuto dalla segreteria del Card. LEOPOLDO DE' MEDICI. Non sappiamo però quanto queste notizie sieno attendibili.

¹¹⁶³ *Opere di GALILEO GALILEI* ecc. In Bologna, per gli HH. del Dozza, MDCLV-MDCLVI. Tomo II, pag. 71-93.

dola dalla stampa procurata tredici anni prima dal Liceti, ma cavandola, come apparisce dai confronto con la Licetiana, da un manoscritto, che è probabile sia stato fornito dal Viviani¹¹⁶⁴. L'edizione bolognese, che dà, nel complesso, la stesura del marzo 1640, ma in un testo corrotto da spropositi d'ogni maniera, fu poi seguita, salvo alcuni ritocchi, dagli editori posteriori, che ignorarono l'esistenza della stampa licetiana; così che quella forma che non era la definitiva, e, per di più, viziata, fu la sola che fosse universalmente letta, finchè il Venturi nel 1821, accortosi delle notevoli diversità della Licetiana, raccogliendo le *Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo Galilei*, ripubblicò tra esse anche i tratti più differenti della stampa Liceti¹¹⁶⁵: la quale tuttavia

¹¹⁶⁴ Vedi la prefazione *Carlo Manolesi a' discreti e virtuosi lettori* nel Tomo I dell'edizione stessa.

¹¹⁶⁵ Par. II, Modena, per G. Vincenzi e Comp., M.DCCC.XXI, pag. 303-320.

per intero non fu, dal 1642 ad oggi, più riprodotta. Oltre a questa stampa e alle bozze di mano del Viviani, di cui abbiamo discorso, non conosciamo altre fonti della seconda stesura¹¹⁶⁶.

Da quanto siamo venuti finora esponendo apparisce come sia vasto il materiale del quale deve trar profitto l'editore della *Lettera*, e come, in conseguenza, l'assunto di questo riesca difficile e delicato. A noi parve fosse nostro compito trascegliere da questo materiale ciò che meritava di esser fatto conoscere al lettore e presentar poi il tutto in forma che, sotto ragionevole brevità,

¹¹⁶⁶ Non è da maravigliarsi che esistano parecchie copie manoscritte, della prima stesura, e che sia avvenuto che su di un manoscritto di essa fosse anche condotta l'edizione bolognese, poichè abbiamo visto che GALILEO divulgò largamente la prima lettera. Si può supporre invece che, siccome il Nostro sapeva che la seconda sarebbe stata tosto pubblicata per le stampe dal LICETI, si astenesse dal diffonderla manoscritta. Così possiamo renderci ragione della fortuna curiosa toccata alle due stesure.

fosse, specialmente, chiara, e permettesse di riconoscere, senza soverchie complicazioni, le relazioni fra le due stesure. Diremo ora come ci studiammo di conseguire questo fine.

Per il primo tratto della *Lettera*, nel quale la prima e la seconda stesura sono del tutto diverse, ponemmo a riscontro i due testi, pubblicandoli per intero, l'uno nella parte superiore e l'altro nell'inferiore della stessa pagina (pag. 489-510): nella superiore, la seconda stesura; nell'inferiore, la prima. Attingemmo la prima stesura dalle car. 142^b*t.* e *r.*, 138*r.*-140*t.*, 119*t.* del manoscritto Viviani¹¹⁶⁷: ma giudicammo dover di essa presentare quella forma che, a quanto si può credere, le fu definitiva e nella quale si divulgò, escludendo pertanto tutte quelle lezioni che Galileo dovette correggere

¹¹⁶⁷ Riproduciamo fedelmente anche la grafia del manoscritto VIVIANI, esclusi però, com'è naturale, gli errori (come *del emisferio*, *nel altra*, *del ombra*, ecc.), che commette il giovinetto amanuense, e qualche particolarità (p. e. *riconosce*, *cresce*, *scorgiè*), che non è per nulla dell'uso di GALILEO.

nell'atto stesso che dettava la scrittura o poco dopo. Perciò in tutti quei luoghi in cui il manoscritto offre delle correzioni, ricorremmo altresì al confronto degli altri codici e della stampa bolognese: e se la lezione scritta originariamente dal Viviani, e poi corretta, non riappariva in nessun'altra delle fonti (il che avveniva specialmente trattandosi di cancellature contestuali), concludemmo che quella lezione aveva avuto una vita effimera, e in nessun modo non ne tenemmo conto; quando invece la lezione originale del manoscritto Viviani si ritrovava almeno in alcuna delle fonti (e spesso in questi casi la nuova lezione era stata sostituita nel manoscritto Viviani da una mano che può ben essere di un altro), la accettammo nel testo, registrando appiè di pagina la lezione sostituita. Queste lezioni sostituite, che, a nostro avviso, sono posteriori alla forma definitiva in cui possiamo credere che Galileo nell'aprile del 1640 inviasse la *Lettera* anzitutto al Principe Leopoldo e poi ad altri, e che forse nacquero o quando nel luglio ne mandò copia al Liceti o, più verisimilmente, quando, invitato da questo a stampare la scrittura, cominciò ad

elaborarla di nuovo, sono distinte con la notazione V' , essendosi riserbata la notazione V per indicare la lezione definitiva della prima stesura¹¹⁶⁸. È poi naturale che nel dover discernere la lezione definitiva da quelle ad essa precedenti o posteriori, abbiamo incontrato non poche incertezze, specialmente quando le altre fonti non erano tra loro concordi, nè possiamo essere sicuri d'aver ricostruito esattissimamente essa lezione definitiva¹¹⁶⁹, la quale del resto per Galileo stesso non dovette essere tale che per pochi mesi: ma nel complesso crediamo di non esserci molto allontanati dal

¹¹⁶⁸ A pag. 504, lin. 31, abbiamo accolto nel testo la lezione V' , perchè V era un manifesto trascorso. A pag. 502, lin. 23-24, dalle lezioni V e V' , tutt'e due viziate, abbiamo ricavato la lezione corretta.

¹¹⁶⁹ Alcune volte la seconda lezione fu scritta non tra le linee o sui margini, ma mediante ripassature delle parole scritte originariamente: si comprende come in questi casi riusciva difficile, e talora anzi impossibile, distinguere con sicurezza le due lezioni.

vero.

La seconda stesura, che pubblicammo nella parte superiore delle stesse pag. 489-510, volemmo che fosse rappresentata dalla stampa Liceti e non dai manoscritti Viviani, poichè crediamo che dove quella s'allontana da questi, contenga, almeno nella maggior parte dei casi, correzioni fatte da Galileo nell'atto, per così esprimerci, che inviava all'avversario la *Lettera*, delle quali perciò non è rimasta traccia nelle bozze di mano del Viviani. Riproducendo con esattezza la Licetiana, ne correggemmo però, con l'appoggio delle bozze, i manifesti errori¹¹⁷⁰, le forme viziate forse dal tipografo non toscano, che non sono tuttavia frequenti¹¹⁷¹, e qualche le-

¹¹⁷⁰ Rare volte avvenne in tutta la *Lettera* che la lezione manifestamente errata, e che abbiamo dovuto correggere, fosse così nel manoscritto come nella stampa: vedi, p. e., pag. 532, lin. 27, e pag. 541, lin. 1-3.

¹¹⁷¹ Abbiamo corretto *nonanta* in *novanta*, *quindici* in *quindici*, *dodici*

zione, che sebbene non si possa con tutta sicurezza ripudiare, pure dà forte sospetto d'essere stata alterata, e segnammo appiè di pagina con la lettera *s* i luoghi corretti; inoltre, in tutti quei passi in cui la Licetiana non trova conferma nelle bozze, raccogliemmo appiè di pagina anche le varianti di queste, distinguendole con la notazione VV: così il lettore può giudicare di volta in volta se la lezione della stampa rappresenti delle correzioni volute all'ultimo momento da Galileo, oppure delle alterazioni arbitrariamente introdotte da altri¹¹⁷².

in *dodici*, ecc. Vi sono altre forme delle quali si può ben dubitare se provengano veramente da GALILEO, oppure dagli amanuensi o dal tipografo: tuttavia ci parve più prudente, nell'incertezza, rispettare la stampa. Così abbiamo conservato, pur dubitando, *differenzia*, *magnificenzia* ecc., *communicherò*, *communemente* ecc., benchè sappiamo che il Nostro solea scrivere *comune*, *comunicare* ecc. Del resto, *presenzia*, *circonfrenzia* ecc. si leggono nei manoscritti stessi della *Lettera* di pugno del VIVIANI.

¹¹⁷² Non abbiamo tenuto conto, per regola, delle differenze puramente fonetiche o morfologiche tra la lezione della stampa

Non credemmo invece di dover raccogliere nulla di ciò che, appartenendo alla seconda stesura, dalle bozze stesse appariva essere stato ripudiato dall'Autore, il quale aveva preferito sostituire altre lezioni: pertanto nè annotammo le parole o tratti cancellati delle car. 105^r-109^t. (pag. 489 - pag. 500, lin. 10 della nostra edizione) e 116^r-118^t (pag. 500, lin. 10 - pag. 510), sulle quali riscontrammo la Licetiana, nè tenemmo alcun conto delle car. 112^r-115^t, che, come abbiamo detto, Galileo fece poi trascrivere al pulito, ritoccandole, nelle car. 105^r. - 109^t.

Nella seconda parte della *Lettera* (pag. 511-542), della quale abbiamo, di pugno del Viviani, un unico manoscritto, ma tale che ci permette di distinguere con sufficiente precisione le due stesure, noi pubblicammo per

e quella del manoscritto: chè il trovare, per esempio nel manoscritto *dunque* e nella stampa *adunque*, nel manoscritto *altramente* e nella stampa *altrimenti* non ci dà nessuna certezza che GALILEO dettasse in quel modo piuttosto che in questo.

intero un testo unico, e cioè quello della seconda stesura, nella forma della stampa Liceti, per le ragioni addotte poco fa; correggendo però, quando ne era il caso, essa stampa col manoscritto, e annotando con la lettera *s* le lezioni corrette, come per lo innanzi avevamo fatto. Quanto poi alle due stesure, e ai rapporti del manoscritto con la stampa Liceti, si presentavano i casi seguenti. Alcune volte il manoscritto, che non dobbiamo dimenticare essere stato in origine una copia al pulito della prima stesura, offriva una lezione originaria, corretta poi o dalla mano del Viviani o, forse, da altra mano: in quei casi in cui dal riscontro con le altre fonti della prima stesura appariva che la lezione originaria era stata della prima stesura definitiva, la annotammo appiè di pagina con l'indicazione *V*, soggiungendovi appresso, con *V'*, la lezione corretta, la quale, com'è naturale, molto spesso concorda con la lezione della Licetiana. Altre volte il manoscritto dava un'unica lezione, e questa diversa da quella della stampa Liceti: non era dubbio allora che la lezione del manoscritto rappresentava la prima stesura, e anche queste lezioni

furono da noi raccolte sotto la notazione V . Quando infine il manoscritto, offrendo una lezione unica, concordava con la stampa Liceti, era manifesto che Galileo non aveva punto ritoccato la prima stesura nell'inviare la *Lettera* per la seconda volta all'avversario. Tutti quei passi della stampa Liceti che nella prima stesura erano diversi, e ai quali risponde perciò appiè di pagina una lezione V , furono nel testo distinti sottolineandoli parola per parola: così il lettore può comodamente, e per così dire a colpo d'occhio, ricostruire la prima stesura. In quei casi in cui il manoscritto (sia che ci porga una sola lezione, V , sia che ci lasci distinguere due lezioni, cioè V , definitiva della prima stesura, e V' , posteriore a questa) non suffraga neppure con la lezione V' quella della Licetiana, non possiamo esser sicuri se quest'ultima sia il risultato di correzioni volute da Galileo e delle quali il manoscritto non potè serbar traccia, oppure di arbitrarie alterazioni di terzi: al lettore, ad ogni modo, è fornito il mezzo di giudicare da sè.

Vi hanno alcuni tratti della stampa licetiana, in questa seconda parte della *Lettera*, i quali nel manoscritto

Viviani si leggono su' margini o su cartellini aggiunti e inseriti tra i fogli: questi tratti non esistevano dunque quando fu trascritta al pulito la prima stesura; e dal confronto invero delle altre fonti di questa stesura, nelle quali essi mancano, è confermato che rappresentano quelle «considerazioncelle» da Galileo aggiunte, com egli prometteva al Liceti, nella seconda stesura. Siffatti brani, che dovranno essere omessi da chi voglia ricostruire la stesura prima, furono da noi racchiusi tra segni di freccia $\rightarrow \leftarrow$; e le varianti del manoscritto ad essi relative sono segnate, come tutte quelle attinenti esclusivamente alla seconda stesura, con *VV*.

Infine, in questa stessa seconda parte della *Lettera* s'incontrano de' passi in cui riusciva malagevole rappresentare per via di varianti le differenze tra le due stesure: sono passi nei quali, avendo l'Autore più profondamente riformata la stesura prima, il Viviani fu costretto a scrivere la seconda su cartellini, che poi sovrappose al testo della prima. Poichè qui, dopo aver distaccato i cartellini, ci trovavamo dinanzi non solo a

due testi, ma anche a due manoscritti diversi, così ritornammo all'espedito di pubblicare le due stesure a riscontro l'una dell'altra nelle due parti della stessa pagina (pag. 528-529, e pag. 537-539), seguendo le norme già applicate nella prima parte della *Lettera*.

Ognun vede come, nei divisati termini e modi, abbiamo messo largamente a profitto i manoscritti Viviani: invece ci parve di non dover tenere a continuo riscontro le altre fonti della prima stesura, le quali, sia per gli errori e le alterazioni arbitrarie di cui certamente sono infette, sia perchè la loro origine non ci riesce chiara, non permettevano di trarne conclusioni sicure. Perciò, avendo rinunciato a raccoglierne le varianti, ci limitammo a ricorrere a queste fonti ne' casi in cui importava determinare la lezione definitiva della prima stesura, e in qualche altro passo¹¹⁷³; su di esse poi dovemmo stabilire il testo della prima stesura nelle primissime pagine della *Lettera* (pag. 489 - pag. 496, lin. 26,

¹¹⁷³ Vedi, p. e., pag. 541, nota 1.

fino alle parole *argomento che*), le quali, come abbiamo avvertito, si desiderano nei manoscritti Viviani. Prendemmo in queste pagine a fondamento della lezione il codice Ginori-Venturi (che indichiamo nell'apparato critico con la sigla *Gv.*), essendoci parso il più genuino ed attendibile. Del codice Marucelliano (*Mar.*) e di quello che forma le car. 149r.-160t. del T. VII, 1 della Par. III dei Mss. Galileiani (*G*), nonchè della stampa bolognese (*b*), raccogliemmo le più notevoli varianti, insieme con quelle lezioni di *Gv.* che ci sembrò di dover correggere col sussidio delle altre fonti.

Coi criteri e con gli espedienti dei quali abbiamo reso conto, ci pare di aver sodisfatto sufficientemente ai doveri che e' incombevano in un caso così difficile e complesso com'era questo della *Lettera al Principe Leopoldo*. Abbiamo infatti pubblicato per intero il testo della seconda stesura, che dal 1642 in poi non aveva più visto integralmente la luce; ma ne abbiamo sanato con sicuro fondamento molti, e alcune volte ben grossi, errori: abbiamo dato modo al lettore di ricostruire per intero la

prima stesura nella forma che per essa può dirsi definitiva, e di confrontarla agevolmente con la seconda: abbiamo adunato e ordinato anche altro, e non inutile, materiale, fin ora rimasto sepolto nei manoscritti di pugno del Viviani. Tutto ciò abbiamo conseguito con mezzi semplici e chiari: il lettore trova la pagina della nostra edizione divisa in due parti in quei tratti a' quali corrispondono due distinti manoscritti di pugno del Viviani, e la pagina piena dove il manoscritto del Viviani è unico; riconosce subito le varie famiglie di lezioni nell'apparato critico, poichè V designa sempre la lezione definitiva della prima stesura, V' le modificazioni posteriormente introdotte in questa stessa stesura e per le quali bene spesso essa divenne la seconda, $\rightarrow \leftarrow$ le lezioni esclusivamente attenenti alla seconda, s gli errori della stampa licetiana.

Per la piena intelligenza della *Lettera* riproducemmo innanzi ad essa, dall'edizione originale del *Littheosphorus*,

il capitolo L^o¹¹⁷⁴; attenendoci così al consiglio che Galileo stesso dava al Liceti nell'inviargli la seconda stesura: «Di questa ne disponga a suo beneplacito; e risolvendosi a rispondergli e stamparla, sarà necessario che ella faccia aggiugnervi innanzi copia del capitolo L^o, del quale io non noto se non le prime parole di ciascuna delle sue obiezioni»¹¹⁷⁵. Alla Lettera poi al Principe Leopoldo facemmo susseguire, come in appendice (pag. 543-545), un saggio della forma nella quale, tra il settembre e l'ottobre del 1640, Galileo s'indirizzava diret-

¹¹⁷⁴ Quando il LICETI cita, nelle postille marginali, luoghi delle opere di GALILEO già da noi pubblicate nella presente edizione, e si riporta alle pagine delle edizioni originali di quelle opere, noi, per comodità del lettore, soggiungemmo tra parentesi quadre, e in carattere più piccolo, la citazione delle corrispondenti pagine e linee della nostra ristampa.

¹¹⁷⁵ Bozza di lettera senza data, ma che è del febbraio 1641, nei Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 143.

tamente al Liceti. Ricavammo questo saggio dalla trascrizione al pulito che, come, abbiamo detto, è nelle car. 110^r.-111^t. del più volte citato T. VII dei Manoscritti Galileiani, ma tenemmo a riscontro anche la bozza che è nelle car. 112^r. e seguenti, e ne annotammo, con la lettera *A*, appiè di pagina le più notevoli differenze: ed il saggio è sufficientemente esteso, sicchè il lettore possa vedere, confrontandolo con la seconda stesura diretta al Principe, in qual modo Galileo approfittasse, con l'introdurre modificazioni quasi soltanto esteriori, della lettera al Liceti quando dovette di nuovo rivolgersi a S. A.; nè, essendo così lievi le diversità, metteva conto pubblicarne un tratto più ampio.

Compiono la nostra edizione della *Lettera* alcuni *Frammenti* a questa attenenti, che vedono ora per la prima volta la luce. Si leggono essi di mano del Viviani nelle car. 115^b*r*., 135^r.-137^r., 141^r. e *t*., 142^a*r*. del citato T. VII¹¹⁷⁶, e si possono distinguere in due serie. La

¹¹⁷⁶ Abbiamo corretto, e segnato appiè di pagina, qualche raro trascorso di penna del VIVIANI.

prima (pag. 549 - pag. 551, lin. 11) è un complesso d'appunti che sono stati dettati, secondochè crediamo, quando Galileo si preparava a rispondere all'avversario, e intanto andava notando i pensieri da stendere poi nella *Lettera*: alcuni di essi, come più animati, assumono la forma discorsiva, e il Nostro parla al Liceti come se fosse presente. Abbiamo conservato questi appunti nell'ordine stesso in cui si succedono nel manoscritto. La seconda serie (pag. 551, lin. 12 - pag. 556) comprende quattro tratti della stesura della *Lettera*, preparati da Galileo per inserirli "in luogo opportuno", come in capo a due di essi è avvertito. Ne' primi due il Nostro scrive al Liceti, negli altri due invece al Principe Leopoldo: non sapremmo però determinare se anche questi tratti si debbano assegnare a quel primo periodo di preparazione, come può far credere, per i due diretti al Liceti, il trovarli nel manoscritto di seguito a quegli appunti, oppure se siano stati dettati più tardi; e neppure sappiamo per qual motivo non siano stati compresi

nella *Lettera*.

CAPITOLO L^o
DEL
LITHEOSPHORUS
DI
FORTUNIO LICETI.

*De Lunae subobscura luce, prope coniunctiunes et in deliquiis observata;
digressio physico-mathematica. Cap. L.*

Quod in superiori contemplatione quaerebamus, undenam et quae sit obscura lux illa quae spectatur in Lunae tenebrosa parte, solaribus radiis non tacta, prope coniunctiones et in eclipsibus, problema tenebricosum est adeo, ut ingenia clarissima fatigaverit. Ego quid sentiam, in medium afferam, cupiens ut aequi bonique consulant sapientiae cultores meum in proposito conatum, utinam non irritum.

Duas quaesiti causas esse reor, quarum alterutra, vel etiam utraque, pariat hanc apparentiam. Primum existimo, lumen illud obscurum non esse solare, tunc a Terra revibratum in lunarem superficiem; sed, si quidem Luna lucem aliquam habet in se congenitam, coniunctum quid ex imbecilla Lunae luce nativa et lumine Solis in ipsam repercusso reflexoque ab aetheris alti partibus, lunare corpus ambientibus: quam sententiam

multiplex me ratio persuasit. In primis enim, Lunae pars obscura non aliunde lumen repperit recipere potest, quam ab eo corpore a quo suscipit eiusdem luminis differentias: modo, manente prorsus eadem distantia Telluris a lunari corpore, tam in sextili et minori elongatione a Sole, quam post primam quadraturam et ante secundam, lumen reflexum ad Lunae partem primis radiis rectis intactam, observatu "Galilaico spectatur longe magis fulgidum in minori distantia lunaris orbis a Sole, et ex adverso admodum debile in maiori eiusdem distantia: quare non a Terra lumen id repperitur, quia in eadem distantia Terrae debet a Terra uniforme reflecti. Sed repperitur ab aethere Lunae contermino, quod simul cum Luna variat pari passu distantiam suam a disco solari: proindeque Luna Soli propinquior in obscura sui parte repperit ab aethere contermino lumen vividius habet, quia conterminus aether ille corpori lunari minus distat a Sole, sicut et Luna, cui conterminus est; e contra vero, Luna remotior a Sole conterminum sibi aetherem habet pariter a Sole distantiore, qui proinde, a Sole distantiore radios minus vivos accipiens, non ita splendidum lumen in Lunam repperire valet post primam quadraturam et ante secundam, ut ille qui, Lunam in sextili et in minori elongatione a Sole conterminam habens, diurno iubar propinquior, vividius lumen a Sole recipit, quod in proximam sibi Lunam derivat. Dein vero, quum in plenilunio Terra

"pag. 14.
 Nunci Sid
 [vol. III, par. 1,
 73, lin. 5-6]

perfundatur a Luna fulgidissimis radiis, quibus plenilunii noctes illustrissimae fiunt et plurimum enitet ipsa Terrae superficies, unde recte tunc ab ^bAristotele Luna dicitur quasi alter Sol minor, dubio procul in coniunctione lunare corpus deberet esse, atque a nobis aspici, splendidius quam Terrae facies in plenilunii nocte; siquidem in novilunio Terra non solum Soli propinquior est, quam Luna in oppositione, proptereaque lumen Solis vividius repercutit ipsa Tellus quam Luna Soli opposita, verum etiam Terra, longe maior quam Luna, plures radios Solis in Lunam coniunctam revibrare deberet, quam Luna opposita in Terram interpositam. Sed tamen e contra contingere videmus, Lunam nimirum circa tempora coniunctionum perexiguo splendore fulgere penes oram obscurae suae peripheriae, nec non aliqua parum sensibili claritate subalbicare penes reliquam superficiem ipsius a lucentibus cornibus circumseptam. Quod argumentum eo maiorem vim habere videtur, quo Cl. Galileus existimat, Lunam plenam splendore ‘superari a Terra solaribus radiis illustrata; quin et ipsam Terram, sua reflexione, ^dmaio-rem fulgorem recidere Lunae eo quem ab ipsa recipit. Deinde, Luna prope coniunctiones, et in ipsis etiam coniunctionibus, ex repercussu terreni luminis magis illustrari deberet in media sui facie tenebrosa, quam in

residua sui superficie marginea, sive quam in extremo suae peripheriae limbo lucentibus cornibus opposito; tum quia plus luminis a Terra reflexi suscipere deberet in media sui superficie, quam in ora extrema; tum quia repperctussum lumen ad extremitates Lunae praeterfuit in aetherem conterminum: at reflexum ad Lunae medium in cavitatibus Lunae, a ^eGalileo positus, velut in concavo speculo cogi deberet, ac inde vividius resillire; ponentibus autem Lunae corpus orbiculare politum, radii reppercti a Terra spectari deberent solum in medio lunaris superficiei, non in eius ora extrema: nam speculum convexum et globosum recipit lumen in media superficie sua magis quam in limbo, quem radii praeterfluunt. Sive igitur Lunam compares convexo sive concavo corpori, lumen repperctussum a Terra recipienti, deberet in coniunctione, ac prope, lumen id a Terra maius magisque recipere in media sui superficie tenebrosa, quam in eius extremo limbo: nihilominus oppositum evenire videmus, ut observat etiam ^fGalileus, Lunam coniunctioni proximam habere peripheriam partis obscurae magis illustratam

^b4 De generat
animalium, c.

quam partes accedentes ad centrum tenebrosae superficiei: quare fulgor ille non est lumen Solis a Terra repperit in Lunam, sed ab aethere Lunae contermino, qui vicinior est Lunae limbo quam centro. Praeterea, vel ipse Cl. Galileus, dum aliam opinionem struere contendit, nostram plane comprobatur, asserens ^sfulgorem qui spectatur in Lunae parte solaribus radiis directis non tacta nasci *ex radiorum solarium vicinitate, tangentium crassiorem quamdam regionem, quae Lunam circulariter ambit: ex quo contacta aurora quaedam in vicinas Lunae plagas effunditur, non secus ac in Terris, tum mane tum vesperi, crepusculinum spargitur lumen*. Insuper, si Terra solare lumen in Luna repperit, ac magis vividum, ut aiunt, quam illud quod a Luna reflectitur in Terram, Luna Solem nobis eclipsare non posset, seu, verius, in eclipsi solari dies non obscuraretur, sed esset hemisphaerium nihilo minus illustre quam alio tempore, quia Solis disco superpositum Lunae corpus, illustratum ex reverberatione a Terra, nullas omnino tenebras effundere deberet: etenim lumen minus lucidum magis lucido copulatum illius illuminationem non impedit, nec illius lumen imminuit visui, licet ipsum visui prorsus occultetur; namque fax et rogo ardens in radiis Solis nullam advehit obscuritatem, et speculum in radiis itidem Solis

^c Nuncii Sid.
pag. 16. [vol.
par. I, pag. 75.
12]

^d De Maculis
laribus, episto
pag. 133, 136.
V, oag. 221, lin
12; pag. 224, li
4]

collocatum, in quod ab alio speculo maiori reperiuntur so-
lares radii, nihil adimit illuminationis obtutui: umbra vero Lu-
nae, cono suo satis arcto, Terrae partem exiguum solari lumine
privat; unde gaudentes aliae partes lumine solari, revibrare pos-
sunt ipsum in Lunam Soli coniunctam: contra tamen in eclipsi
Solis aër adeo nobis ^bobtenebratur, ut nocti dies aequiparetur,
et in caelo stellae meridie spectentur, Aguilonio: unde fit, ut a
Terra lumen Solis revibrari nequeat in Lunam ulla ratione.
Deinceps, quum Solis vicinia nihil impediatur, quin astrum Ve-
neris circa meridiem se nobis in conspectum dederit saepenu-
mero; quod et ⁱGalileus et ^kFromondus asserit, inquiens: *Ita
sidera dies suppressit; nuper tamen in fine mensis Augusti anni
1625 Venerem solari et purissimo meridie multis diebus
aspeximus, quae uno non amplius fere signo antecedebat Solem:
circa perigaeum etiam erat, et satis admota Terris, ut species
amplior se oculis ingereret;* procul dubio Luna, quam Cl. Gali-
leus ponit a Terra magis illustrari pur luminis reflexionem
quam Tellus a Luna plena, quum Terram recepto lumine Solis
non minus fulgere ^lstatuat quam quodlibet aliud astrum, Luna,
inquam, necessario in coniunctionibus, ac prope coniunctio-
nes, a nobis videretur non minus effulgens quam Venus circa
meridiem: quod tamen experimento minime respondet; quia
Venus, etsi minoris magnitudinis tunc aspiciatur quam noctu,

^Nuncii Sid.
pag. 10 et s.
[vol. III, par. 1,
65 e seg.]

^Nuncii Sid.
pag. 14. [vol.
par. 1, pag. 72-

splendidissima tamen luce visum movet, quum terreno lumine repperusso splendens Luna prope coniunctiones vix illuminari ac splendere videatur. Amplius, in eclipsi lunari nullam prorsus illuminationem Luna recipit a Terra, quandoquidem in umbra Terrae Luna conditur omnino; nullam itidem a Sole, cuius radiis nullis attingitur, ut ^mait et ipse Vir clarus: quum tamen in deliquiis, eiusdem ⁿtestimonio et oculata fide, fulgor quidam appareat in Luna, subrufus quidem ac quasi aeneus, ut pote lumen secundarium ab aethere, proximo Lunae circumfuso, repperussum ad Lunam, iunctum quidem infirmae luci nativae disci lunaris, sed una cum ea privatum multiplici gradu propriae claritudinis ab umbrae terrenae nigrore. Denique nec illud omittam: data positione Cl. Viri, radii Solis a Terra revibrari deberent adeo vividi ad oppositum caelum, ut in media regione aëris cum defluentibus a Sole primis coëuntes, omnem ibi frigiditatem penitus abolerent, ideoque nec eo loci nubes consistere, nec aquarum aut nivium aut grandinum generationes fieri, permetterent: si namque plenilunii noctes observantur ^otepidiores (indeque fit ut omnia testacea, quae sunt exanguia naturaeque frigidioris, ab ambientis calore fota, proprioque calore propterea vegetato, plenius alantur), iam Terra, plenilunii tempore longe quam Luna Soli vicinior, et longe quam Luna corpore maior, lumen Solis potentius radiosque Solis multo plures repperutare debebit in aërem medium, et iis ab ipso depellere

^sIbidem.

frigiditatem omnem adventitiam, eundemque, natura sua calidum, certe non frigidum, calidiorem efficere: contra tamen certum est, in aëris media regione perpetuo vigere frigus intensum, a vaporibus aqueis eo sublatis exortum, et ibi io assidue conservatum. Quamobrem a Terra non repercutiuntur usque ad Lunam radii solares, qui semper fatiscentes in itinere valde procul a Luna prope Terram, ut ait Aristoteles, in aëre medio^pdeficiunt; quum ibi, data positione Viri Cl., deberent esse vividissimi, proptereaque non solum frigiditatis omnis extirpatores, sed etiam teporis et caloris in aëre medio procreatores. Itaque non pertingunt ad Lunam usque radii solares a Terra sursum vibrati; proptereaque lux illa tenuis in parte Lunae tenebrosa, quae prope coniunctiones conspicitur et deliquii tempore, meo iudicio, nihil est aliud quam splendor quidam remissus, Lunae natus, fons fulgore radiorum Solis, repercussionum ab aethere contermino ad Lunae globum, et in eclipsi turbatus sive turbidus effectus ab umbra terrena. Si tamen ex sese Luna penitus est obscura et opaca perinde ac Terra, ut censet Vir Cl., eam cum lapide Bononiensi magnam et nobilem analogiam habere censeo; ut, absente Sole, ac in umbra, seu Terrae, dum deficit, seu sua, dum Soli coniungitur, in parte lumine solari non tacta, conservet aliquandiu lucem, quam prius a Sole susceperat. Sed et partes aetheris contermini, solaribus affectae

radiis, in lunare corpus, opacum et obscurum natura sua, re-
 percutere possunt exiguum lumen, quod et in deliquiis et prope
 coniunctiones languere conspicitur, ac utcumque minuere na-
 tivam lunaris corporis obscuritatem: quemadmodum et apud
 nos aër umbrae conterminus radiis solaribus in meridie latera-
 les umbrae partes abrodit, in eas vividiori lumino percusso,
 proindeque reddit umbram angustioris latitudinis; quod effi-
 cere non potest aër matutinus nec vespertinus, mitioribus ra-
 diis imbecilliorique Solis tum orientis tum occidentis lumine
 perfusus: ut non ita pridem scripsimus ad Cl. Naudaeum, qui
 nos inclyti Gassendi nomine rogavit caussam, ob quam opaci
 corporis umbra latior appareat Sole prope finitorem humili,
 strictior e contra editiore Sole procul ab horizonte verticalem
 regionem perambulante; cuius rei certas observationes ac in-
 dubitata prorsus experimenta se dixit habere Cl. Mathemati-
 cus. Verum hac de re late perscripsimus ad eximium
 virum. Sed redeamus iam ad pensum lapidum admi-
 rabilium.

^bOpticorum,
 421.

[†]Nuncii Sid
 pag. 16. [vol.
 par. I, pag. 75
 34-36]
[‡]2 Meteoror
 corum, c. 3. 1

⁴De Maculis S
ribus, pag.
[vol. V, pag.
222]

^mNuncii, pag.
[vol. III, par. I,
73, lin. 37-38]
ⁿNuncii, pag.
[vol. III, par. I,

73, lin. 20-21]

^oDe partibus
malium, c. 5

^p1 Meteorolog
rum, su. 3, c.

LETTERA
AL
PRINCIPE LEOPOLDO DI TOSCANA
[1640]

AL SERENISSIMO PRINCIPE LEO-
POLDO
MIO SIGNORE E PADRON COLENDISSIMO.
PISA.

Serenissimo Principe e mio Signor Colendissimo,

Tardi, Serenissimo Principe, pongo io in esecuzione il comandamento fattomi più giorni sono dall'A. V. S. intorno al dovere maturamente considerare il trattato dell'Eccellentissimo Sig. Fortunio Liceti intorno alla

pietra lucifera di Bologna, e sopra di questo¹¹⁷⁷ significarle il giudizio che ne fo. Ho fatta la da lei impostami considerazione, e del darne io conto all'A. V. S. così tardamente, prego che sia servita di accettare la mia scusa, condonando tutto l'indugio alla mia miserabil perdita della vista, per il cui mancamento mi è forza ricorrere all'aiuto degli occhi e della penna di altri; dalla qual necessità ne séguita un gran dispendio di tempo, e massime aggiuntovi l'altro mio difetto, di aver, per la grave età, diminuita gran parte della memoria, sì che nel far deporre in carta i miei concetti, molte e molte volte mi bisogna far rileggere i periodi scritti avanti, per poter soggiugnere gli altri seguenti e schivar di non repeter più volte le cose già dette. E creda l'A. V. S. a me, che dalla esperienza ne sono bene addottrinato, che dallo scrivere servendosi degli occhi e della mano proprii, al dover usar quelli di un altro, vi è quasi quella differenza che altri nel gioco delli scacchi troverebbe tra il giocar

¹¹⁷⁷ *questa, s.*

con gli occhi aperti e il giocar con gli occhi bendati o chiusi. Imperochè in questa seconda maniera, dalle tre o quattro gite di alcuni pezzi in poi, è impossibile tenere a memoria delle mosse di altri più; nè può bastare il farsi replicar più volte il posto dei pezzi, con pensiero di poter produrre il gioco fino all'ultimo scacco, perchè credo si tratti poco meno che dell'impossibile. Supposto dunque che l'A. V. S. per sua benignità sia per ammettere la necessaria scusa della mia tardanza, verrò a schietatamente e sinceramente esporle quel giudizio che ho fatto sopra detto libro.

Ma prima che ad altro io descenda, voglio che l'A. V. S. sappia come l'Eccellentissimo Sig. Liceti, subito uscito in luce il suo trattato *De lapide Bononiensi*, me ne inviò una copia, pregandomi che io liberamente dovessi significarli quello che a me pareva di questa sua fatica; e mentre che l'A. V. S. mi ricerca dell'istesso, con ogni schiettezza le aprirò¹¹⁷⁸ il mio senso.

¹¹⁷⁸ *schiettezza gli aprirò*, VV.

Dicole¹¹⁷⁹ dunque, che se io volessi conforme al merito diffondermi nelle lodi dell'ampla e sottilissima dottrina che mi è parso scorgervi, oltre al convenirmi assai in lungo distendere, dubiterei che le mie parole, benchè purissime e sincere, potessero apparire ad alcuno iperboliche o adulatorie: ad alcuno, dico, di quelli, che troppo laconicamente vorrebbero vedere, nei più angusti spazii che possibil fusse, ristretti i filosofici insegnamenti, sì che sempre si usasse quella rigida e concisa maniera, spogliata di qualsivoglia vaghezza ed ornamento, che è propria dei puri geometri, li quali nè pure una parola proferiscono che dalla assoluta necessità non sia loro suggerita¹¹⁸⁰. Ma io, all'incontro, non solamente non ascrivo a difetto in un trattato, ancorchè indirizzato ad un solo scopo, interserire altre varie notizie, purchè non siano totalmente¹¹⁸¹ separate e senza

¹¹⁷⁹ *Dicogli, VV.*

¹¹⁸⁰ *non li sia suggerita, VV.*

¹¹⁸¹ *non fussero totalmente, VV.*

veruna coerenza annesse al principale istituto; che anzi stimo, la nobiltà, la grandezza e la magnificenza, che fa le azzioni ed imprese nostre meravigliose ed eccellenti, non consistere nelle¹¹⁸² cose necessarie (ancorchè il mancarvi queste sia il maggior difetto che commetter si possa), ma nelle non necessarie, purchè non sieno poste fuori di proposito, ma abbino qualche relazione, ancorchè piccola, al principale intento. E così, per esempio, vile e plebeo meritamente si chiamerebbe quel convito nel quale mancassero i cibi e le bevande, principal requisito e necessario; ma non però il non mancar di queste lo fa così magnifico e nobile, che sommamente più non gli arrechino grandezza e nobiltà la¹¹⁸³ vaghezza dell'egregio e sontuoso apparato, lo splendore dei vasi d'argento e d'oro, che, adornando la

¹¹⁸² *istituto; anzi stimo che la.... non consista nell, VV.*

¹¹⁸³ *grandezza e... [sic] la, VV.*

mensa e le credenze, diletmano la vista, i concetti di varie armonie, le sceniche rappresentazioni, e i piacevoli scherzi, all'udito così graziosi. La maestà di un poema eroico vien sommamente ampliata dalla vaghezza e varietà de' gli episodii; e Pindaro, principe de' lirici, si sublima tanto col digredire in maniera dal principale suo intento, che è di lodar l'eroe da esso cantato, che nel tesser le laudi di quello non consuma la decima, nè anco tal ora la vigesima, parte de' i versi, i quali spende in varie descrizioni di cose che in ultimo, con fila assai sottili, sono annesse al principal concetto. Io per tanto interamente applaudo alla maniera che il Sig. Liceti, abundantissimo di mille e mille notizie, tiene nei suoi componimenti, ed in particolare in questo, nel quale, prima che condurre il famelico lettore a saziare sua brama con l'ultimo insegnamento del problema principalmente desiderato, ci porge¹¹⁸⁴ un util diletto di tante belle cognizioni, che bene ci obbliga a rendergliene mille

¹¹⁸⁴ *ei porge*, s.

grazie, mentre che con grato rispiarmo¹¹⁸⁵ di tempo e di fatica ci libera dal rivoltare i libri di cento e cento autori.

Degna dunque di lodi infinite stimo io questa sua nobile ed util¹¹⁸⁶ fatica. Ed acciochè l'A. V. S. resti sicura che io schiettamente e non simulatamente discorro, voglio contraporre alle meritate lodi che a tutto il resto del suo libro si convengono, alcune mie considerazioni intorno alla digressione che fa il Sig. Liceti nel capitolo L di questo suo libro, le quali mi pare che possano rendere la dottrina in quello contenuta non ben sicura nè incolpabile; se però, quello che communemente ed umanamente suole accadere, l'interesse proprio non m'inganna, essendo il contenuto di tutto il detto¹¹⁸⁷ capitolo

¹¹⁸⁵ *con gran rispiarmo*, VV.

¹¹⁸⁶ *nobil e così util*, VV.

¹¹⁸⁷ *tutto detto*, s.

non altro che una moltitudine¹¹⁸⁸ di obiezzioni che egli bene acutamente fa contro ad una mia particolare ed antiquata opinione, nella quale ho creduto ed affermato, quel tenue lume secondario che nella parte tenebrosa della Luna si scorge, massimamente quando ella è poco remota dalla congiunzione col Sole, essere effetto¹¹⁸⁹ cagionato dal riflesso de' raggi solari nella superficie del nostro globo terrestre: al che egli contradice con molte opposizioni, le quali, contro al mio desiderio, mi pare che non necessariamente convincano la mia opinione di falsità. E dico *contro al mio desiderio*, perchè non vorrei che anco questa nota, benchè piccola, macchiasse il suo, in tutto il resto, così puro e candido trattato: che nelli scritti miei, che poco di peregrino e di apprezzabile si contiene, poco di pregiudizio è l'aggiungere a tante altre mie fallacie questa qui ancora; chè bene in un panno rozo e vile manco noiano la vista

¹¹⁸⁸ *multitudine*, s.

¹¹⁸⁹ *Sole, sia effetto*, VV.

molte grandi ed oscure macchie, che in un drappo vago e per la moltitudine de' fiori riguardevole non farebbe una benchè minima.

Proporrò dunque quelle risposte che al presente paiono sollevarmi, con speranza di dover poi, con mio util particolare, esser dalle sue dottissime repliche tolto di errore e condotto nel possesso del vero, qualunque volta queste mie risposte gli venissero agli orecchi. Ma prima che io descenda a esaminar la forza delle sue obiezzioni, voglio, per mia soddisfazione, raccontare all'A. V. S. i miei primi moti¹¹⁹⁰, dai quali io fui indotto a credere che di questo tenue lume secondario, che nella parte del disco lunare non tocco dal Sole si scorge (il quale, per brevità, con una sola parola nel progresso chiamerò *candore*), sola ed originaria cagione ne fusse il riflesso de i raggi solari nella superficie del globo terrestre. Avendo ed una e due volte osservato il detto candore, mosso dal natural desiderio d'intender le cause

¹¹⁹⁰ *primi motivi*, s.

delli effetti di natura, il primo concetto che mi cadde in mente fu, che tal candore potesse essere proprio dell'istessa sustanzia e materia del globo lunare: e per certificarmi se ciò potesse essere, aspettai curiosamente il tempo della prima eclisse totale di essa Luna, sicuro che quando ella per sè stessa ritenesse tal lume, molto e molto più splendido ci si¹¹⁹¹ mostrerebbe nelle tenebre della notte profonda, che nella chiarezza del crepuscolo; in quel modo che incomparabilmente lo splendore della medesima Luna, conferitole¹¹⁹² dal Sole, più bello e grande ci si rappresenta nella notte oscura, che non solo nel mezo giorno, ma nell'ora del¹¹⁹³ crepuscolo ancora. Venne l'eclisse; e restando ella talmente oscura, che del tutto restò inconspicua, fui reso certo, il candore non esser nativo suo, e però necessariamente

¹¹⁹¹ *splendido ei si*, s.

¹¹⁹² *conferitogli*, VV.

¹¹⁹³ *ma nella chiarezza del*, VV.

doverle¹¹⁹⁴ esser conferito *ab extra*. E perchè ad illuminare un corpo opaco ed oscuro vi è necessario il beneficio di un altro ben risplendente, nè trovandosi al mondo altri che le stelle erranti e fisse, il Sole e la Terra, in quanto dal Sole è illustrata, venivo di necessità tratto a ricorrere e a far capo ad alcuno di questi. E cominciando dal Sole, essendo manifesto quanto grande sia l'illuminazione che esso le manda¹¹⁹⁵ e che nello emisferio lunare ad esso esposto si riceve, giudicai, il candore che nell'altro emisferio, non visto dal Sole, si diffonde, non potere essere opera dei raggi solari. Nè meno potersi attribuire¹¹⁹⁶ al resto dei lumi celesti, cioè delle stelle: imperochè la vista loro non vien tolta alla Luna posta nelle tenebre dell'eclisse; onde quelle pure illustrandola sempre egualmente, molto più lucida ci si

¹¹⁹⁴ *dovergli*, VV.

¹¹⁹⁵ *esso gli manda*, VV.

¹¹⁹⁶ *Nè meno si può attribuire*, VV.

rappresenterebbe¹¹⁹⁷ nell'oscuro campo¹¹⁹⁸ della notte, che nel crepuscolo; di che accade tutto l'opposito. E perchè manifestamente si osserva, il candore farsi di grande mediocre, e di mediocre minore e minimo, tal effetto in conto veruno dalle stelle non può derivare. Restavami sola la Terra, atta a poter soddisfare a tutte le particolarità, col non fare ella verso la Luna altro che puntualissimamente quello che la Luna fa verso la Terra, illuminando la sua parte oscura nelle tenebre della notte col riflesso de' raggi solari, or più, or meno, or pochissimo, or niente. E meco medesimo più arditamente discorrendo, dissi: Sono la Luna e la Terra due corpi opachi e tenebrosi egualmente; vi è il Sole, che di pari illustra continuamente un emisferio di ciascheduno, lasciando l'altro oscuro; e di questi, la Luna è potente a illuminare l'oscuro della Terra: oh perchè si dovrà metter in dubbio che il luminoso della Terra non

¹¹⁹⁷ *rappresentarebbe*, s.

¹¹⁹⁸ *oscuro tempo*, s.

incandisca¹¹⁹⁹ l'oscuro della Luna? Parvemi questo discorso talmente ragionevole, che io presi ardire di palesarlo, stimando che dovesse esser ricevuto come concludente; nè è restato il mio creder vano, poichè niuno de i comuni ingegni speculativi l'ha impugnato, sinchè il discorso dell'Eccellentissimo Sig. Liceti, sopra tutti gli altri eminente, ha con grand'acutezza penetrato, tal mio pensiero ed opinione essere stata manchevole. Tuttavia, o sia per mia debolezza ed incapacità, o pure che le impugnazioni non siano di quella strettissima necessità che nella assoluta dimostrativa scienza si richiede, non mi conosco ancora per al tutto convinto; e perchè in me non cessa il desiderio di sapere, bramando di esser tolto del dubbio e posto nel certo, comunicherò a lei tutto quello che mi occorre potersi¹²⁰⁰ dire in risposta alle sue contraddizioni, per mantenimento della mia opinione.

¹¹⁹⁹ *terra incandisca*, VV.

¹²⁰⁰ *mi sovviene potersi*, VV.

E facendo principio dal titolo del capitolo 50¹²⁰¹, che è: *De Lunae subobscura luce, prope coniunctiones et in deliquiis observata; digressio physico-mathematica*, già che egli medesimo le dà¹²⁰² titolo di digressione, è manifesto segno di averla esso stimata considerazione non necessaria nel suo trattato, ma solo avervela interposta per magnificarlo; conforme a quel che di sopra ho detto, che la nobiltà e magnificenza consiste più negli ornamenti non necessarii, che in quelle cose che di necessità devono esser portate. E sin qui approvo e laudo il suo istituto, se non in quanto seco porta indizio del mio non ben saldo discorso. E perchè egli procede come matematico e fisico, andrò esaminando come filosofo, qualunque io mi sia, e come matematico le sue opposizioni; facendo anco qualche poco di considerazione intorno alla forma dell'argumentare che egli tal volta tiene, quanto

¹²⁰¹ *del L.º capitolo, VV.*

¹²⁰² *medesimo gli dà, VV.*

ella sia conforme a i dialettici precetti posti da Aristotele.

Piglio dunque la sua prima istanza, contenuta dal principio del capitolo sino a *Dein vero, quum in plenilunio Terra etc.* Mentre io vo con attenzione esaminando questo primo discorso, lo trovo veramente con bello artificio tessuto; e l'artificio mi si rappresenta¹²⁰³ tale. Due parti si contengono in esso conteste: l'una è nella quale ei vuol dimostrare, il candor della Luna non potersi in modo alcuno riconoscere dalla Terra; l'altra è il concludere, tal effetto procedere dall'etere ambiente essa Luna. Quanto alla prima, molto probabilmente cammina il suo discorso, dicendo, il candor della Luna non poter derivare se non da quel corpo dal quale provengono le differenze di esso candore, le quali differenze sono il farsi tal candore or più ed or meno lucido: e questo non può provenire dalla Terra, avvengachè la sua lontananza dalla Luna non si muta: e però il riflesso

¹²⁰³ *artificio si rappresenta, s.*

della Terra deve esser sempre uniforme, ed in conseguenza impotente a produr differenze in esso candore; adunque, nè meno il candor¹²⁰⁴ medesimo. Il discorso, pigliandolo a tutto rigore, patisce non leggier mancamento: il quale è, che nel raccorre la conclusione dalle premesse¹²⁰⁵, s'introduce un quarto termine, non toccato nelle premesse, il quale è la Terra. Sono le premesse: «Un effetto mutabile non può provenire da causa immutabile: il candore è effetto mutabile; ma la distanza tra la Terra e la Luna è immutabile; adunque il candore non può provenir dalla Terra». Ora questo termine «Terra» non è posto nelle premesse, ma vi è in suo luogo «distanza tra la Terra e la Luna»; onde, a voler che l'argomento cammini in buona forma, bisognava, avendo detto nelle premesse «Un effetto mutabile non può provenire da causa immutabile; ma la distanza tra la Terra e la Luna è immutabile», bisognava, dico, dir

¹²⁰⁴ *candore, nè meno, VV.*

¹²⁰⁵ *conclusione delle premesse, s*

nella conclusione «Adunque il candore non procede dalla distanza tra la Terra e la Luna»: ed il silogismo, raddrizzato¹²⁰⁶ così, quanto alla forma procedeva bene, ma non concludeva niente contro di me. Ho detto che a tutto rigore ne seguirebbe questo¹²⁰⁷ inconveniente; ma avendo riguardo a quello che, per mio credere, il Sig. Liceti aveva in intenzione, figuriamo l'argomento in miglior forma, dicendo: «Un effetto mutabile non può derivare da causa immutabile: ma la distanza tra la Luna e la Terra è immutabile, ed immutabile parimente è lo¹²⁰⁸ splendor della Terra; adunque il candore non può provenire nè dalla distanza tra la Luna e la Terra, nè dallo splendore della Terra; ed in conseguenza non può provenire dalla Terra». Non si può negare che il discorso

¹²⁰⁶ *ridrizzato*, VV.

¹²⁰⁷ *ne seguiva questo*, VV.

¹²⁰⁸ *tra la Terra e la Luna è immutabile, ed immutabile è parimente lo*, VV.

in questa maniera raddrizzato¹²⁰⁹ apparisce tanto concludente, che facilmente potrebbe essere ammesso per sincero e libero da ogni fallacia da qualsivoglia filosofo; e tanto più ciò mi persuado, quanto¹²¹⁰ che l'istesso Sig. Liceti, da me stimato per filosofo a nissun altro secondo, per niente manchevole lo ha creduto: e pure tra poco spero di esser per dimostrarlo manchevole. In tanto per ora, ammessolo per concludente, dico che egli non fa punto contro di me, il quale non ho mai detto nè scritto che alla produzione del candore si ricerchi la mutazione della distanza tra la Terra e la Luna o la mutazione dello splendore della Terra. È stato pensiero del Sig. Liceti; il quale, immaginandosi che di tal mutazione non possa esser causa altro che il variarsi la distanza o il mutarsi lo splendore, si è persuaso che escludendo queste due cause venga distrutta la mia opi-

¹²⁰⁹ *ridrizzato*, VV.

¹²¹⁰ *persuado io, quanto*, VV.

nione. Se io avessi detto che la Terra cagionasse il candore nella Luna con l'appressarsele o discostarsele¹²¹¹, o col farsi ella or più splendida ed or meno, egli mi avrebbe convinto di errore col mostrare che la Terra nè si avvicina o discosta dalla Luna, nè diviene una volta più vivamente splendida che un'altra. Resto io per tanto¹²¹² sin qui illeso dalla sua prima impugnazione, nella quale è bene ora che veggiamo se vi sia ascosa dentro alcuna fallacia, sì come, ingenuamente parlando, credo che ascosa¹²¹³ vi sia: e per farla palese, prima mostrerò in generale che¹²¹⁴ ella vi è; dipoi tenterò di additare, dove e quale ella sia in particolare.

Che fallacia assolutamente vi sia, lo provo col tessere

¹²¹¹ *appressarsegli o discostarsegli*, VV.

¹²¹² *io fra tanto*, s.

¹²¹³ *ascosta*, VV.

¹²¹⁴ *in genere che*, VV.

un argomento formato su le vestigie del suo, senza slargarmene pure un capello, deducendone poi una conclusione falsa; la quale vera dovrebbe esser riuscita, quando nella forma dell'argomento non¹²¹⁵ fusse stata fallacia. Formando dunque l'argomento su le sue pedate, proverò che quel lume che la notte si scorge in Terra, mentre che la¹²¹⁶ Luna splendida si trova sopra l'orizzonte, e che comunemente si chiama lume di Luna, non è altrimenti effetto che, come da causa, dipenda dal riflesso de' raggi solari nella superficie della Luna, dicendo così. Questo che noi chiamiamo lume di Luna è effetto mutabile, e però non può derivare se non da causa mutabile. Ma le cause mutabili, atte a produrre una tal mutabilità, sono dal Sig. Liceti ridotte a due capi: l'uno è l'avvicinare o discostare il corpo illuminante da quello che deve essere illuminato; e l'altro è il crescere

¹²¹⁵ *dello argumentare non*, VV.

¹²¹⁶ *mentre la*, VV.

o il¹²¹⁷ diminuire lo splendore del corpo illuminante. Il primo di questi due capi non ha luogo nella presente operazione, avvengachè, per concessione pur del medesimo Sig. Filosofo, la Luna mantiene sempre la medesima distanza dalla Terra; e l'altro capo molto meno ci¹²¹⁸ ha luogo: il che è manifesto; imperochè l'effetto che seguir si vede procede tutto al contrario di quel che proceder dovrebbe quando pur lo splendor della Luna si facesse ora più vivo e potente ed ora meno. Imperciocchè, essendo lo splendor della Luna effetto dei raggi solari che la illustrano, chiara cosa è che ei sarà più vivo quando ella è men lontana dal Sole, e più debile nella sua maggior lontananza: e però, posta la Luna in congiunzione col Sole¹²¹⁹, lo splendore che ella da lui ri-

¹²¹⁷ *crescere e il, s.*

¹²¹⁸ *meno ancora ci, VV.*

¹²¹⁹ *congiunzione al Sole, VV.*

ceve, più efficace sarà che quando ella li è posta all'opposizione, trovandosi in questo luogo più lontana dal Sole, che in quello, tanto quanto importa il diametro del dragone, cerchio massimo dell'orbe nel quale la Luna si rivolge; ed è manifesto, che partendosi ella dalla congiunzione e venendo verso il sestile e di lì al quadrato, ella si va continuamente discostando dal Sole, continuando pure il discostamento nell'aspetto trino, e finalmente conducendosi alla massima lontananza nella diametrale opposizione. Si va per tanto continuamente indebolendo lo splendore della Luna: ma l'effetto suo in Terra procede al contrario. Imperochè nel tempo della congiunzione l'illuminazione in Terra è minima, anzi pur nulla, e si comincia a far sensibile nel separarsi la Luna dalla congiunzione, nè molto si fa ella apparente sino allo aspetto sestile; ma continuando lo allontanamento della Luna dal Sole, passando per il quadrato e trino, sempre il lume di Luna in Terra si fa maggiore e maggiore, sin che diviene massimo nella opposizione.

Poichè dunque la mutazione nel lume¹²²⁰ si fa al contrario di quel che far si dovrebbe quando tal mutazione dependesse dal farsi lo splendore della Luna or più or meno grande e gagliardo; chiara cosa rimane, che nè anco il secondo capo ha luogo in questa operazione del farsi il lume in Terra or più or meno¹²²¹ vivace. Adunque non ha la Luna parte alcuna nella mutazione di quel lume in Terra, del quale noi parliamo; e non avendo ella parte in tal mutazione, per la verissima ipotesi del medesimo Filosofo nè meno l'istesso lume sarà effetto della Luna: tuttavia egli pure tanto manifestamente dipende dalla Luna, che niuno degli uomini si troverà che vi ponga dubbio. E veramente dubbio non vi si può porre, mentre che la causa della mutazione, cioè del farsi di piccolissimo, e di giorno in giorno andar crescendo, sin che grandissimo divenga, è tanto manifesta, che non è uomo che non la comprenda, e non vegga

¹²²⁰ *mutazione del lume, s*

¹²²¹ *or più ed or meno, VV.*

che la Luna nuova poco o niente può illuminar la Terra, non ci mostrando del suo emisferio illuminato dal Sole altro che una sottilissima falce, la quale la sera seguente fatta più larga, e di sera in sera ingrossando le sue corna, allargatasi per buono spazio dal Sole, comincia a rendere osservabile l'effetto del suo splendore, quanto all'illuminar la Terra; ridottasi poi, dopo sette o otto giorni, al quadrato, scuopre alla Terra di sè la metà del suo emisferio splendido; e seguitando di allontanarsi ancor più dal Sole, più e più di sera in sera mostra ampla la sua faccia rilucente; e finalmente nella opposizione l'emisferio suo, in figura d'intero e perfetto cerchio, grandissima ne produce in Terra la sua illuminazione.

Io veramente mi meraviglio che l'Eccellentissimo Signore, di ingegno tanto provido in contemplare e penetrare le cause e gli effetti meravigliosi della natura, non so per qual ragione, non abbia fatto riflesso sopra¹²²² così patente causa della mutazione del lume di

¹²²² *fatto riflessione sopra* VV.

Luna in Terra; o perchè, avendovela fatta, non l'abbia poi riconosciuta nello splendore della Terra nel produrre simile mutazione nel candor della Luna, mentre che il negozio cammina nell'istessa maniera puntualissimamente. Cioè, perchè, stante sempre un intero emisferio della Terra illustrato dal Sole, la Luna non però si trova perpetuamente costituita in sito tale, che continuamente se gli opponga o scuopra o tutto o la medesima parte del detto emisferio terrestre luminoso; ma talora lo vede tutto, talora ne perde una parte, e poi un'altra maggiore, e finalmente¹²²³ ancora ne perde il tutto. L'intero ne vede la Luna posta alla congiunzione col Sole; nel qual tempo, esponendo essa Luna il suo emisferio opaco, non tocco da i raggi solari, alla Terra, sommamente viene incandita dalla piazza immensa luminosa di quella. Partendosi poi dalla congiunzione,

¹²²³ *ne perde parte maggiore, e poi maggiore, e finalmente, VV.*

comincia a scoprire una particella dell'emisferio tenebroso della Terra, rimanendole¹²²⁴ però veduta grandissima parte ancora del luminoso; onde il suo candore si debilita alquanto, e va continuamente debilitandosi mentre che, nello allontanarsi dal Sole, va sempre di giorno in giorno perdendo di vista parte maggiore del terrestre emisferio luminoso, sin che, giunta al quadrato, scuopre del terrestre emisferio, esposto alla sua vista, la metà dell'illuminato, e l'altra metà del tenebroso¹²²⁵: cresce dunque la causa del diminuirsi il candore. E così, continuando di perdersi di sera in sera maggiore e maggior parte dell'emisferio splendido della Terra, il candore si fa a poco a poco impercettibile, sendo anco di gran pregiudizio a gli occhi del riguardante la presenza della parte molto lucida della Luna, che confina con quello che di lei resta privo della illuminazione del Sole. Al che possiamo aggiugner ancora

¹²²⁴ *rimanendoli* VV.

¹²²⁵ *del tutto tenebroso*, s.

(come punto di gran considerazione) la chiarezza che il medesimo lume lunare introduce nel suo ambiente, la qual chiarezza è tanta, che ci offusca e toglie la vista delle stelle fisse, le quali anco per assai grande spazio son lontane dalla Luna; tal che molto meno ci deve restar cospicuo il candore, anco per altro, tenuissimo fatto.

Parmi, Serenissimo Signore, d'aver sin qui a bastanza dimostrato come l'opinion mia resta illesa da questa sua prima obbiezzione, ed insieme aver concluso che nella sua istanza è forza che sia qualche fallacia. Séguita ora che io dichiarì in quel che a me pare che la fallacia consista: ed è, s'io non m'inganno, che argumentando egli *ex suppositione*, quello che egli suppone è mutilo; e dove egli è almanco di tre membra, ne prende solamente due, lasciando indietro il terzo. Del potersi fare il candore, o altra illuminazione, maggiore o minore, ne assegna il Sig. Liceti due modi solamente: cioè il mutarsi la distanza tra il corpo illuminante e il corpo che si illumina, che è l'uno de i modi; e l'altro, col farsi lo splendore dello illuminante intensivamente più o meno gagliardo.

Ma ci è il terzo, il quale è quando non intensivamente, ma estensivamente, si fa maggiore quella luce da cui l'illuminazione deriva: e così il lume di una torcia grande più gagliardamente illuminerà che d'una¹²²⁶ piccola candela, benchè gli splendori di amendue intensivamente siano eguali. Ora qui avrei voluto che il Sig. Liceti avesse considerato, quanto questa terza maniera è più potente in produrre l'effetto della mutazione del lume di Luna in Terra. Imperochè l'ingrandirsi estensivamente lo splendore della Luna, come fa, mostrandosi da principio in figura di una sottilissima falce, andandosi poi pian piano e di sera in sera dilatando, cioè facendosi estensivamente maggiore, gran mutazione di accrescimento produce nell'illuminar la Terra, ancorchè intensivamente vadia debilitandosi, onde per tal rispetto il lume dovrebbe farsi men vivo. Debolissima dunque è l'efficacia delle altre due maniere, in comparazione di questa terza, la quale l'A. V. S. vede quanto

¹²²⁶ *che una*, VV.

sia gagliarda.

Sarà bene adesso che andiamo esaminando quello che operar possa circa l'incandire la Luna il riflesso del suo etere ambiente, dal Sig. Liceti assegnato per vera cagione dell'effetto: la quale dubito che non possa essere se non assai languida ed inefficace. Ma prima che io venga a questo, voglio qui interporre un mio, tal qual si sia, pensiero, per ritrovar l'origine donde sia proceduto il restare per tanti secoli passati occulta a gli ingegni speculativi questa, per mio credere, assai vera e concludente ragione, del derivare il candor della Luna veramente dal riflesso de' raggi solari nella terrestre superficie. Mentre che il Sole è sopra l'orizzonte ed illumina il nostro emisferio terrestre, in qualsivoglia luogo che sia posta la Luna, il candor di lei non ci si rende visibile; per lo che nessuno in tal tempo si sarebbe mosso a credere nè a dire che il lume della nostra Terra avesse forza di illuminare la parte della superficie lunare non tocca dal Sole: onde molto meno gli potrebbe cadere in mente che la superficie della Terra priva di splendore fusse potente a incandire la Luna, cioè fusse

potente, essendo tenebrosa, a portar luce là dove ella non la portò¹²²⁷ essendo luminosa. Quando dunque, tramontato che sia il Sole ed imbrunita la nostra Terra, mentre si vede scoprirsi il candore nella Luna, il giudizio popolare ad ogni altra causa lo potrebbe referire, fuorchè alla Terra: per lo che gli uomini, persuasi da questa prima e semplice apprensione, o non vi fecero riflessione, o cercarono di ritrovarne la¹²²⁸ ragione in ogni altra cosa fuorchè nello splendor terrestre.

Ora, varii sono i riscontri e le ragioni le quali mi distolgono dal prestar l'assenso all'opinione del Sig. Liceti, che il candore lunare sia effetto di una parte del suo etere ambiente, la quale, come alquanto più densa dell'etere purissimo che il resto del cielo ingombra, possa ricevere e ripercuotere i raggi solari nella parte tenebrosa della Luna; in quella maniera che la parte

¹²²⁷ *portar lume là dove ella non lo portò*, VV.

¹²²⁸ *di ritrovare la*, s.

dell'aria contermina alla Terra, fatta densa dalla missione de i vapori, riceve lume da i raggi solari, e quello riflette sopra la Terra, producendo il crepuscolo e l'aurora. E perchè, oltre a questo, egli suppone che la Luna pure abbia per sè stessa alquanto di lume, suo proprio e naturale; questo¹²²⁹ parimente e primieramente non credo io esser vero, nè potere, quando pur vero fusse, averci parte alcuna: nè so penetrare da che cosa mosso egli ve lo abbia voluto introdurre. E prima, che egli non vi sia, ce ne rende sicuri il perder noi talvolta del tutto di vista la Luna, quando ella, nella sua totale¹²³⁰ eclisse, nel mezo del cono dell'ombra terrestre¹²³¹ si riduce; chè quando ella avesse qualche proprio lume, benchè tenue, nella profondissima notte si farebbe visibile: tal lume proprio non ha dunque la Luna. E quando ben ne

¹²²⁹ *e nativo; questo, VV.*

¹²³⁰ *quando, nel suo totale, VV.*

¹²³¹ *nel mezo dell'ombra del cono terrestre, s.*

avesse, non potendo egli esser se non tenuissimo, di niente potrebbe aiutare il candore, il¹²³² quale è molto grande: in quella maniera che niente opera il lume della Luna circa l'illuminar la Terra, qualvolta il Sole, elevato sopra l'orizzonte, con i suoi lucidissimi raggi l'illustra; chè¹²³³ quando la notte, in assenza del Sole, la Luna piena di splendore non ci avesse illuminato, giammai di giorno, alla presenza del Sole, non averemmo¹²³⁴ potuto assicurarci della illuminazione della Luna: e così nel gran campo del candore, molto bene luminoso, ogni altro picciol lume resterebbe offuscato e come nullo. Quanto poi all'operazione dell'etere ambiente, circa il candire la Luna, non veggo che in modo alcuno possa soddisfare a quello che al senso ci apparisce: imperochè

¹²³² *potrebbe egli aiutare il candore della Luna, il, VV.*

¹²³³ *raggi illustra la Terra; chè, VV.*

¹²³⁴ *Sole, averemmo, VV.*

tutto il campo tenebroso della Luna è egualmente candido, e non intorno alla circonferenza solamente, dove solo per breve spazio si dovrebbe distendere il lume che dallo etere ambiente le perviene¹²³⁵; in quel modo che il riflesso della parte dell'aria vaporosa solamente tal parte dell'emisferio terrestre illustra, qual parte è il tempo della durazione del crepuscolo del tempo della lunghezza di tutta la notte: che se l'illuminazione del crepuscolo potesse diffondersi sopra tutto l'emisferio terrestre, non averemmo mai notte profonda, ma un'aurora o un crepuscolo perpetuo; ed avvengachè secondo che in maggiore altezza si sublimasse l'orbe vaporoso intorno al globo terrestre, tanto più diuturno si farebbe il crepuscolo, in immensa altezza converrebbe che si elevassero i vapori per illuminare l'intero emisferio. Ora, quando il Sig. Liceti volesse mantenere che il candore che può illustrare tutto l'emisferio tenebroso della Luna, derivasse dal riflesso dell'etere ambiente,

¹²³⁵ *ambiente gli perviene*, VV.

sarebbe in obbligo di insegnarci a quanta altezza, o vogliamo dir distanza, fuor dell'orbe lunare dovesse tal parte d'etere addensato sublimarsi; nella quale impresa, oltre che alquanto laboriosa gli riuscirebbe, credo che incontrerebbe assai gagliarde contraindicanze. Una delle quali è, che giammai in verun modo potrebbero le parti di mezo essere egualmente luminose come le altre più verso la circonferenza, ma grandemente più tenebrose, avvenga che le parti intorno alla circonferenza goderebbero non solo delle parti a sè contigue, ed anco delle prossime, ma di tutte le remote ed altissime; dove che le parti di mezo, restando prive della vista delle prossime e tangenti l'estremo limbo, riceverebbero il lume solamente dalle alte e remote: ora, quanto importi l'avere l'illuminante prossimo, più che l'averlo lontano, per esser più vivamente illuminato, è tanto per sè manifesto, che non occorre spendervi più parole. E doppo questa ci è un'altra contraindicanza, pur gagliardissima; e questa è, che nel farsi l'eclisse, finito che fusse di entrare nel cono dell'ombra il disco lunare, restando ancora fuor di tal cono gran parte dell'etere alto che la

Luna circonda, essendo ancora questo visto ed illuminato dal Sole, pure continuerebbe di incandire ancora la medesima faccia della Luna, e massimamente la parte conseguente all'ultimo orificio che si sommerse nell'ombra: al che troppo altamente repugna l'esperienza, la quale ce lo mostra bene alquanto sparso di luce, e, per mio credere, conferitale dallo etere suo ambiente, ma tal luce con infinita proporzione minore del vero candore; il quale, se nella profonda notte potesse conservarsi, io tengo per fermo che ei sarebbe potente a illuminarci, non ardirò di dire quanto la Luna nel suo plenilunio, ma che¹²³⁶ non cederebbe a quello che ci viene dalle corna della Luna posta presso all'aspetto¹²³⁷ sestile¹²³⁸. E finalmente, del non potere il candore in

¹²³⁶ *ma ben che*, VV. Prima era scritto: *ma tengo ben per fermo che*; poi cancellò *tengo e per fermo*.

¹²³⁷ *posta all'aspetto*, s.

¹²³⁸ Di fronte alla lin. 20 della pag. 508 e alle lin. 1-7 della presente pagina, e più specialmente di fronte alle parole «ma tal luce

verun modo essere effetto dell'etere ambiente, molto chiaramente lo¹²³⁹ mostra la gran diminuzione che in esso si scorge dal partirsi dalla congiunzione col Sole sino all'arrivare al quadrato, alla qual diminuzione converrebbe che proporzionalmente rispondesse la diminuzione del lume nell'etere ambiente; la quale non può esser se non piccolissima e per avventura insensibile, non si potendo, come il medesimo Sig. Liceti afferma, riconoscere da altro che dallo allontanamento di esso etere dal Sole. Ed ancorchè nè¹²⁴⁰ l'etere ambiente nè il suo lume scorgiamo, nulladimeno quale possa essere la diminuzione di quello, lo possiamo argumentare dalla

con infinita proporzione minore del vero candore», si legge, sopra il margine del manoscritto di pugno del VIVIANI, la seguente nota, pure autografa di esso VIVIANI: «Considerare meglio questo».

¹²³⁹ *chiaramente ce lo*, VV.

¹²⁴⁰ *ancorchè noi nè*, VV.

diminuzione di splendore che nel corpo stesso della Luna si scorge, mentre che alla lontananza, che è tra il Sole e la Luna posta nel quadrato, si aggiugne quello di più che ella si scosta passando dal quadrato all'opposizione: e veramente credo che niuna vista possa esser bastante a comprendere, lo splendore della Luna nel quadrato essere intensivamente maggiore che nella opposizione; e così il lume dell'etere ambiente nella congiunzione della Luna col Sole poco scapiterà nel ridursi alla quadratura, perchè finalmente il suo discostamento non è altro che la trentesima parte della distanza tra il Sole e la Luna postagli in congiunzione; onde, a tal ragguaglio, il lume in questo luogo potrà diminuirsi per la trentesima parte appena, nel venire al quadrato. E tale per conseguenza dovrebbe essere la diminuzione del candore nella Luna, cioè appena sensibile: ma ella è non pur sensibile, ma assai grande; e ben grande può ella essere, mentre che nella congiunzione viene il disco lunare incandito dall'intero emisferio splendido della Terra, dalla cui metà solamente viene ella illustrata nella quadratura.

Ora venghiamo al secondo argomento, leggendo sino a *Deinde Luna prope coniunctiones etc.* Io di questo argomento concedo tutte le premesse, ma non concedo già che non ne segua quello che dalla concessione di esse seguir ne dovrebbe; anzi affermo che puntualmente ne séguita e che così si scorge, cioè che, per esser la Terra più da vicino illuminata dal Sole che la Luna posta in opposizione, e che per esser l'emisferio terrestre molto e molto maggiore, cioè circa dodici volte, di quello della Luna, il candore lunare dovrebbe di gran lunga superare il lume di Luna in Terra; ed affermo di più che così segue, che è quello che dal Sig. Liceti vien negato, affermando egli vedersi il contrario, cioè molto più debole il candore della Luna che l'illuminazione terrestre derivante dalla Luna piena: e perchè ei dice ciò vedersi, mi sarebbe parso necessario il dichiarare la maniera come¹²⁴¹ tal vista possa ottenersi con sicurezza e senza che il senso si ingannasse. Imperochè, mentre io

¹²⁴¹ 13. *che*, V; *come*, V'.

vo ricercando di assicurarmi della verità del fatto, trovo che non mancano circostanze, per le quali il senso, nella prima apprensione, può errare ed esser bisognoso di correzione, da ottenersi mediante¹²⁴² l'aiuto del retto discorso razionale. Io veramente, domandando persone anco di bonissimo giudizio, quale si rappresenti all'occhio, più vivo e risplendente, o il lume di Luna in Terra, o il candore nella Luna, mi sento subito rispondere, che di gran lunga è superiore¹²⁴³ il lume di Luna; tuttavia credo che, applicando il discorso e la considerazione a gli accidenti che la prima apparenza possono perturbare, si troverà potere essere, ed in fatto essere, il contrario di quello che a prima vista si giudica. E prima, essendo assai manifesto che l'istesso corpo lucido, potente a illuminare altri corpi tenebrosi, più e più viva-

¹²⁴² *dall', V; mediante l', V'.*

¹²⁴³ *Luna, rispondono subito, di gran lunga esser superiore, V; Luna, mi sento... è, V'.*

mente gli illustra secondo ch'ei sarà meno e meno lontano da essi; da questo effetto notissimo e chiaro parmi che con assai conveniente proporzione si possa anco affermare, che alla vista nostra meno risplendente si mostri il medesimo oggetto luminoso, posto in grandissima lontananza dall'occhio, che postoci molto da vicino. E se così è, vorrei che il¹²⁴⁴ Sig. Liceti avvertisse, che nel voler noi far¹²⁴⁵ paragone del lume di Luna in Terra col candor della Luna vicina alla congiunzione, e di essi giudicare quello che alla prima vista si rappresenta¹²⁴⁶, avvertisse, dico, che la Terra illuminata dalla Luna non è dall'occhio nostro più lontana di tre o quattro braccia, lontananza incomparabilmente minore di quella della Luna candente posta alla congiunzione, la quale eccede di assai trecento milioni di braccia: qual

¹²⁴⁴ *l'oculatissimo*, V; *il*, V'.

¹²⁴⁵ *voler far noi*, V.

¹²⁴⁶ *appresenta*, V; *rappresenta*, V'.

dunque meraviglia è che, posto anco che il candor della Luna fusse eguale all'illuminazione della Luna in Terra, in tanta differenza di lontananza ci apparisse minore? Eccellentissimo Sig. Liceti, per giudicare nella presente causa senza fallacia, bisognerebbe che, notato a parte quello che vi si rappresenta alla vista mentre che, stando in Terra, guardate il lume di Luna in Terra, paragonandolo al candor della Luna quando poi è posta nella congiunzione, notaste ancora a parte quello che vi si rappresenterebbe¹²⁴⁷ alla vista quando voi foste¹²⁴⁸ costituito nella Luna incandita dal lume terrestre, e di lì poteste poi vedere la Terra, da voi lontanissima, illuminata dalla Luna; e se nell'una e nell'altra esperienza voi trovaste che la Terra si mostrasse più candida della Luna incandita postavi sotto i piedi, bene e concludentemente avereste sentenziato; ma dubito che la seconda esperienza vi farebbe mutar parere, e giudicare tutto

¹²⁴⁷ *rappresentarebbe*, s.

¹²⁴⁸ *fossesi* V; *foste*, V'.

l'opposito di quello che la prima vista intorno a questo vi persuase. Cessi per tanto la fede che in questo caso l'intelletto deve prestare al senso. Ed aggiunghiamo di più, che di due oggetti visibili, ma in grandezza diseguali, il minore meno ingombrerà l'occhio di luce che il maggiore, ancorchè amendue fussero dell'istesso splendore in specie. Ora notisi che il disco lunare viene compreso sotto un angolo acutissimo, avvengachè la sua base non sottenda più che a mezo grado: ma l'angolo che dalla massima divaricazione de i raggi visivi si costituisce nell'occhio, essendo più grande che retto, sottende a più¹²⁴⁹ di novanta¹²⁵⁰ gradi interi, e questo viene tutto ingombrato dall'area e piazza luminosa della Terra, mentre che da vicino la rimiriamo: essendo adunque l'ampiezza di questo grande angolo circa dugento volte maggiore dell'altro acuto, che comprende il

¹²⁴⁹ *sottenda più, s.*

¹²⁵⁰ *nonanta, s.*

disco lunare, meraviglia non abbiamo¹²⁵¹ a prenderci dell'apparente maggioranza di luce nel rimirar la Terra, che la Luna incandita. Taccio che della differenza dei nominati due angoli lineari molto e molto maggiore è quella delli angoli solidi, da essi lineari nascenti: e veramente angoli solidi sono i compresi dentro a i coni formati da i raggi visuali, de i quali angoli quello che ha per base la parte, ancorchè piccolissima, della terrestre superficie all'occhio esposta, è ben più di quaranta mila volte maggiore dell'altro, che si fonda sul disco lunare.

Non è dunque meraviglia che il senso nella prima apparenza distortamente giudichi nella presente causa: però sarà bene che veggiamo se ci è modo di correggerlo; e potendo per avventura i modi e le maniere esser molte, io per ora ne proporrò una o due. E già che noi non possiamo mettere a petto a petto il candor della Luna ed il lume di Luna in Terra, parmi che assai sicuramente potremmo giudicare tra essi, facendo parallelo

¹²⁵¹ *dobbiamo*, V.

di amendue ad un terzo lume di un corpo illuminato¹²⁵²: imperochè se accadesse che lo splendore di questo terzo superasse il lume di Luna, ma fusse superato dal candor della Luna, senza dubbio credo che potremmo asserire, il candor della Luna superare il lume di Luna in Terra. Mi si rappresenta, atto mezo termine per ciò fare esser lo splendore del crepuscolo, facendo comparazione ad esso del lume de gli altri¹²⁵³ due. Tramontato che sia il Sole, vedesi rimanere per buono spazio di tempo la superficie della Terra assai chiara, mercè del crepuscolo, cioè molto più che quando è illustrata dalla Luna piena; il che manifestamente si scorge dal veder noi qualsivogliano minuzie in Terra molto più distintamente in virtù del crepuscolo, che non si scorgono, passato esso, nell'illuminazione della Luna. Il quale effetto anco apertamente si conferma: perchè se averemo in

¹²⁵² *terzo corpo illuminato, V; terzo lume di un corpo, V'.*

¹²⁵³ *facendo nell'istesso tempo comparazione ad esso delli altri, V; facendo comparazione ad esso del lume degli altri, V'.*

Terra qualche corpo oscuro, come, per esempio, una colonna o la nostra persona medesima, la illuminazione della Luna piena non farà far ombra in Terra a esso corpo tenebroso sin che il lume del crepuscolo non sarà di molto scemato, cioè sin tanto che il lume della Luna gli prevaglia; segno evidente, questo della Luna esser a quello, da principio e per lungo¹²⁵⁴ spazio di tempo, assai inferiore. Ma aggiungiamo un'altra esperienza, che pure ci conferma, l'illuminazione del crepuscolo superare di assai l'illuminazione del plenilunio. Osservisi qualche grande edificio posto sopra luogo eminente, in lontananza da noi di quattro o sei o più miglia: certo per assai lungo spazio dopo il tramontar del Sole dureremo noi a scorgerlo bene, e tal vista non perderemo se¹²⁵⁵ non dopo notabile diminuzione del lume crepuscolino; ma se, estinta la illuminazione del crepuscolo, sopravverrà la illuminazione del plenilunio, potrà molto

¹²⁵⁴ *assai*, V; *lungo*, V'.

¹²⁵⁵ *perderemo noi se*, V *perderemo se*, V'.

bene accadere che il medesimo edificio più da noi non si scorga. Cede dunque di assai il lume di Luna al lume del crepuscolo: ma all'incontro, per scorgere il candore nella Luna non ci fa di mestiero aspettare che tanto si debiliti il lume crepuscolino, ma di non piccol tempo avanti che la Luna muova l'ombra, lo vedremo noi biancheggiare nel medesimo lume crepuscolino: cede dunque il terrestre lume di Luna al candor della lunare superficie.

Ma finalmente con nodo, al mio parere insolubile, veggiamo stretta e confermata la verità della mia conclusione: dico dell'essere il candor della Luna effetto del riflesso de' raggi solari ripercossi dal globo terrestre. Stima il Sig. Liceti, il candor della Luna essere effetto del riflesso de' raggi solari nell'etere alquanto condensato che da vicino circonda il globo lunare, in quella guisa che l'orbe vaporoso circonda la Terra; e del tutto esclude il riflesso della Terra, come nullo: io ammetto al Sig. Liceti il riflesso dell'etere ambiente, ma vi aggiungo il riflesso della Terra, che egli nega, e questo

assai più potente che quello¹²⁵⁶ dell'etere: ed avvenga che il Sig. Liceti reputi nullo questo, da me stimato per principale, adunque di niuno pregiudizio dovrà essere al candore della Luna il privarla di questo, che io reputo beneficio concernente al produr tal candore, purchè se gli lasci il riflesso dell'etere ambiente. E per ciò fare compitamente, ponghiamo la Luna in opposizione al Sole, onde verso di lei nulla si esponga dell'emisferio terrestre luminoso, ma solo riguardi verso lei l'emisferio tenebroso; ed in tal costituzione ponghiamo che segua l'eclisse totale della Luna, sì che ella perda ancora la illuminazione de i raggi primarii del Sole, onde resti¹²⁵⁷ spogliata di questi e del tutto priva della vista della faccia luminosa della Terra. Qui è manifesto, che non così immediatamente¹²⁵⁸ che il corpo lunare si è finito d'im-

¹²⁵⁶ *di quello*, V'.

¹²⁵⁷ *onde ella resti*, V; *onde resti*, V'.

¹²⁵⁸ *non immediatamente*, V; *non così immediatamente*, V'.

mergere nel cono dell'ombra terrestre, si è finito di immergere ancora l'orbe dell'etere che lo circonda, ma ne resta parte fuori; la qual parte godendo ancora de i raggi solari, può incandire quella parte del corpo lunare che fu l'ultima a cadere nell'ombra: ed in questo tempo potremo noi scorgere qual sia il candore prodotto dal solo etere ambiente. Ma questo poco che si vede, non si diffonde per tutta la faccia della Luna, ma solamente in parte del suo limbo; nè la grandezza del suo lume ha che fare col candore grande ed argenteo che si vede nella congiunzione, ma è una assai tenue tintura bronzina: chè quando fusse in spezie così vivace quale è il candore, vivacissimo e molto più limpido¹²⁵⁹ dovrebbe dimostrarsi in questo tempo dell'eclisse¹²⁶⁰, mentre che la Luna si trova costituita in un campo molto oscuro, cioè nelle tenebre della notte, dove che, all'incontro, il

¹²⁵⁹ *limpido*, V; *lucido*, V'.

¹²⁶⁰ *delli eclissi*, V.

candore del novilunio viene da noi veduto nel campo ancora assai chiaro del crepuscolo. Vedesi dunque, che privata la Luna del riflesso della Terra, e favorita solo da quello del suo etere ambiente, perde a molti doppi quel¹²⁶¹ bel candore: per lo che ben necessariamente doviamo concludere, pochissima essere la parte che vi ha il riflesso dell'etere ambiente; anzi pure vi è ella come nulla, mentre le sopraggiugne il tanto più vivace e potente riflesso della Terra.

Qui, prima che passar più avanti, non voglio tacere certa meraviglia che mi nasce nell'animo; ed è, che avendo il Sig. Liceti¹²⁶² detto di voler discorrere nella presente materia fisicomatematicamente, nella presente occasione ei si serva solo della fisica, tralasciando la matematica: perchè cosa da fisico e naturale è stata¹²⁶³ il

¹²⁶¹ *il*, V; *quel*, V'.

¹²⁶² *l'acutissimo Sig. Filosofo*, V; *il Sig. Liceti*, V'.

¹²⁶³ *stato*, V; *stata*, V'.

formar giudizio tra il candor della Luna e il lume di Luna dalla prima e sensuale apparenza; nel qual giudizio non credo ch'ei fusse con fallacia incorso, se egli avesse aggiunto quello che ne insegna la matematica, cioè che la lontananza della Luna candita dall'occhio è più di cento milioni di volte maggiore della lontananza della Terra, e che l'angolo visuale nascente dalla Terra è più di quaranta mila volte maggiore che il nascente dalla superficie lunare, le quali disuguaglianze, come non piccole, hanno potuto perturbare il retto giudizio. Quindi apprenda ciascuno¹²⁶⁴ quale è talvolta la differenza tra il discorrere de i matematici e de i puri filosofi naturali: e perchè, senza digredire dalla materia che si tratta, mi si porge qui occasione di conferire all'A. V. S. certo mio concetto non scritto da me in altro luogo, nè credo toccato da altri, glie le esporrò.

Mostra l'esperienzia come il sopranominato tenue splendore bronzino, che resta nella faccia della Luna,

¹²⁶⁴ *chi che sia, V; ciascuno, V'.*

ma per breve tempo, dopo la sua totale adombrazione, si va a poco a poco diminuendo: ed accade tal volta che pure nelle totali e centrali eclissi tal lume del tutto si ammorza, in guisa che del tutto si perde la vista della Luna; ed alcun'altra volta, pur nelle stesse totali eclissi¹²⁶⁵, non così adiviene, ma resta il lunar corpo pure alquanto apparente e visibile. Già è manifesto, tal debolissima luce non le¹²⁶⁶ poter provenire nè dal Sole nè dalla Terra, la vista de' quali le¹²⁶⁷ è del tutto tolta; nè meno essere effetto del suo etere ambiente, di già esso ancora immerso nell'ombra e privato della vista del Sole; nè può tampoco¹²⁶⁸ esser nativo e proprio del

¹²⁶⁵ *volta, pur nelle totali eclissi*, V; *volta, nelle totali* [sopra *totali*, non cancellato, è scritto, tra le linee, *istesse*], *eclissi*, V'

¹²⁶⁶ *li*, V.

¹²⁶⁷ *gli*, V.

¹²⁶⁸ *tampoco*, s.

corpo lunare, poichè¹²⁶⁹, se fusse tale, in tutte le eclissi si scorgerebbe, come anco accaderebbe se fusse per avventura effetto delle stelle sparse per l'immenso cielo: ed in somma il punto grande della difficoltà consiste nel seguire alcune volte sì ed alcune volte no questo totale perdimento di vista della medesima Luna, il quale effetto, per la sua variazione, ricerca varietà nella causa effettrice. Io, doppo molte riflessioni di mente, considerato che l'effetto del quale si cerca la causa è effetto di lume, ho meco medesimo concluso, non potere esso provenire se non da qualche cosa che abbia facultà di illuminare, del beneficio della quale resti ora favorita ed ora privata la Luna; nè avendo noi altro di lucido, atto a ciò poter fare, che i luminosi corpi celesti, a quelli è forza ricorrere, e tra essi investigare chi possa operare or sì ed or no nell'effetto del quale parliamo. Se questo è effetto di qualche stella, è necessario che ella, o vero alcuna volta risplenda più ed altra manco, o vero che

¹²⁶⁹ *perchè*, V.

ella ora sia esposta ed ora no alla vista della Luna; e conviene anco che tale stella sia di non minima¹²⁷⁰ forza d'illuminare. Tra i corpi celesti, trattone il Sole e la Luna, potenti assai per la lor vicinanza e grandezza, la prima fra le stelle mi si offre Venere, la quale in alcune costituzioni col Sole, cioè circa alle massime digressioni, riluce tanto vivamente, che si vede la notte i corpi ombrosi, tocchi dal suo fulgore, sparger ombra, e Giove appresso di lei con poca differenza far quasi il medesimo effetto. Ora, stante questo, che pure è verissimo, qualvolta accadesse che queste due stelle nel tempo dell'eclisse lunare fussero verso la Luna talmente costituite che la potessero ferire con i loro raggi, potrebbero in conseguenza conferirle¹²⁷¹ qualche lume, bastante per renderla visibile; e quando poi in altra eclisse Giove fusse verso l'opposizione del Sole, ed in conseguenza dietro all'emisferio lunare a noi ascosto, e

¹²⁷⁰ *minimissima*, V.

¹²⁷¹ *conferirgli*, V; *conferirle*, V'.

che Venere, per l'opposito, fusse prossima alla congiunzione col Sole, sì che la Terra, nel privar la Luna della vista del Sole, le¹²⁷² togliesse anco il veder Venere, restando ella abbandonata da amendue tali fulgori, resterebbe ancora a gli occhi nostri invisibile. Potrebbe ancora accomunare¹²⁷³ a questo beneficio qualche stella fissa, e massime la più di tutte le altre fulgente, dico la Canicola; e parmi poter¹²⁷⁴ far capitale di queste tre sole, ed in particolare dei due pianeti, perchè debole è l'operazione di tutto il resto delle stelle fisse. E veramente par nel primo aspetto cosa assai maravigliosa, che lo splendore di tanti lumi celesti abbia sì poco ad operare circa l'illuminare la Terra o altro corpo da esse remotissimo: ma dovrà far cessare la meraviglia il considerare quanto avanzi in grandezza il disco solare, ed

¹²⁷² *gli, V; le, V'.*

¹²⁷³ *accumunare, s.*

¹²⁷⁴ *parmi di poter, V.*

anco quello della Luna, la apparente piccolezza delle stelle fisse, mercè dell'immensa loro lontananza, poichè per fare un'area o piazza luminosa eguale al disco del Sole o della Luna, composta di stelle, ciascheduna anco eguale al Cane, non basterebbero quaranta mila accoppiate e distese insieme: giudichiamo ora quello che si può ricevere dalle quindici¹²⁷⁵ sole della prima grandezza, insieme con le altre, poche più di mille, e tanto minori, sparse per il Cielo. E ben che moltissime siano quelle che per la loro piccolezza restano invisibili, tuttavia veggiamo, che di tali piccolissime congiuntone gran numero insieme, finalmente non formano altro che una piccola piazzetta sì poco luminosa, che gli astronomi passati chiamarono con nome di stelle nebulse. E tanto basti per risposta alla seconda istanza del¹²⁷⁶ Sig. Liceti.

¹²⁷⁵ *quindecì*, s.

¹²⁷⁶ *dell'acuto*, V.

E venendo alla terza, senta l'A. V. S. quello che l'autore scrive consequentemente, sino alle parole: *praeterea, vel ipse Clarissimus Galileus, dum aliam opinionem etc.* Qui, se mi è lecito liberamente parlare, non bene resto capace de i motivi per i quali il Sig. Liceti inferisce, che posto che il candor della Luna derivasse dal riflesso del lume terreno, ei dovesse essere più illustre nel mezo della sua faccia oscura, che nel rimanente verso l'estremo margine; e mentre adduce per ragione di questo il ricevere le parti di mezo più lume dalla Terra, e lo sfuggire il medesimo lume dal margine estremo, spargendosi nell'ambiente, io non veggo occasion nessuna di ricever più lume nel mezo, nè veggo che i raggi dello splendore terrestre debbano sfuggire dall'estremo limbo. Ciò forse accaderebbe quando il globo lunare fusse terso e liscio come uno specchio; ma egli è scabroso quanto la Terra, se non più: e di questo non ricever più lume nel mezo che nell'estremo ambito, pur troppo chiaramente ce lo mostra l'istessa Luna, mentre che essendo ella, nella opposizione, piena di

lume del Sole, senza¹²⁷⁷ veruna differenza di mezo o di estremo egualmente luminosa¹²⁷⁸ si mostra, argomento della sua asprezza e del non sfuggire i raggi solari verso l'estrema circonferenza; che¹²⁷⁹ quando ella fusse tersa come uno specchio, giammai da gli uomini non sarebbe stata veduta, come io diffusamente ho dimostrato altrove.

→ Oltre che, posto anco che la superficie lunare fusse tersa, sì che i raggi luminosi, che dalla Terra le pervengono¹²⁸⁰, potessero sfuggire nel contatto estremo dell'orbe lunare, e perciò quivi men vivamente potes-

¹²⁷⁷ *lume, senza, V; lume del Sole, senza, V'.*

¹²⁷⁸ *luminoso, s.*

¹²⁷⁹ *asprezza; che, V; asprezza e del non sfuggire i raggi solari verso l'estrema circonferenza; che, V'.*

¹²⁸⁰ *Terra gli pervenissero, VV.*

sero incandirlo, non per questo all'occhio nostro tal diminuzione di lume potrebbe esser compresa: e la ragione è questa. La superficie luminosa della Terra, come quella che è vicina alla Luna, ed in ampiezza è ben dodici¹²⁸¹ volte maggior di essa, molto più d'un suo emisferio abbraccia ed illumina con i suoi raggi; all'incontro poi i raggi nostri visivi, come quelli che non da una ampiezza così grande quanto è l'emisferio terrestre si partono, ma escono da un punto solo, cioè dall'occhio nostro, notabilmente meno di un emisferio lunare abbracciano; talchè oltre all'ultimo cerchio che i raggi nostri visivi nella superficie lunare descrivono, una grande striscia di luminoso resta tra essa e l'ultimo cerchio che termina la parte della superficie lunare illustrata dalla Terra, la quale striscia è a gli occhi nostri invisibile. Perchè dunque nella parte veduta da noi non vi entra della poco luminosa, mercè dello sfuggimento

¹²⁸¹ *dodeci*, s

de i raggi terrestri, niuna diminuzione di candore possiamo¹²⁸² noi veder nella Luna. Di qui l'A. V. S. può vedere con quanto più salda ragione io dichiaro¹²⁸³ che l'obiezzione del Sig. Liceti contro il derivare¹²⁸⁴ il candore dalla Terra¹²⁸⁵ è invalida, e quanto, all'incontro, valida e concludente sia la mia, posta di sopra, in provare che il candore non sia effetto dell'etere ambiente, mentre che io concludo che¹²⁸⁶ se ciò fusse, il candore nelle parti di mezo dovria apparir più oscuro che nell'estreme¹²⁸⁷; la quale mia conseguenza non so se il Sig.

¹²⁸² *potiamo*, s

¹²⁸³ *dechiaro*, s.

¹²⁸⁴ *contro al derivare*, VV.

¹²⁸⁵ *della Terra*, s.

¹²⁸⁶ *io conclusi che*, VV.

¹²⁸⁷ *nell'estremo*, s.

Liceti potesse così agevolmente rimuovere, come ho potuto io ora rimuovere la sua, che il candore nelle parti di mezo dovesse mostrarsi più chiaro che nelle estreme, quando derivasse dalla Terra. ←

Quanto poi all'attribuirmi l'Autore, che io abbia poste nella Luna concavità, le quali poi, a guisa di cavi specchi, possano ripercuotere lume maggiore che altre parti non concave; sia detto con pace del mio Signore, io non ho mai nè scritta nè¹²⁸⁸ pronunciata tal cosa. Sono nella superficie della Luna lunghi tratti di asprissime montagne, gruppi di scogli scoscesi, moltissimi spazii grandi e piccoli, circondati da argini sublimi e¹²⁸⁹ per lo più di figure rotonde; veggonsi alcune cavità: ma che elle sieno terse, sì che a guisa di specchi cavi possano ripercuotere i raggi, ciò è alienissimo dal mio detto e dal mio credere; ma stimo bene, tutte¹²⁹⁰ queste

¹²⁸⁸ *nè scritto nè*, s.

¹²⁸⁹ *argini e*, V; *argini sublimi e*, V'

¹²⁹⁰ *stimo, tutte*, V; *stimo bene, tutte*, V'.

figure essere ruvide, aspere, ed in somma quali in Terra se ne veggono, naturalmente e rozamente composte. In oltre, quando pure nella faccia della Luna fussero concavità più che qualsivoglia de i nostri specchi pulite¹²⁹¹ e lustrate, sì che vivacissimamente potessero riflettere non meno il lume terrestre che¹²⁹² gli stessi raggi solari, che vedremmo noi di tali raggi, riflessi nell'ambiente della Luna? Esposto uno de' nostri specchi concavi a' raggi diretti del Sole, che lume riflettono essi, che punto illumini l'aria nostra ambiente? Nulla sicuramente; e pure è vero, tali raggi riflettersi gagliardissimamente, ed in figura di cono andare ad unirsi, ed esser veramente potenti ad illuminare i corpi tenebrosi, ed illuminargli ancora più potentemente che l'istesso

¹²⁹¹ *qualsivoglia specchio pulite, V; qualsivoglia de i nostri specchi pulite, V'; qualsivoglia specchi de i nostri pulite, s.*

¹²⁹² *non pure il lume terrestre, ma V; non meno il lume terrestre che, V'.*

Sole: ma bisogna nella cuspide del cono, o a lei¹²⁹³ vicino, porre qualche materia densa ed opaca, la quale, tocca da tali raggi, si vedrà splendere ed offender la vista più che l'istesso Sole, e massime se lo specchio sarà grande; e se la materia sarà combustibile, immediatamente si accenderà; ed essendo fusibile, qual è il¹²⁹⁴ piombo o lo stagno, si fonderà, ed il rame o altro metallo più duro si infuocherà. Bisogna dunque, per vedere il suo riflesso, farlo incontrare in materia atta ad essere illuminata; e finalmente potremo vedere manifestissimamente tutto il cono, ponendogli sotto carboni accesi e buttando sopra essi semola o incenso¹²⁹⁵ o altra cosa tale che faccia fumo; e questo, passando per i raggi del cono, si illuminerà, e ci farà vedere quanto tali raggi riflessi siano più vivi delli incidenti e primarii del Sole.

¹²⁹³ *o lei, V; o a lei, V'*

¹²⁹⁴ *quale il, V.*

¹²⁹⁵ *segatura, V; incenso, V'.*

Adunque, siano pure quali e quanti si voglino specchi concavi nella Luna, niente faranno più vivo lo splendore diffuso per l'etere ambiente.

→ Io non credo che all'Eccellentissimo Sig. Liceti sia ignoto, che i raggi riflessi da uno specchio concavo non vadano¹²⁹⁶ in figura di cono a unirsi se non in piccola distanza da esso specchio, e che il loro vivacissimo lume non può vedersi se non in qualche materia densa ed opaca, la quale, tocca da i detti raggi, come ho detto, acquista un lume più vivo che lo splendore dell'istesso Sole: ma la parte aversa della detta materia niente si illumina, essendo opaca; tal che a noi che siamo in Terra, dove non credo che il Sig. Liceti fusse per dire che arrivassero i cono de i raggi riflessi da gli specchi concavi sparsi nella superficie della Luna, a noi, dico, non toccherebbe a vedere se non le dette parti averse, le quali verrebbero illuminate solo dalla superficie della Terra,

¹²⁹⁶ *concavo vadano*, VV.

come il restante dell'emisferio lunare, e però ci resterebbero¹²⁹⁷ elle indistinte dal resto del lunar disco. Lascio stare che il metter lamine di materia opaca separate dal corpo lunare e sospese nel suo etere circunfuso, è cosa troppo ridicola, e da non ci far sopra fondamento veruno. Ma più poteva il Sig. Liceti, come fisicomatematico, raccorre dalle matematiche, che non solo i piccoli specchietti concavi, sparsi nella superficie lunare, non sono bastanti a far l'effetto che egli ne deduce, ma quando tutto l'emisferio lunare fusse un solo specchio concavo o porzione¹²⁹⁸ di sfera tanto grande che il suo semidiametro fusse l'intervallo che è tra la Terra e la Luna, che è il medesimo che dire che ei fosse porzione dell'istessa sfera nella quale è posta la Luna, appena sarebbe bastante a riflettere e produrre il cono de' raggi riflessi insino in Terra, dove, uniti e terminati nel vertice di detto cono, potessero ravvivare il lume; il quale

¹²⁹⁷ *resterebbono*, VV.

¹²⁹⁸ *concavo e porzione*, VV.

poi un sol punto o una minimissima particella¹²⁹⁹ dell'emisferio terrestre occuperebbe, e quivi solo farebbe la moltiplicazione dello splendore, superiore allo splendore terrestre, ma però tanto languido, mercè della minima ed insensibile cavità dello specchio, che il cercare di vederlo o vero di ritrovarlo sarebbe un tempo vanissimamente speso. Anzi pure, non potendo pervenire¹³⁰⁰ all'occhio del riguardante salvo che nelle centrali congiunzioni de i tre centri terrestre, lunare e solare, giammai da noi, che siamo fuor de' tropici, tale accidente non potrebbe esser incontrato; essendo che impossibile cosa è il costituire l'occhio nella medesima linea retta che li tre centri sopradetti congiunge, l'occhio, dico, di un che fuora della torrida zona, cioè de' tropici, sia costituito. Vede dunque l'A. V. S. come il discorso matematico serve a schivare quelli scogli, ne' quali talvolta il puro fisico porta pericolo d'incontrarsi e rompersi. ←

¹²⁹⁹ *minimissima parte*, VV.

¹³⁰⁰ *non potendo egli pervenire*, VV.

Qui non posso non maravigliarmi alquanto di esser portato io in testimonio contro a me medesimo, mentre sento dirmi che io medesimo ho scritto, l'estremo limbo della Luna mostrarsi più lucido che le parti di mezzo. È vero che io ho scritto che tali parti estreme si mostrano a prima vista più chiare che quelle di mezzo; ma immediatamente ho soggiunto, ciò *in rei veritate* esser falso ed una illusione, e soggiunto che tutto il disco è egualmente candido: ed il medesimo Autore nel capitolo precedente registra puntualmente le mie parole, che sono: *Dum Luna, tum ante tum etiam post coniunctionem, non procul a Sole reperitur, non modo ipsius globus, ex parte qua lucentibus cornibus exornatur, visui nostro spectandum sese offert; verum etiam tenuis quaedam subluces peripheria tenebrosae partis, Soli nempe aversae, orbitam delineare, atque ab ipsius aetheris obscuriori campo seiungere, videtur. Verum, si exactiori inspectione rem consideremus, videbimus, non tantum extremum tenebrosae partis limbum incerta quadam claritate lucentem, sed integram Lunae faciem, illam nempe quae Solis fulgorem nondum sentit, lumine quodam, nec exiguo, albicare: apparet tamen primo intuitu subtilis tantummodo circumferentia lucens propoter*

obscuriores Caeli partes sibi conterminas; reliqua vero superficies obscurior e contra videtur ob fulgentium cornuum, aciem nostram obtenebrantium, contactum. Verum si quis talem sibi eligat situm, ut a tecto vel camino aut aliquo alio obice inter visum et Lunam (sed procul ab oculo posito) cornua ipsa lucentia occultentur, pars vero reliqua lunaris globi aspectui nostro exposita relinquatur; tunc luce non exigua hanc quoque Lunae plagam, licet solari lumine destitutam, splendere depraehendet, idque potissimum, si iam nocturnus horror ab Solis absentiam increverit; in campo enim obscuriori eadem lux clarius apparet. (pag. 237, v.32).¹³⁰¹ Or il¹³⁰² troncare le mie sentenze, portando, come da me detto asseverantemente, quello che io nella prima parte propongo per confutarlo poi nelle seguenti parole da me poste, e far ciò forse per¹³⁰³ imprimere

¹³⁰¹ La citazione si riferisce al *Litheosphorus* del LICETI. Il luogo del *Sidereus Nuncius* qui riportato si legge nel vol. III, par. I, della nostra edizione, a pag. 72, lin. 22 e seg.

¹³⁰² *questo*, V; *il*, V'.

¹³⁰³ *ciò per*, V; *ciò forse per*, V'

nell'animo del lettore concetto tutto contrario a quello che io scrivo, non saprei in altra maniera scusarlo, fuor che per una scorsa di memoria¹³⁰⁴.

Segue con altra istanza, dicendo: *Praeterea, vel ipse Clarissimus Galileus etc.*, sino a *Insuper, si Terra solare lumen in Luna etc.* Il Sig¹³⁰⁵. Liceti con grande accortezza trapassa sotto poche parole questa istanza che egli mi fa contro, toccando¹³⁰⁶ solo una parte del mio detto, onde il lettore, non sentendo la mia sentenza intera, potria formarsi¹³⁰⁷ concetto che quello che da me vien portato in altro proposito, serva per confermare un'altra

¹³⁰⁴ è (s'io debbo liberamente parlare) peccato in filosofia morale, assai meno scusabile delli errori commessi nella naturale, V; non saprei... memoria, V'.

¹³⁰⁵ Il dottissimo, V; Il, V'.

¹³⁰⁶ toccando, o per dir meglio, troncando, qualche mio detto, V; toccando solo una parte di un mio detto, V'

¹³⁰⁷ si formi, V; potria formarsi, V'.

opinione, molto lontana da quella che io tengo. È vero che io ho detto, tenere che possa essere intorno alla Luna una parte del suo etere ambiente più densa del resto dell'etere purissimo la quale possa riflettere i raggi del Sole, illustrando l'estremo margine del disco lunare: al che credere mi muove il vedere nell'eclisse totale della Luna, doppo che ella si è immersa nell'ombra terrestre, restare quell'estrema parte del suo limbo che fu l'ultima a cadere nell'ombra, restar, dico, alquanto illustrata, ma di un lume che tira più al rame che all'argento, il qual colore non si estende egualmente per il restante del disco lunare, che resta molto più oscuro; e che finalmente, entrata la Luna nel mezzo dell'ombra, ella del tutto perde quel poco che la faceva visibile, e noi alcune volte totalmente la perdiamo di vista. Ora, che il Sig. Liceti inferisca, che da quanto ho scritto si possa raccorre che io abbia detto o concesso che il candore, il quale grandissimo si sparge per tutto il disco lunare nel novilunio, derivi dal riflesso del Sole nell'etere ambiente la Luna, è conseguenza da me non pensata, non che detta; anzi di presente stimata falsissima. E qui è bene che io tocchi certo particolare degno di esser avvertito ed inteso.

Circonda perpetuamente l'etere, diciamo addensato, il globo della Luna, intorno alla¹³⁰⁸ quale si eleva sino a una certa altezza;

¹³⁰⁸ *lunare, introno al, V; della Luna, intorno alla, V'.*

sta la Luna esposta a i raggi del Sole, i quali illustrano l'emisferio lunare insieme con l'emisferio addensato e potente ad illuminare una parte dell'emisferio lunare non tocco dai raggi del Sole; e tal parte illuminata circonda, a guisa di un anello, una striscia della superficie lunare, che confina con l'emisferio illuminato dai raggi solari; e questo anello apporterebbe il lume crepuscolino nella Luna e da noi si scorgerebbe, quando un altro lume molto maggiore non ce lo offuscasse; e questo maggior lume è il riflesso della grandissima faccia della Terra: sì che posto, per esempio, che il riflesso terrestre abbia venti¹³⁰⁹ gradi di luce, ma quello del riflesso dell'etere ambiente ne abbia, v. g., otto o dieci, chi crederà, potersi distinguere tale anello lucido nella piazza tanto più risplendente? Certo nessuno, salvo che chi volesse dire, il riflesso dell'etere superare in candore quello della Terra, il che è falso: imperochè quello che nell'eclisse lunare rimane, somministrati dall'etere¹³¹⁰ ambiente, è di lunghissimo intervallo infe-

¹³⁰⁹ *abbia, verbigrazia, venti, V; abbia venti, V'.*

¹³¹⁰ *dal solo, V.*

riore al candore del novilunio; che quando fusse prodotto dall'istessa causa, dovrebbe molto e molto maggiore mostrarsi¹³¹¹ nell'oscurità della notte, al tempo dell'eclisse, che nello splendore del nostro crepuscolo, come altra volta di sopra abbiamo detto. Aggiunghiamo di più, che l'essere egualmente diffuso il candore per tutto il disco lunare, ci assicura che egli non dipende dall'etere ambiente, il quale non è potente ad arrivare nella parte¹³¹² di mezo del disco lunare; in quel modo che il crepuscolo nostro non illumina tutto un emisferio terrestre, perchè se ciò¹³¹³ fusse avremmo tutta la notte il lume crepuscolino, dove che per la maggior parte della Terra molte sono le ore notturne che restano senza crepuscolo, nelle tenebre profondissime. In oltre, con gran ragione possiamo credere che l'etere ambiente la Luna non sia così atto a riflettere vivamente i raggi del Sole sopra la Luna, come è l'ambiente nostro vaporoso a ripercuoterli sopra la Terra. Imperochè, essendo in universale la materia dell'etere celeste

¹³¹¹ *mostrarcisi*, V.

¹³¹² *nelle parti*, V.

¹³¹³ *così*, V.; *se ciò fusse*, V'.

più¹³¹⁴ pura dell'elementare aerea, così è credibile che la parte dell'etere condensato intorno alla Luna sia assai men densa¹³¹⁵, ed in conseguenza men potente a riflettere, che l'aere condensato, per la mistione de' vapori, intorno alla Terra.

→ Che poi l'etere ambiente la Luna sia grandemente men denso della parte dell'aria vaporosa che circonda la Terra, posso io con chiara esperienza far manifesto. I vapori intorno alla Terra sono di maniera densi, che il Sole posto vicinissimo all'orizzonte illumina una muraglia, o altro corpo opaco oppostogli¹³¹⁶, molto debolmente in comparazione del lume che gli porgeva mentre per molti gradi era sopra l'orizzonte elevato; e questa molto notabile differenza non può procedere, per mio credere, da altro, se non che i raggi del Sole nel tramontare hanno a traversare per lunghissimo spazio i vapori che la Terra circondano, dove che i raggi del Sole molto elevato per spazio più breve hanno a traversare i vapori tra il Sole e l'oggetto opaco interposti: che quando non ci fussero i vapori, ma l'aria fusse purissima,

¹³¹⁴ *assai più*, V; *più*, V'.

¹³¹⁵ *denso*, V.

¹³¹⁶ *corpo oppostogli*, s.

l'illuminazione del Sole sarebbe sempre del medesimo vigore, tanto da i luoghi sublimi quanto da i bassi, tuttavolta che nelle superficie da essere illuminate fussero con angoli eguali ricevuti. Onde, tuttavolta che noi potessimo far paragone di due luoghi posti nella Luna, all'uno de i quali i raggi solari pervenissero passando molto obliquamente per l'etere addensato intorno alla Luna, ed all'altro assai direttamente si conducessero, cioè per breve spazio camminassero per l'etere ambiente, e che noi scorressimo le illuminazioni di amendue essere eguali o pochissimo differenti; senz'alcun dubbio potremmo affermare, l'etere ambiente la Luna o nulla o pochissimo più essere addensato che tutto il resto del purissimo etere. Ma tali due luoghi frequentemente li possiamo vedere: imperochè, posta la Luna intorno alla quadratura del Sole, considerando il termine che dissepára la parte illuminata da i raggi solari dall'altra tenebrosa, si veggono in questa tenebrosa alcune cuspidi di monti, assai distaccate e lontane dal detto termine, le quali essendo illuminate dal Sole prima che le parti più basse, benché i raggi solari a quelle obliquamente pervenghino, nulladimeno lo splendore e il lume di quelle si mostra egualmente vivo e chiaro come qualsivoglia altra parte notata nel mezo della parte illuminata. E pure alla cuspidi distaccata pervengono i raggi solari, obliquamente segando l'etere ambiente, che ad altri luoghi notati nella parte illuminata direttamente o meno obliquamente pervengono; segno manifesto,

assai piccolo essere l'impedimento che l'etere ambiente può dare alla penetrazione de' raggi solari, ed, in conseguenza, assai tenue essere il lume che da esso etere può la parte oscura della Luna ricevere. ←

Passo alla seguente istanza: *Insuper, si Terra solare lumen in Luna etc.* Poco fa il Sig.¹³¹⁷ Liceti acutamente stimò che io, contro all'intenzion mia, corroborassi e confermassi una sua opinione, mentre io¹³¹⁸ m'ingegnava di confermarne un'altra mia, dalla sua molto differente. Penso di essermi sincerato della inavvertenza¹³¹⁹ placidamente impostami: non so se con altrettanta evidenza egli potrà¹³²⁰ sciogliersi da simile imputazione che mi pare che se gli possa fare, del distruggere egli una sua proposizione, mentre tenta di distruggere una mia, attenente all'istesso proposito di che si tratta. È la sua intenzione di voler provare,

¹³¹⁷ *l'argutissimo Sig. Liceti stimò, V; il ... stimò, V*

¹³¹⁸ *mentre che io, V.*

¹³¹⁹ *inadvertenza, s.*

¹³²⁰ *potessi, V.*

che il candore nel disco lunare non dependa dal riflesso de' raggi solari nella Terra, e dice: «Se tal candore derivasse dal riflesso della Terra, non si farebbe l'eclisse solare: ma l'eclisse si fa; adunque tal candore non procede dalla Terra». Nel-l'assegnar poi la ragione, perchè l'eclisse non dovesse farsi, stante tal candore nella Luna, dice che ciò avverrebbe perchè lo splendore o illuminazione di quello rischiarebbe¹³²¹ le tenebre, che senza quello si troverebbero nel cono dell'ombra lunare, e per esso in una parte della superficie terrestre. Ora, per tor via l'operazione di tal candore, bisogna tor via l'istesso candore¹³²², e per conseguenza, quando segue l'eclisse solare (la quale egli medesimo pure ammette seguire, e tanto oscura quanto la profonda notte), dire che tal¹³²³ candore non vi è: ma questo poi si tira dietro necessariamente il dovere affermare, che l'etere ambiente la Luna non la incandisce, conseguenza del tutto contraria a quella che il Sig. Liceti ha creduto e scritto. Ed aggiungo di più, che se giammai può esser potente il riflesso dell'etere a ripercuotere i

¹³²¹ *rischiarebbe*, V.

¹³²² *lui medesimo*, V; *l'istesso candore*

¹³²³ *dice che tal*, s.

raggi solari sopra l'emisferio della Luna, ciò farebbe egli massimamente, per essere allora la Luna nella massima propinquità, anzi nell'istessa puntuale congiunzione, col Sole; sì che da tutte le parti dell'etere circunfuso si farebbe tal riflessione, e perciò validissima. Il discorso dunque del Filosofo Eccellentissimo non meno toglie la posizione mia che la sua, posto però che egli direttamente proceda; ma la verità è che ei non perturba nè la sua nè la mia posizione, come appresso dirò. Dico dunque, che può benissimo essere che si faccia l'eclisse del Sole per l'interposizione della Luna, e che la oscurazione sia tale che permetta il vedersi le stelle, e che il candore nella Luna vi sia, e quanto più valido esser possa, senza però esser potente a proibire tale eclisse, e che finalmente nessuno di questi particolari favorisca o pregiudichi all'opinione tanto di chi lo attribuisce e giudica effetto del riflesso del lume terrestre, quanto di chi lo riferisce al riflesso dell'etere ambiente la Luna. Imperochè già convenghiamo che il candore vi sia nel tempo dell'eclisse solare; tal che se ei fusse potente a vietare l'eclisse, tanto la vieterebbe derivando egli dalla Terra, quanto dall'etere ambiente la Luna: ma il volerlo far poi così efficace, che ei possa supplire al lume primario del Sole, sì che il cono dell'ombra lunare non possa macchiare ed oscurare quella parte della superficie terrestre che il medesimo cono ingombra, è veramente troppo gran domanda. Si-

gnore Eccellentissimo, quel lume che in tale occasione può scorgersi in Terra, è un quarto, procedente dal primo dell'istesso Sole; il quale primo illumina l'ambiente della Luna, e questo secondo illumina il disco lunare, il quale, come terzo, ha da illuminare la Terra: onde il volere che questo terzo compensi il primo, è veramente, come ho detto, domanda troppo ardita. Il dir poi che questo terzo lume, benché debile, accoppiato col massimo primario non lo indebolisca, lo concederei io liberamente, quando tal copula si facesse: ma la adombrazione che si fa in Terra è terminata e compresa dal cono dell'ombra lunare, per il quale cono non passano i raggi solari, ma sì bene quelli solamente del candore della Luna: sì che alla parte della Terra ottennebrata e macchiata dall'ombra lunare niente vi arriva di splendido, fuorché¹³²⁴ il riflesso del candore, cioè un riflesso di un altro riflesso di un altro riflesso¹³²⁵, derivante da i raggi primarii del Sole, dei quali nessuno entra nel cono dell'ombra lunare a mescolarsi con quel lume tenuissimo che dal candore della Luna per entro il suo cono si va diffondendo. Che poi il corpo lunare

¹³²⁴ *fuora che, s*

¹³²⁵ *cioè un riflesso di un altro riflesso, s.*

densissimo, nè sparso di maggior lume che quello del suo candore, possa indurre tal eclisse nel Sole, che le diurne tenebre permettano la vista delle stelle, non dovrebbe molto favorire il discorso del Sig.¹³²⁶ Liceti, mentre che egli afferma, essersi anco nell'aperto cielo, e nella maggior limpidezza del Sole, vedute stelle: e comunemente non son elleno le costituzioni del crepuscolo e dell'aurora, di lume benchè tanto¹³²⁷ diminuito, che permettono¹³²⁸ vedersi gran copia di stelle? E finalmente, chi dà tanta sicurtà all'Eccellentissimo Signore che ei possa resolutamente pronunziare che nel tempo della totale eclisse del Sole non si scorga il candore della Luna? Bisognerebbe che ei producesse testimonii degni di fede, li quali deponessero avere attentamente osservato e ricercato se tal candore si vegga, ed asserito poi non si vedere; ma non so che egli potesse trovare una tal testimonianza: ma ben più tosto, all'incontro, può essere che da alcuno vi sia stato tal candore veduto, il quale, ignorando la vera cagione del riflesso della Terra, abbia creduto, il corpo della

¹³²⁶ *dell'Eccellentissimo Filosofo, V; del Sig. Liceti, V'*

¹³²⁷ *lume tanto, V; lume benché tanto, V'*

¹³²⁸ *permette.*

Luna esser in parte trasparente ed atto ad esser penetrato, ed in qualche modo illuminato, da i raggi solari. Ma che tale trasparenza non sia nel globo lunare, ho io in altro luogo assai concludentemente dimostrato, ed in particolare dal vedersi manifestissimamente, scogli sopra la Luna, piccolissimi in comparazione di tutto il suo globo, spargere ombre oscurissime; argomento necessariamente concludente, la materia lunare, nè anco di minima profondità, esser diafana. Se dunque è stato veduto nella totale eclisse¹³²⁹ la Luna alquanto lucida, e perciò stimata trasparente, questo non poteva derivare se non dal riflesso dell'emisferio terrestre, dal Sole illuminato, del quale solo restando¹³³⁰ piccola parte ottenebrata dal cono dell'ombra lunare, il rimanente, cioè la parte grandissima, ben continuava di conservare il candore nella Luna. Quanto poi a quello che il Sig. Liceti scrive, che un corpo lucido minore, congiunto con un lucido maggiore, non impedisce¹³³¹ la sua illuminazione; per dichiarazione di che egli induce una fiaccola o una maggior fiamma ardente, copolata coi

¹³²⁹ *eclisse del Sole*, V.

¹³³⁰ *restando solo*, V.

¹³³¹ *impedisca*, V.

raggi del Sole, o vero due specchi, nel minor dei quali, collocato nei raggi solari, da un¹³³² altro maggiore siano riflessi i medesimi raggi, niente leva la illuminazione alla vista; qui liberamente confesso la mia incapacità, e duolmi assai di non poter cavare costruito dal¹³³³ discorso che qui vien portato, il quale stimo che sia pieno di ben salda dottrina, e duolmi di non poterne esser partecipe: concederò bene il tutto, se però l'intenzione dell'Autore è stata quella che io coniettualmente posso immaginarmi.

Dico adunque che interamente presterò il mio assenso, che sopraggiungendo ad un gran lume un lume minore, detrimento nessuno può ad esso maggiore sopravvenire dalla aggiunta del minore, tuttavolta che questo minore sia schietto e puro, e non congiunto con qualche corpo opaco, il quale con la sua opacità sia potente a impedire la strada per la quale viene il maggior lume. Mi dichiaro, stando ne i medesimi termini dei quali si tratta. Intendasi la Luna, corpo densissimo, tenebroso per sé stesso e niente trasparente, esser interposta tra il Sole e la Terra: qui non è dubbio alcuno che ella all'opposito del Sole distenderà verso la Terra il cono della sua ombra, macchiando di tenebre tutta quella

¹³³² *da un*, V: *dall'*, V.

¹³³³ *del*, V.

parte della terrestre superficie che resterà compresa dentro il cono¹³³⁴ dell'ombra lunare; e se altronde non gli sopraggiugne qualche altra illuminazione, tal macchia sarà oscurissima. Intendasi ora, sopraggiugnere nella faccia della Luna, esposta alla vista della Terra, un tal qual si sia lume: se questo sarà potente quanto il lume dell'istesso Sole, senza dubbio caccierà le tenebre, e ridurrà tutto l'emisferio terrestre egualmente in ciascuna¹³³⁵ sua parte illuminato; ma se il sopravveniente lume nella Luna sarà debole, e quale è il suo candore in comparazione dell'istesso Sole, qual lume potrà egli arrecare alla macchia scura cagionatavi dal corpo opacissimo di essa Luna? certo che molto¹³³⁶ piccolo. E quello che il Sig. Liceti dice del lume riflesso da uno¹³³⁷ specchio maggiore in un minore, e da questo minore in un altro oggetto illuminato da' primarii raggi del Sole, e che questo lume riflesso non impedisca l'illuminazione del Sole, ciò sarebbe vero, quando

¹³³⁴ *dentro al cono*, VV.

¹³³⁵ *ciascheduna*, VV.

¹³³⁶ *certo molto* VV.

¹³³⁷ *reflesso di uno*, s.

questo minore specchio fosse non di materia densa ed opaca, sì che potesse, col proibire il transito a i raggi solari, produrre ombra, ma di un cristallo limpidissimo e trasparentissimo; ma quando fusse tale, nè si illuminerebbe¹³³⁸, nè farebbe riflessione¹³³⁹ de' raggi che altronde gli sopraggiungessero e lo ferissero. Per esser dunque il corpo lunare impenetrabilissimo da i raggi del Sole, produce ombra scurissima in Terra, la quale viene, ma molto debolmente, diminuita dall'opposto nostro lunar candore.

Segue l'argomento tolto dall'apparizione di Venere di giorno, nelle seguenti parole: *Deinceps, quum Solis vicinia nihil impedit etc.*; e continuando pur nell'instituto di voler dimostrare che il candor della Luna non dipende dal riflesso della¹³⁴⁰ Terra, premette le seguenti proposizioni. Prima, che il lume di Venere è tanto vivo, che la vicinanza del Sole, anco di mezo giorno, non l'offusca sì che vedere non la possiamo; anzi pure si scorge ella

¹³³⁸ *illuminarebbe*, s.

¹³³⁹ *reflessione alcuna di raggi che di altronde*, VV.

¹³⁴⁰ *reflesso de' raggi solari nella*, V; *reflesso della Terra*, V'.

splendida, benchè minore di quello che ella si mostra nelle tenebre della notte. Pone l'altra proposizione, la quale è che io affermo, la Terra non venire illustrata dal Sole manco che qualsivoglia pianeta, ed in conseguenza non meno che Venere. Aggiugne la terza proposizione, pur da me creduta e concessa, la quale è che il riflesso del lume terrestre sopra la Luna sia più illustre di quello che la Terra riceve dalla Luna. Le quali premesse io liberamente concedo tutte, ma non so poi dedurne la conclusione che il mio¹³⁴¹ oppositore ne cava; cioè che da tali premesse ne segua in conseguenza, che la Luna prossima alla congiunzione del Sole dovesse non meno che Venere, mostrarsi splendida nel mezzo giorno. Io, per me, dalle due prime premesse, cioè dall'esser la Terra non meno illustrata dal Sole che Venere, e dal vedersi Venere di giorno, non saprei dedurne altro, se non che la Terra, non meno che Venere, dovrebbe esser visibile di giorno; conseguenza tanto vera, che non credo che alcuno vi ponga dubbio, ed io più d'ogni altro l'affermo. Dall'esser¹³⁴² poi il riflesso del lume terrestre più gagliardo sopra la Luna che quel della Luna

¹³⁴¹ *mio dottissimo*, V; *mio*, V'.

¹³⁴² *affermo. Dell'esser*, s.

sopra la Terra, non capisco come ne¹³⁴³ debba seguire, che il candor della Luna debba essere non inferiore allo splendore di Venere, procedente dall'illuminazione dei raggi primarii o diretti del Sole; e se tal conseguenza dovesse aver luogo contro di me, converrebbe che il mio oppositore facesse constare che io avessi creduto e scritto che lo splendore della Terra fosse eguale allo splendore dell'istesso Sole, cosa che io giammai non ho detta, nè pur pensata. Restano dunque verissime le premesse da me concesse, come vera anco la conseguenza che da quelle direttamente si può dedurre, cioè che lo splendore di Venere è tanto superiore al candor della Luna, quanto i vivi e primarii raggi solari sono più illustri che i riflessi dalla superficie terrestre¹³⁴⁴. E qui se alcuno logico volesse ridurre questo argomento in forma sillogistica, dubito che non pure ei incontrerebbe il quarto termine, ma anco il quinto. Imperochè nè della Terra, come causa illuminante, nè del candor della Luna, come effetto della illuminazione della Terra, niente si è parlato nelle premesse; onde il dedurre¹³⁴⁵ che la Luna incandita dalla Terra dovesse vedersi di

¹³⁴³ *come da questo ne, V; come ne, V'*

¹³⁴⁴ *reflessi della superficie, s.*

¹³⁴⁵ *dedurne V.*

giorno, è conclusione sospesa in aria e che nulla ha da fare con la illuminazione del Sole sopra Venere e la Terra e con l'esser rese per ciò visibili di mezo giorno. In troppo oscura maniera veramente si deduce che la Luna, incandita dalla Terra, debba vedersi di mezo giorno *ex eo quod* Venere, illustrata dal Sole, di mezo giorno si scorge¹³⁴⁶.

Passiamo all'altra seguente obiezzione: *Amplius, in eclipsi lunari nullam prorsus etc.* Quanto egli qui dice, gli concedo, cioè che nell'eclisse totale della Luna ella non riceva illuminazione alcuna dalla Terra, nella cui ombra ella resta immersa, nè tampoco goda de i raggi diretti del Sole, i quali nel cono dell'ombra terrestre non penetrano; e finalmente gli concedo che il riflesso dell'etere ambiente la Luna gli porge quel poco di rossigno che la rende visibile, specialmente in quella parte del suo limbo che è l'ultima a restar coperta dal cono

¹³⁴⁶ *Io non saprei a qual figura potesse ridursi cotal sillogismo, se non forse, per esser di cinque termini, alla nona quinquessillaba frisesomorum; ma riducasi alla nona o alla prima, V; In troppo ... si scorge, V'.*

dell'ombra terrestre: ma tutto questo, niente veggo che debiliti il mio detto, che il candore della Luna venga dalla Terra. Parmi bene di scorgere che il mio oppositore accortamente¹³⁴⁷ cerchi di imprimere nella mente del lettore, che io abbia largamente concesso, il medesimo candore essere effetto dell'etere ambiente la Luna, il che manifestamente apparisca¹³⁴⁸ mentre che nell'eclisse lunare, mancando il riflesso della Terra e l'illuminazione de i raggi diretti del Sole, io ammetto quel tenue splendore bronzino che in parte della Luna si scorge; e perchè questo è sommamente inferiore al candore argenteo nel novilunio, vorrebbe farlo¹³⁴⁹ diminuito ed in gran parte ammorzato dal dover passare egli per il cono dell'ombra terrestre: il quale effetto io asse-

¹³⁴⁷ *l'accorto Filosofo, V; il mio oppositore accortamente, V'.*

¹³⁴⁸ *si scorga, V; apparisca, V'.*

¹³⁴⁹ *vorrebbe il nostro oppositore farlo, V; vorrebbe farlo, V'.*

verantemente dico esser vano e falso, atteso che la illuminazione di un corpo splendido che va ad illustrare un corpo opaco, niente perde nel dover passare per un mezzo diafano, quanto si voglia sparso di tenebre; anzi le medesime tenebre faranno apparire più vivamente il ricevuto lume, cosa tanto chiara e nota, che assai mi maraviglio di¹³⁵⁰ sentirla passare come ignota o non avvertita¹³⁵¹: chè ben sa il medesimo Sig. Liceti¹³⁵² che tutti i lumi celesti che a noi si fanno visibili e spargono di qualche luce l'emisferio terrestre nella profonda notte, passano per il medesimo cono dell'ombra terrestre, e da quello acquistano vigore di maggiormente illuminarci e farcisi visibili. Concedesi dunque, la tintura di rame derivare dall'etere ambiente la Luna: dove anco non mi par necessario di porre nel corpo lunare quel

¹³⁵⁰ *maraviglia il.*

¹³⁵¹ *avertita, s.*

¹³⁵² *perspicacissimo Filosofo, V; medesimo Sig. Liceti, V'.*

tenue lume nativo, da mescolarsi, come stima il Sig. Liceti, con questo riflesso dell'ambiente. Imperochè, se quello vi fosse, nel mezo della massima eclisse, quando il centro della Luna cade nell'asse del cono dell'ombra, pure resterebbe essa Luna in qualche modo visibile mercè del suo proprio nativo lume: tuttavia¹³⁵³ io e molti altri insieme abbiamo del tutto perduto di vista il disco lunare in più di una delle totali eclissi.

Vengo finalmente all'ultima istanza: *Denique, nec illud omittam data positione etc.* Continuando il¹³⁵⁴ Sig. Filosofo in volere in ogni maniera scuoprire l'impossibilità della mia opinione, s'ingegna di dimostrare come il riflesso della faccia terrestre in nessuna maniera può arrivare alla Luna; e per ciò dimostrare, introduce molte proposizioni da non esser da me così di leggiero cedute. E cominciando da questo capo, certo mirabil

¹³⁵³ *visibile tuttavia, V; visibile, mercè del suo proprio lume nativo: tuttavia, V'.*

¹³⁵⁴ *l'acutissimo, V; il, V'*

cosa è che i caldissimi e lucidissimi raggi solari, riflessi dalla Terra, e più incontrandosi ed unendosi con i primarii incidenti, come l'istesso Sig. Liceti¹³⁵⁵ afferma, non siano potenti a valicare la grossezza della media regione dell'aria ad essa¹³⁵⁶ vicinissima, ammortiti dalla frigidità di quella, la qual grossezza non arriva alla lunghezza di un miglio; e che poi i riflessi dalla Luna, distante dalla medesima media regione fredda assai più di cento mila miglia, ed anco soli e non accompagnati da i diretti raggi solari, siano¹³⁵⁷ potenti a mantenersi così lucidi e caldi, che trapassando per quella abbiano forza di riscaldare l'aria contigua alla Terra ed al mare, per il qual calore le¹³⁵⁸ conchiglie testate, fomentate dal caldo

¹³⁵⁵ *Filosofo*, V; *Liceti*, V'.

¹³⁵⁶ *ad essi*, V, s.

¹³⁵⁷ *miglia siano*, V; *miglia, ed anco ... solari, siano*, V'.

¹³⁵⁸ *calore i granchi, i gamberi e le*, V; *calore le*, V'

dell'ambiente, possano più pienamente nutrirsi ed ingrassarsi. Ma che dallo ingrassamento di questi animali si possa argumentare augumento di calore nell'ambiente che li circonda, parmi, se io non erro, che con altrettanta o più ragione se ne potrebbe inferire accrescimento di freddezza, mentre che generalmente si scorge in tutti¹³⁵⁹ gli altri animali far miglior digestione, e più copiosamente cibarsi ed ingrassarsi, nell'arie freddissime che nelle tiepide o calde: per lo che si può inferire, la grand'illuminazione della Luna nel plenilunio accrescere appresso di noi più tosto la frigidità che il calore, e tanto più, che è tritissima e popolare osservazione, ne i tempi che l'acque si congelano farsi i¹³⁶⁰ ghiacci notabilmente maggiori nelle notti del plenilunio, che quando il lume della Luna è diminuito¹³⁶¹. Ma

¹³⁵⁹ *scorge, tutti, V.*

¹³⁶⁰ *farsi i, V; farsi, V'.*

¹³⁶¹ *diminuito, V; diminuto, V'.*

ben so io che quello augumento di calore interno dell'animale, che il¹³⁶² Sig. Liceti riconosce dall'accoppiamento del calore esterno dell'ambiente, qualche altro filosofo non meno confidentemente lo attribuirebbe al maggior freddo dell'ambiente, il quale per antiperistasi facesse concentrare il nativo calore interno.

→ Nè devo qui tacere un'altra meraviglia non minore, che pure in questa maniera di filosofare si esercita; ed è che talvolta si assegnano per produrre il medesimo effetto cause tra loro diametralmente contrarie, nè meno in altre occasioni si pone la medesima causa produrre effetti contrarii. Quanto al primo caso, ecco dell'istessa più forte digestione addursi per causa da alcuni il caldo dell'ambiente, e da altri il freddo. Quanto all'altro caso, il Sig. Liceti afferma qui, il medesimo lume di Luna esser caldo, il quale in altro luogo asserì esser freddo, come si legge nelle seguenti parole poste nel libro *De novis astris et cometis*, alla faccia 127, versi 7:

¹³⁶² *il dottissimo*, V; *il*, V'.

*Quin et lumen lunare nullo calore pollere, sed frigiditatem inv-
here, quilibet experitur.* Nè forse è minor la contrarietà che
il medesimo Signore pone nel mezo ombroso, o vo-
gliamo dire nel cono dell'ombra terrestre; il quale egli
non nega che talvolta molto più splendidi ci mostri li
oggetti luminosi, mentre il lume loro deve trapassare
per esso; ed altra volta pronunzia, il medesimo cono,
mescolandosi con quel tenue lume della Luna prodotto
dal suo etere ambiente e congiunto col suo nativo, l'of-
fusca e rende men chiaro. ← E qui si scorge la sicu-
rezza del puro fisico argumentare, poichè egualmente
si adatta a render ragione di uno effetto tanto per una
causa naturale, quanto per la contraria. Oltre a ciò, non
veggo con qual confidenza possino gli accuratissimi Si-
gnori filosofi fare il cielo e i corpi celesti soggetti a qua-
lità ed accidenti di caldo e di freddo¹³⁶³, mentre gli pre-
dicano per impassibili, inalterabili ed esenti da queste
qualità elementari; sì che, partendosi i raggi dal corpo

¹³⁶³ *freddo etc.*, V.

lunare, che pure è celeste, possano esser caldi, e tali mantenersi nel trapassare quella parte del cielo della Luna che termina sopra la sfera elementare, e quindi ancora scorrere per il fuoco e per tutta la più alta regione dell'aria, e passare ancora di più la media freddissima¹³⁶⁴, conservandosi sempre caldi: e che poi, all'incontro, il riflesso della Terra, la quale pur troppo sensatamente sentiamo riscaldarsi e quasi direi infiammarsi nel più ardente sole dell'estate, non esser bastante a trapassare la a sè vicinissima media regione, la cui sublimità, come ho detto, non arriva a un miglio di spazio, sì come il breve intervallo di tempo che tra il lampo del baleno ed il romor del tuono intercede, sicuramente ci insegna: oltre che, se si deve prestar fede a gli istorici, nè le piogge, nè le nevi, nè le grandini, nè i lampi, nè i tuoni, nè i fulmini, si fanno in maggior lontananza, mentre si dice, constare per la esperienza, esser monti

¹³⁶⁴ *la freddissima, s*

tanto eminenti, che la loro più eccelsa parte non è giammai offesa da i nominati insulti; e bene molto alto conviene che sia quel monte la cui perpendicolare altezza sia più di un miglio. Lascio stare che frequentemente si vede che dalla eminenza delle nostre più alte montagne si scorgono¹³⁶⁵ le pianure suggette, ed anco le minori colline, ricoperte da nuvole, sì che tal vista sembra quasi un mare nel quale in qua ed in là si scorgano surgere, quasi scogli, vertici di altri mediocri monticelli; ed in questa costituzione di nuvole cade tal volta la pioggia nelle pianure più basse.

Parmi, oltre di questo, di raccorre dal discorso del mio¹³⁶⁶ oppositore, che egli voglia mandar di pari lo scaldare e l'illuminare, sì che dove non arrivi il calore del corpo caldo e lucido, non vi deva anco arrivare l'illuminazione, e che però, non sendo possente il caldo, che noi proviamo grandissimo nella Terra illuminata e

¹³⁶⁵ *scuoprono*, V.

¹³⁶⁶ *prudentissimo*, V; *miol*, V'.

riscaldata dal Sole, a varcare la fredda¹³⁶⁷ regione vaporena dell'aria, nè meno ciò possa fare il lume dalla medesima Terra riflesso. Tuttavia, se noi vorremo prestar fede al senso ed alla esperienza, troveremo che il lume di una grandissima fiamma di quantità grande di paglia o di sterpi che sopra una montagna abbruci¹³⁶⁸, si distenderà ed arriverà a noi costituiti in molto maggior lontananza di quella nella quale il caldo di essa fiamma ci si facesse sentire. Ma che accade che, per assicurarci del poter esser la strada del caldo differente da quella del lume, ricorriamo a fiamme poste sopra montagne, o ad altre esperienze più incommode a farsi? Accosti chi si voglia il dito così per fianco alla fiammella di una candela accesa; certo non sentirà offendersi dal caldo, sinchè per un brevissimo spazio non se gli accosta e che poco meno che non la tocchi: ma, per l'opposito, esponga la mano sopra la medesima fiammella; sentirà

¹³⁶⁷ *freddissima*, V; *fredda*, V'.

¹³⁶⁸ *abbrucci*, s.

l'offesa del caldo in¹³⁶⁹ distanza ben cento¹³⁷⁰ volte maggiore di quell'altra per fianco: tuttavia l'illuminazione che dalla medesima fiammella deriva, per tutti i versi si diffonde, cioè in su, in giù, lateralmente, ed in somma per tutto, ed in lontananza più di cento mila volte maggiore, sfericamente¹³⁷¹ si distende.

→ Parmi per tanto di poter sicuramente dire che lo scaldare e l'illuminare¹³⁷² non vadano del tutto con pari passo: ma ben credo di poter con sicurezza affermare, che l'illuminare ed il muover la vista¹³⁷³ vadano talmente

¹³⁶⁹ *per, V; in, V'*

¹³⁷⁰ *mille, V; cento, V'*

¹³⁷¹ *in gran lontananza, sfericamente, V; in lontananza più... sfericamente, V'.*

¹³⁷² *che l'illuminare e lo scaldare, VV.*

¹³⁷³ *che l'illuminare ed il muover il senso della vista, s* - La lezione che noi abbiamo restituito nelle lin. 21-23 è in una prima bozza di mano del VIVIANI, quale si legge alla carta 132^at. del ms.: la

congiunti, che dovunque arrivi il lume, di quivi si renda il corpo luminoso visibile; di maniera che il muovere il senso della vista, altro non sia che l'illuminare la pupilla dell'occhio, alla quale quando non pervenisse il lume, l'oggetto lontano, benchè luminoso, veder non si potrebbe. Quando dunque, conforme a quello che scrive il Sig. Liceti, il riflesso del lume terrestre, come quello che, per suo detto, va di pari col calore, non si estendesse oltre alla media regione dell'aria, resterebbe in conseguenza la Terra invisibile dall'occhio posto oltre alla detta media regione, come che quivi non arrivasse il lume, che solo è potente a fare il corpo luminoso visibile; ed in oltre, parte alcuna della Terra non verrebbe

lezione difettiva ed erronea della stampa procurata dal LICETI (e dietro a questa, della volgata) si legge nella trascrizione al pulito che fece il VIVIANI stesso nella carta 132^b*r*. Questa carta, da lui sovrapposta all'altra, è stata ora per la prima volta, sdoppiandole, distaccata, e così fu rimessa alla luce la carta 132^a*t*.

da noi veduta¹³⁷⁴ la quale più di un miglio o due ci fusse remota, chè oltre a tale altezza non si estende la grossezza della media regione dell'aria. Ma io difficilmente potrei accomodar l'intelletto al prestar assenso a una tal proposizione, e massime mentre che il senso mi rende visibili pur piccole¹³⁷⁵ parti della Terra illuminata in lontananza di¹³⁷⁶ più di cento miglia, avvenga che da un luogo molto alto si scorgeranno altre montagne ed isole non meno di cento miglia lontane; e la Corsica e talora la Sardigna ben si veggono da i colli intorno a Pisa, e più distintamente ancora dalli scogli eminentissimi di Pietrapana; e da i monti della Romagna ben si scorrono, oltre¹³⁷⁷ al sino Adriatico, quelli della Dalmazia.

¹³⁷⁴ *Terra da noi non verrebbe veduta*, VV.

¹³⁷⁵ *visibile anco piccole*, VV.

¹³⁷⁶ *in distanza di*, VV.

¹³⁷⁷ *si veggono, oltre*, VV.

E sì come noi qui di Terra vegghiamo la Luna luminosa, così tengo per¹³⁷⁸ molto sicuro che dalla Luna e grandissima e luminosissima si scorgerebbe la Terra, in quella parte da i raggi solari illustrata¹³⁷⁹, ed in conseguenza che la medesima Luna da essa Terra verrebbe illuminata. ←

Ma passo ad una proposizione forse molto a proposito per il mantenimento della mia opinione, e per la quale nel medesimo tempo si scorga, non piccola esser la differenza tra l'illuminazione ed il riscaldamento de i raggi solari. E prima, l'illuminazione si fa in un istante¹³⁸⁰; ma il riscaldare non così, ma ci vuol tempo, e non breve: e parimente, all'incontro, si toglie via l'illuminazione in un istante; ma non si estingue il concepito caldo se non con tempo. Non molta si ricerca che

¹³⁷⁸ *tengo io per*, VV.

¹³⁷⁹ *parte che da i raggi solari è illustrata*, VV.

¹³⁸⁰ *in istanti*, VV.

sia la densità della materia per potere essere egualmente illuminata come qual si voglia densissima; onde veggiamo bene spesso tenui nugole non meno vivamente illuminate da i raggi solari, che se fussero vastissime montagne di solidi marmi; e bene possiamo noi chiamar piccola la densità di tali nugole in rispetto a quella di una montagna di marmi, ancorchè¹³⁸¹ la medesima densità sia molto grande¹³⁸² in comparazione di quella dell'aria vaporosa, mentre che la medesima nugola, se fusse¹³⁸³ interposta tra il Sole e noi, ci torrebbe la vista di esso, cosa che non la fa l'aria vaporosa. Ma, all'incontro, quanto al concepire il caldo, massima si trova la differenza tra le materie di diversa densità; chè molto più si scaldano i densi metalli e le pietre, che il men denso legno o altre materie più rare. L'illuminazione, oltre al

¹³⁸¹ *tali nuvole in comparazione di una montagna di marmo, ancorchè, VV.*

¹³⁸² *sia grande, VV.*

¹³⁸³ *nugola si fusse, s.*

farsi in instanti, si estende per intervallo dirò quasi che infinito, chè ben tale si può chiamare quello delle innumerabili piccolissime stelle fisse, le quali, essendo dalla vista nostra libera impercettibili, pur visibili si rendono con l'aiuto del telescopio; argomento necessario¹³⁸⁴ che l'illuminazione di quelle sino a Terra si conduce, chè se ciò non fusse vero, tutti¹³⁸⁵ i cristalli del mondo visibili non le renderebbono: non so poi se il caldo loro in altrettanta lontananza così sensibile possa rendersi. Non piccola dunque è la differenza tra l'illuminare e lo scaldare; tuttavia amendue¹³⁸⁶ tali impressioni non si vede che possano essere ricevute se non in materie, come si è detto, che ritengano¹³⁸⁷ qualche densità: chè le tenuissime, rarissime e diafanissime, quali si tiene che siano

¹³⁸⁴ *argomento ben necessario*, VV.

¹³⁸⁵ *che quando ciò non fusse, tutti*, VV.

¹³⁸⁶ *amendui*, s.

¹³⁸⁷ *tengano*, s.

l'aria pura e l'etere purissimo, veramente nè si illuminano nè si riscaldano, effetto che anco dalla esperienza ci può esser dimostrato¹³⁸⁸, ancorchè far nulla possiamo nè nel¹³⁸⁹ purissimo etere nè nell'aria schietta e sincera, avvengachè nella mista e turbata da i vapori continuamente ci ritroviamo. Tuttavia in questa ancora gli effetti dello illuminarsi e scaldarsi non si veggono esser se non debolissimi, come chiaramente ci mostrano i raggi solari dal sopradetto grande specchio concavo ripercossi, i quali nè illuminano nè scaldano l'aria compresa dal cono, come¹³⁹⁰ di sopra si è dichiarato. Che poi nè l'aria¹³⁹¹ pura nè il purissimo etere si illuminino, ce lo mostrano le profonde notti: imperochè, non restando di

¹³⁸⁸ *ci viene dimostrato, VV*

¹³⁸⁹ *possiamo nel, s.*

¹³⁹⁰ *l'aria avanti compresa dal cono luminoso, come, VV.*

¹³⁹¹ *poi l'aria, s.*

tutto l'elemento dell'aria altro non tocco dal Sole che la piccola parte compresa dentro al cono dell'ombra della Terra, e talvolta qualche altra minor particella ingombra dalle ultime parti del cono dell'ombra lunare, sicuramente quando tutto il restante fusse illuminato, averemmo un¹³⁹² perpetuo crepuscolo, e non mai profonde tenebre.

Concludo per tanto, che non si imprimendo il caldo, mercè de' raggi solari, se non in materie solide, dense ed opache, o che almeno partecipino tanto di densità che non diano il transito totalmente libero ai medesimi raggi solari, il caldo¹³⁹³ che noi proviamo è quello che la Terra e gli altri corpi solidi riscaldati ci somministrano; il qual calore può esser che non si elevi tanto sopra la Terra, che possa tor via la freddezza di quella regione vaporosa nella quale si generano le piogge, le

¹³⁹² *averemmo noi un*, VV.

¹³⁹³ *transito a i medesimi raggi totalmente libero, il caldo*, V.

nevi e le altre meteorologiche impressioni. Può dunque il calore del riflesso de' raggi solari nella Terra non transcendere la media regione vaporosa e fredda, ma ben l'illuminazione trapassar questa ed arrivare sino alla Luna, e per distanza anco molte e molte volte maggiore.

Oltre¹³⁹⁴ che, se io devo liberamente confessare la mia poca scienza fisica, dirò di non sapere nè intender punto come tali impressioni si faccino; e quando io mi restringo in me medesimo per vedere se io potessi penetrarne alcuna, mi ritrovo¹³⁹⁵ in una immensa oscurità e confusione. Io non ho mai inteso, nè credo di esser per intendere, in qual maniera, doppo essere stati mesi e mesi senza pur vedersi una nuvola, possa improvvisamente in brevissimo tempo spargersene sopra un gran

¹³⁹⁴ *impressioni. Oltre, V; impressioni. Può dunque... non transcendere la regione vaporosa e fredda, ma bene l'illuminazione... maggiore. Oltre, V'.*

¹³⁹⁵ *trovo, V*

tratto di terra, e quindi precipitosamente cadervi milioni di barili di acqua; ed altra volta comparire altre simili nugole¹³⁹⁶, e poco dopo dissolversi, senza diffondere una minima stilla. Che io intenda per fisica scienza come tra le tenui e molli nuvole si produchino suoni e strepiti così¹³⁹⁷ immensi quanto sono i tuoni, mentre che il filosofo vuol che io creda, alla produzion del suono esser necessario la collisione de'¹³⁹⁸ corpi solidi e duri, *absit* che io ne possa restar capace. Ma per non entrare in un pelago infinito di problemi a me insolubili, voglio far qui fine, senza però tacere la veramente ingegnosa comparazione¹³⁹⁹ che lo eruditissimo Sig. Liceti, dirò, con leggiadro scherzo poetico, pone tra la

¹³⁹⁶ *nuvole*, V.

¹³⁹⁷ *tanto*, V.

¹³⁹⁸ *di*, V.

¹³⁹⁹ *analogia*, V.

Luna e la pietra lucifera di Bologna; cioè che essa Luna, immergendosi nell'ombra della Terra, conservi per qualche tempo la tenue luce imbevuta o dal Sole o dall'etere suo ambiente, la qual luce svanisca dopo qualche dimora nell'ombra. Io veramente ammetterei questo pensiero, se non mi conturbasse la diversa maniera che tengono nel recuperare la luce smarrita e la Luna e la pietra: imperochè la Luna nello allontanarsi dal mezo

del cono dell'ombra comincia a recuperare quello smarrito lume molto prima¹⁴⁰⁰ che ella scappi fuori¹⁴⁰¹ dell'ombra e torni a godere di quel maggior lume dal quale ella fu ingravidata; effetto che non così accade nella pietra, alla quale per concepire il lume non basta l'avvicinarsi a quel maggior lume che ha da illustrarla,

¹⁴⁰⁰ *recuperare quello smarrito lume molto prima, V; recuperare quello smarrito lume: atteso che la Luna lo recupera molto prima, V', s* - La lezione che abbiamo restituito nelle lin. 1-3 si legge, per intero, nel cod. Gv. e, in parte, nell'edizione bolognese. Il VIVIANI, trascrivendo, come crediamo, da bozze anteriori, trascorse con l'occhio dal *recuperare* di lin. 1 a quello di lin. 3, omettendo le parole intermedie, e così nacque la lezione di V: accortosi poi dell'errore commesso, lo corresse, ma non felicemente, inserendo dopo *lume* le parole *atteso che la Luna lo recupera*, che sono aggiunte sul margine del ms. Questa lezione di V' passò nella stampa procurata dal LICETI, mentre il cod. Mar. trascrisse tal e quale la lezione di V, e il cod. G la corresse arbitrariamente, allontanandosi ancor più dalla vera lezione.

¹⁴⁰¹ *ella scampi fuori, s.*

ma le¹⁴⁰² bisogna per assai spazio di tempo soggiacergli, e così concepire la luce, da conservarsi poi per altro breve tempo nelle tenebre.

Circa quello che in ultimo soggiugne, del farsi l'ombra maggiori dal Sole basso che dall'alto¹⁴⁰³, non ho che dirci altro se non che mi pare che egli altra volta negasse cotale effetto, ma che pure, benchè falso, stimava di poterne render ragione non meno che se fusse vero, come egli con assai lunga ed accurata¹⁴⁰⁴ scrittura fece¹⁴⁰⁵. E qui parimente si scorge la gran fecondia delle fisiche dimostrazioni, delle quali non ne mancano per dimostrare tanto le conclusioni vere quanto le false. Ma nel presente caso, se le ragioni addotte son concludenti, è

¹⁴⁰² *gli*, V.

¹⁴⁰³ *dallo alto*, s.

¹⁴⁰⁴ *e dottissima*, V; *ed accurata*, V'

¹⁴⁰⁵ *accurata dottrina fece*, s.

necessario che la conclusione sia vera: e se è vera, perchè negarla o metterla in dubbio? e se le ragioni prodotte non son concludenti, perchè produrle?

So, Serenissimo Principe, che troppo averò tediata l'A. V. con¹⁴⁰⁶ questo mio lungo discorso; ma il suo benigno invito, e la necessità che avevo di sincerarmi appresso il mondo e purgarmi dalle imputazioni attribuitemi da questo famoso Filosofo, mi hanno porto libertà di fare quello che ho fatto. E se bene il Sig. Liceti, pubblicando con le stampe, ha contro di me parlato con tutto il mondo, voglio che a me basti il portar le mie difese nel cospetto solo dell'A. V. S., il cui assenso agguaglio a quello di tutto il mondo; benchè io non possa negare che riceverei anche per mia gran ventura se le fussero sentite o lette da¹⁴⁰⁷ i filosofi e litterati di cotesta

¹⁴⁰⁶ *l'A. V. S. con, V.*

¹⁴⁰⁷ *e tanto più se, per mia ventura, potessero queste mie difese esser sentite da, V; benchè..... se elle fussero sentite o lette da, V'.*

fioritissima Accademia, da i quali spererei aver¹⁴⁰⁸ assenso ed applauso alle mie giustificazioni, poichè esse non procedono contro alla peripatetica filosofia, ma contro ad alcuno di quelli i quali la filosofia e la aristotelica autorità oltre a i limitati termini vogliono estenderla, e con essa farsi scudo contro alle opposizioni di qualsivoglia altro che pur razionabilmente discorra. Del guadagnarmi poi l'assenso di tutti i filosofi di cotesta Accademia, gran caparra me ne porge l'¹⁴⁰⁹Eccellentissimo Sig. Alessandro Marsilii, della¹⁴¹⁰ cui graziosissima conversazione ho, non molti anni sono, goduto per cin-

¹⁴⁰⁸ *di avere*, V.

¹⁴⁰⁹ *le quali non contro alla peripatetica filosofia procedono, ma contro a chi la peripatetica filosofia ha sinistramente adoperata. E di questo che io dico, ho io larga e securissima caparra dall', V; poichè esse di cotesta fioritissima Accademia gran caparra me ne porge l', V'.*

¹⁴¹⁰ *Sig. N., della, s*

que mesi continui che mi trovai in Siena in casa l'Illustrissimo e Reverendissimo Monsig. Arcivescovo Piccolomini, dove¹⁴¹¹ giornalmente avemmo discorsi filosofici. Questo Signore in particolare nomino io all'A. V. S. per la lunga pratica che ho avuta con sua Signoria Eccellentissima; e come da questo mi prometto l'assenso, così me lo prometto da ogn'altro che con occhio sincero vorrà riguardare le imputazioni¹⁴¹² fattemi e le mie difese. E qui, umilmente inchinandomeli, le¹⁴¹³ bacio la veste, e le¹⁴¹⁴ prego da Dio il colmo di ogni felicità.

Di Arcetri, l'ultimo di Marzo 1640.

¹⁴¹¹ *continui etc., dove, s.*

¹⁴¹² *impugnazioni, V.*

¹⁴¹³ *li, V.*

¹⁴¹⁴ *gli, V; le, V'.*

Dell'Altezza Vostra Serenissima

Umilissimo¹⁴¹⁵ e Devotissimo Servitore.

GALILEO GALILEI.

¹⁴¹⁵ *Obbligassimo*, V.

Serenissimo Principe, mio Signore e Padrone Colendissimo,

Tardi, Serenissimo Principe, pongo io in esecuzione¹⁴¹⁷ il comandamento fattomi più giorni sono dall'A. V. S. intorno al dover io maturamente considerare il valore dell'opposizioni fatte dall'Eccellentissimo Sig. Fortunio Liceti a quella mia opinione, gran tempo¹⁴¹⁸ fa da me pubblicata, in proposito della tenue luce, che nel disco lunare si scorge, mentre che ella non

¹⁴¹⁶ Qui di seguito riproduciamo il testo della prima stesura, che nell'edizione cartacea di riferimento è pubblicata insieme alla seconda, in pagine divise a metà, nella parte inferiore (vedi l'Avvertimento che precede i testi). [Nota per l'edizione elettronica Manuzio]

¹⁴¹⁷ *pongo in esecuzione*, b.

¹⁴¹⁸ *opinione, già tempo*, b.

è molto lontana dalla sua congiunzione col Sole; della quale apparente luce io referivo¹⁴¹⁹ la causa al riflesso de' raggi solari nella superficie del globo terrestre. Ho fatta¹⁴²⁰ la da lei impostami considerazione, e del darne io conto all'A. V. S. così tardamente¹⁴²¹, prego che sia servita d'accettar la mia scusa, condonando tutto l'indugio¹⁴²² alla mia miserabil perdita della vista, per il cui mancamento mi è forza ricorrere all'aiuto delli occhi e della penna di altri¹⁴²³, dalla quale necessità ne seguita¹⁴²⁴ un gran dispendio di tempo, e massime aggiuntovi l'altro mio difetto, d'aver, per la grave età, diminuita

¹⁴¹⁹ *io referisco*, Mar.; *io riferisco*, b.

¹⁴²⁰ *Ho fatto*, G, b.

¹⁴²¹ *sì tardamente*, Gv.

¹⁴²² *condonando l'indugio*, Gv.

¹⁴²³ *penna d'altrui*, b.

¹⁴²⁴ *ne segue*, G.

la maggior parte della memoria, sì che nel far deporre¹⁴²⁵ in carta i miei concetti, molte e molte volte¹⁴²⁶ mi bisogna far rileggere i periodi scritti avanti, per poter soggiungerli gli altri¹⁴²⁷ seguenti, e schivar di non ripetere più volte le cose¹⁴²⁸ già dette. E creda l'A. V. S. a me, che dall'esperienza ne sono bene addottrinato, che dallo scrivere servendosi delli occhi e della mano proprii, al¹⁴²⁹ dover usare quelli d'un¹⁴³⁰ altro, vi è quella differenza che altri nel gioco delli scacchi troverebbe

¹⁴²⁵ *far porre* G.

¹⁴²⁶ *molte volte e molte*, G.

¹⁴²⁷ *soggiungere gli altri*, G.

¹⁴²⁸ *repetere le cose*, G.

¹⁴²⁹ *mano propria, al*, G, b.

¹⁴³⁰ *usar quella d'un*, b.

tra il giocare colli occhi aperti ed il giocare con gli occhi bendati¹⁴³¹ o chiusi¹⁴³². Imperochè in questa seconda maniera, dalle tre o quattro gite d'alcuni pezzi in poi, è impossibile tenere a memoria delle mosse¹⁴³³ d'altri più; nè può bastare il farsi replicare più volte il posto de' pezzi con pensiero di poter¹⁴³⁴ produrre il gioco sino all'ultimo scacco, perchè credo si tratti dell'impossibile. Supposto dunque che l'A. V. per sua benignità sia per ammettere la necessaria scusa della mia tardanza, verrò a schiettamente e sinceramente esporle quello¹⁴³⁵ che mi è passato per la mente, per diminuire la forza

¹⁴³¹ *aperti e co' i bendati*, G.

¹⁴³² *bendati e chiusi*, Gv.

¹⁴³³ *a memoria le mosse*, Gv.

¹⁴³⁴ *pezzi, a poter*, b

¹⁴³⁵ *verrò schiettamente e sinceramente ad esporli quello*, G.

dell'impugnazioni di un tanto¹⁴³⁶ campione, qual è l'eminente filosofo Liceti.

E per non lasciar alcuna cosa in dietro, farò la prima considerazione sopra il titolo che ei prepone¹⁴³⁷ al capitolo 50 del suo libro *De lapide Bononiensi*, dove ei tratta la materia tra esso e me controversa. Scrive egli dunque: *De Lunae subobscura luce etc.* E perchè ei dà titolo di digressione a quel che vuol soggiungere, assai apertamente vien a confessare di non aver avuto necessità di trattare cotal materia¹⁴³⁸, la verità o falsità¹⁴³⁹ della quale nè pregiudizio nè utile poteva recare¹⁴⁴⁰ al principale

¹⁴³⁶ *la forza d'un tanto*, G.

¹⁴³⁷ *che ei propone*, G; *ch'ei pone*, b.

¹⁴³⁸ *trattare simil materia*, G.

¹⁴³⁹ *verità e falsità*. b

¹⁴⁴⁰ *poteva arrecare*, Mar., G.

scopo ed argomento che ei tratta¹⁴⁴¹ nel suo libro; onde ne viene in conseguenza che ei mosso¹⁴⁴² solamente, dirò, da certo prorito di contraddire¹⁴⁴³, si sia indotto a intraprendere cotale impresa. Dichiarasi appresso di volere comparire come fisico e matematico, cioè di voler proceder con dimostrazioni tolte non solo dalla natural filosofia, ma dalla matematica ancora: e qui non so perchè ei taccia la logica, la quale, riguardando alla forma del silogizzare, ne insegna a dedurre da vere premesse indubitata necessità della conclusione. Sarò pertanto, per mio schermo, in obbligo di esaminare il valore delle fisiche dimostrazioni, delle matematiche osservazioni, e delle logicali induzioni.

E venendo ad esaminare il primo argomento col

¹⁴⁴¹ Con le parole *ei tratta* comincia il manoscritto di pugno del VIVIANI.

¹⁴⁴² *che e' mosso*, V'.

¹⁴⁴³ *contradire*, V'.

quale l'acutissimo Sig. Filosofo cerca di impugnare la mia opinione e stabilire la sua, potrà l'A. V. S. sentire quanto egli scrive dal principio di questo capitolo sino a *Dein vero, cum in plenilunio Terra perfundatur a Luna, etc.* Or, mentre io vo considerando questo primo discorso, primieramente mi pare, posto che ei sia concludente, di potere, senza punto partirmi dalle pedate dell'Autore, costruirne uno similissimo, il quale dimostri falsa una opinione che senza verun dubbio ei reputa, insieme con tutti gli uomini, verissima. Imperò che ned egli nè altri metterà dubbio o negherà che quel lume notturno che si scorge in Terra, e che vulgarmente si chiama lume di Luna, proceda dal riflesso de' raggi solari nel corpo di essa Luna: tuttavia, essendo che tal lume di Luna in Terra grandemente si muta nel crescersi e diminuirsi, nè può (come il medesimo Autore con gran ragione afferma) d'altr'onde derivare la causa di tale augmento e diminuzione che di là donde l'istessa illuminazione deriva, causa di tal mutazione non potrà esser la Luna, poi che la sua lontananza dalla Terra nè si fa

maggiore nè minore, dalla quale maggioranza e minoranza riconosce l'Autore l'incremento e decremento della illuminazione; e non si potendo di tal variazione di lume ripor la causa nella Luna, nè essa¹⁴⁴⁴ Luna potrà esser quella che la Terra illustri nelle notturne tenebre. Ma se pure noi vorremo assegnar cotale illuminazione alla Luna, converrà che dello accrescimento e diminuzione di lume si assegni altra cagione che l'avvicinarsi o allontanarsi la Luna dalla Terra: e certamente, benchè sia vero che l'avvicinare o allontanare il corpo tenebroso dal risplendente, che illuminare lo deve, faccia maggiore e minore la illuminazione, tutta via non doviamo fermarci su questa posizione, quasi che, altra non ne sia in natura, mentre pure ce n'è un'altra almeno, che è il servirsi di lume or più¹⁴⁴⁵ grande ed or più piccolo, mentre veggiamo¹⁴⁴⁶ una gran torcia accesa

¹⁴⁴⁴ *Luna, adunque nè anco essa, V.*

¹⁴⁴⁵ *ed ora più, V.*

¹⁴⁴⁶ *piccolo, essendochè veggiamo, V'*

assai più gagliardamente illuminare un corpo tenebroso che una piccola candeletta, posta nella medesima distanza. E questa sì gran differenza di illuminare si assesta tanto puntualmente nel proposito di che si tratta, che resto con qualche ammirazione che il Sig. Liceti, tanto perspicace ed accorto nel penetrare i più reconditi secreti di natura, abbia trapassato questo sotto silenzio.

Del corpo lunare sempre ne è la metà della superficie tocca da i raggi del Sole, trattone quelle poche ore delli eclissi, e l'altra metà resta oscura: della medesima superficie lunare sempre ne è una metà esposta a gli occhi nostri ed alla Terra. Il disco lunare illuminato dal Sole è potente a ripercuotere i raggi di quello, e con tal lume ripercosso illuminare ogni corpo tenebroso che egli incontri: il che accade alla Terra ed a noi, mentre, trovandoci tra la Luna e il Sole, veggiamo l'emisferio di quella tutto pieno di luce, dalla quale venghiamo favoriti ed illuminati; all'incontro, posta la Luna tra il Sole e la Terra, nulla veggiamo dell'emisferio lunare illustrato dal

Sole, perchè ci è averso, e solo risguarda verso di noi l'altro emisferio lunare, non tocco dallo splendore del Sole. Comincia la Luna a separarsi ed allontanarsi dalla congiunzione col Sole, della illuminazione del quale comincia¹⁴⁴⁷ insieme a parteciparne una sottile striscia dell'emisferio oscuro, che verso noi riguarda; e questa piccola particella è quella sottilissima falce che si comincia a vedere il secondo o il terzo giorno dopo la congiunzione, dallo splendor della quale, per essere una sottile e piccola fiaccola, poco o niente riceve di lume la Terra. Continuando la separazione ed allontanamento della Luna dal Sole, si ingrossano le lucide corna, e cresciuta la torcia, comincia a farsi sensibile la illuminazione di quella sopra la Terra. Seguita l'allontanamento e l'ingrossamento, talmente che nell'aspetto quadrato già dell'emisferio lunare esposto a gli occhi nostri ne è la metà illuminato; onde veggiamo un mezzo cerchio risplendente e, come molto accresciuto

¹⁴⁴⁷ *Sole, e della illuminazione di esso comincia, V'.*

sopra le corna, con molto maggior luce illuminante la Terra. Seguita dopo il quadrato l'aspetto trino, e già dall'emisferio lunare, più che la metà illuminato, è la illuminazione¹⁴⁴⁸ grandemente in Terra accresciuta; sin che finalmente nella totale elongazione, cioè nell'opposizione, l'intero cerchio ed emisferio volto verso noi compare¹⁴⁴⁹ tutto lucido, e la torcia, fatta grandissima, gran lume diffonde sopra la superficie della Terra. Ora, se questo discorso, che tanto chiaramente rende la ragione del crescersi e calarsi il lume di Luna in Terra, si trovasse adattarsi a capello a quel crescimento e decremento del lume tenue e secondario che si scorge nel disco lunare, e che, per brevità, con una sola parola ne' seguenti discorsi chiameremo *candore*, certo che non dovrebbe alcuno ritirarsi dal concederlo, come a sua

¹⁴⁴⁸ *già dell'emisferio lunare più che la metà illuminato è la illuminazione, V; già dall'emisferio lunare e più che la metà illuminato è la illuminazione, V.*

¹⁴⁴⁹ *comparisce, V'.*

causa primaria, al riflesso del lume solare nella terrestre superficie: ma egli veramente se gli accomoda *ad unguem*. Già è manifesto, che posta la Luna in qualsivoglia sito, ha perpetuamente opposto or questo ed or quello emisferio del globo terrestre; nè meno è chiara cosa, che rigirandosi il Sole intorno alla Terra, egli ne illumina or questo ed or quello emisferio, lasciandone l'altro tenebroso: ed essendo che la Luna ancora si va rivolgendo intorno alla Terra, accade che ella tal ora si trova tra la Terra e il Sole, nel qual tempo l'emisferio terrestre illustrato dal Sole è esposto alla vista della Luna; onde quando il suo riflesso abbia potere di illuminare, certo farà¹⁴⁵⁰ egli ciò nell'emisferio lunare oppostogli, che è la parte della Luna tenebrosa per non esser tocca da i raggi solari. Produrrassi dunque nel disco lunare quello che chiamiamo candore, il quale resterà del tutto estinto quando la Luna sarà all'opposizione del Sole; perchè al-

¹⁴⁵⁰ *illuminare, certamente farà, V'.*

lora, della Terra intermedia tra essa Luna e il Sole, l'emisferio tenebroso è quello che riguarda verso la Luna, sì che ella niente scopre dell'emisferio terrestre illuminato dal Sole. Partesi la Luna dall'opposizione, e venendo verso il Sole, perde parte dell'emisferio tenebroso della Terra ed acquista la veduta di una particella dello illuminato, la qual particella in figura di sottil falce si rappresenta ad essa Luna; e procedendo ella verso la quadratura, andrà di giorno in giorno scoprendo più e più dell'emisferio terrestre luminoso, per lo che le apparenti corna del lume terrestre si anderanno ingrossando, sin che, giunta la Luna al quadrato, scoprirà dell'emisferio della¹⁴⁵¹ Terra a sè opposto la metà lucida, cioè quella che guarda verso il Sole, e l'altra metà oscura, ed in questo stato il candor nella Luna sarà fatto assai sensibile, come prodotto dalla metà dell'emisferio terrestre luminoso; e finalmente, procedendo pur la

¹⁴⁵¹ *emisferio luminoso della, V; emisferio della, V'.*

Luna verso la congiunzione col Sole, più e più dell'emisferio terrestre luminoso andrà scoprendo, ed il suo candore crescendo. Contrariamente dunque si rispondono le reciproche illuminazioni de i due riflessi lunare e terrestre. Massimo è il candore della Luna nel tempo della sua congiunzione col Sole; ma nulla allora riceve la Terra dalla Luna, voltandosegli¹⁴⁵² l'emisferio tenebroso: nella opposizione, massimo è il candore in Terra, cioè il lume di Luna, la quale li¹⁴⁵³ oppone l'intero emisferio illuminato dal Sole: nel partirsi ed allontanarsi la Luna dalla congiunzione, scema in lei il candore, ma cresce il lume di Luna in Terra, e nel quadrato si trova essere altr'e tanto scemato il candore nella Luna, quanto accresciuto il lume di Luna in Terra; nel qual caso sono i reciprochi benefizii delle illuminazioni equilibrati, se non in quanto quello che la Luna riceve dalla Terra deve esser maggiore di quello che ella gli

¹⁴⁵² *voltandosele*, V'

¹⁴⁵³ *la quale le*, V'.

porge¹⁴⁵⁴, per esser la parte illuminante della Terra molto maggiore della illuminante della Luna. Ecco dunque trovato il modo e la ragione del crescerci e diminuirsi il candore nella Luna, senza bisogno di accostarsi o allontanarsi dalla Terra.

Questo discorso, come ben vede l'A. V. S., tanto placidamente e concludentemente cammina, che molto mi maraviglio del non esser caduto immediatamente nel pensiero dell'Eccellentissimo Sig. Liceti. Ma più dirò, che maggiore ammirazione prendo di certo mancanza logico, che mi par di scorgere nel suo modo di argumentare. Ristringo, per chiarezza, il suo argomento in poche parole. Egli dice: «Un effetto mutabile non può dipendere da causa immutabile: il¹⁴⁵⁵ candore della Luna è effetto mutabile; ma la lontananza della Terra dalla Luna è immutabile: adunque tal candore non può

¹⁴⁵⁴ *le porge*, V'.

¹⁴⁵⁵ *immutabile: ma il*, V'.

dependere dalla Terra». Ma, Eccellentissimo Sig. Filosofo, V. S. mi esce addosso con un quarto termine non toccato nelle premesse, il che viene stimato tra i più gravi errori in logica. Sono i tre primi termini: primo, *effetto mutabile*; secondo, *causa immutabile*; terzo, *lontananza immutabile tra la Terra e la Luna*: ella poi ci aggiugne il quarto, che è *la Terra*, e pargli di potere direttamente concludere, e dire: «Adunque non può esser la Terra causa del candore della Luna». Di grazia, ridrizzisi il silogismo in buona forma; il che sarà se noi l'ordineremo così: «Un effetto mutabile non può dependere da causa immutabile»; vero: «Il¹⁴⁵⁶ candore della Luna è effetto mutabile»; vero: «ma¹⁴⁵⁷ la lontananza della Terra dalla Luna è immutabile»; vero: adunque¹⁴⁵⁸, che ne viene in conseguenza? «la lontananza della Terra dalla Luna non

¹⁴⁵⁶ *immutabile*; concedo: «Il, V.

¹⁴⁵⁷ *mutabile*; concedo: «ma, V'.

¹⁴⁵⁸ *immutabile*; pure concedo: adunque, V'.

può esser causa del candor mutabile»; e questo è verissimo, e si concede, e l'argomento direttamente conclude: ma non conclude già contro di me, il quale non ho mai detto, che il candore dependa dalla lontananza della Terra dalla Luna, ma ben dal¹⁴⁵⁹ riflesso de' raggi solari nella faccia della Terra.

Resta dunque sin qui illeso il mio discorso, il quale referisce il candore della Luna alla Terra illuminata, e non alla lontananza della Terra dalla Luna. Concluderebbe l'argomento del Filosofo, quando la Terra fusse il medesimo che la lontananza tra essa e la Luna; il che non è, nè credo che il sottil Filosofo creda. Molto puntualmente si accomoda il riflesso della Terra a render ragione di ciò che appare nel candore della Luna; ma non così agiustatamente mi pare che ridur si possa cotale effetto all'etere ambiente la Luna, il quale, or più or meno illuminato dal Sole, accresca e scemi il nominato candore lunare, sì come assai ingegnosamente ha stimato l'Autore: ed a così credere mi muovo, perchè l'ambiente della Luna poco più vivamente può essere illuminato dal Sole nella minor lontananza da esso che in altra maggiore, dove che, all'incontro, l'augumento e diminuzione del

¹⁴⁵⁹ *Luna, ma sì bene dal, V'.*

candore è molto grande e notabile; ed essendo che di uno effetto mutabile è necessario altresì che la cagione sia mutabile, e che essendo la mutabilità nell'effetto molto grande, molto grande parimente debba essere la mutabilità nella causa, malagevolmente si potrà referire il candore all'illuminazione dell'etere ambiente. Ma bene molto acconciamente troveremo accomodargli il riflesso dell'emisferio terrestre.

Mostraci l'osservazione, il candor della Luna posta presso alla congiunzione col Sole esser notabilmente maggiore e più cospicuo di quello che si scorge nella sua quadratura. Di una sì notabil differenza molto bene ne può esser causa il riflesso della Terra, mentre che la Luna presso alla congiunzione riceve il lume da tutto l'emisferio luminoso terrestre: ma nella quadratura viene illuminata dalla¹⁴⁶⁰ metà del medesimo emisferio, sì che del candore può la metà perdersene. Ma per quello che appartiene alla maggiore o minor lontananza dell'etere ambiente dal Sole, nè anco per la trentesima

¹⁴⁶⁰ *illuminata solamente dalla, V'.*

parte può il medesimo candore farsi minore, non¹⁴⁶¹ essendo la lontananza della Luna, e in conseguenza del suo etere ambiente, fatta maggiore più della trentesima parte della lontananza dal Sole, posta ella nella¹⁴⁶² congiunzione. E veramente della insensibile o nulla diminuzione di lume che accader possa nella Luna mediante l'allontanarsi dal Sole, ce lo mostra il vedere il suo splendore niente meno vivace, posta lei all'opposizione del Sole, che nella quadratura o nel sestile: e quello che accade circa l'illuminazione del corpo lunare, è necessario che avvenga proporzionalmente nell'illuminazione dell'etere ambiente la Luna; ed in conseguenza il medesimo avverrebbe del candore, quando ei fusse effetto dell'etere ambiente.

concederò bene il tutto, se però l'intenzione dell'Au-

¹⁴⁶¹ *minore nella quadratura che nella congiunzione, non, V'.*

¹⁴⁶² *posta essa nella, V'.*

tore è stata quella che io conietttualmente posso immaginarmi; cioè che quando, per esempio, una parete fussi illuminata da una torcia, ovvero da uno specchio che sopra vi ripercuotesse i raggi del Sole, niuna, di queste due illuminazioni impedirebbe niente la massima e diretta illuminazione del sopravvenente primario lume del Sole; ma dico bene che le due prime illuminazioni, della torcia e dello specchio, niente opererebbero sopra la parete, nè augumenterebbero o diminuirebbero punto la

vivacissima illustrazione del Sole¹⁴⁶³. E così quel tenuissimo¹⁴⁶⁴ lume che dal candore della Luna può arrivare

¹⁴⁶³ Di fronte alle parole «nè augumenterebbero o diminuirebbero punto la vivacissima illustrazione del Sole» si legge nel margine del ms. autografo del VIVIANI la seguente nota, pur di sua mano: «l'esperieuzza mostra che il riflesso dello specchio accresce il lume primario». Vedi la lezione di V' delle lin. 23-26 di pag. 528. Le lin. 3-17 della pag. 528 e le lin. 1-17 della presente pagina sono scritte su di un cartellino, col quale il VIVIANI ricoperse un altro cartellino, su cui si legge la lezione di V' e che alla sua volta è sovrapposto alla carta, su cui sono scritte le lin. 19-26 della pag. 528 e le lin. 18-24 della pagina presente. Questa carta e il cartellino contenente la lezione di V' furono ora rimesse alla luce, distaccando il cartellino che contiene le citate lin. 2-17 della pag. 528 e 1-17 di questa pag. 529

¹⁴⁶⁴ *ma dico bene che delle due illuminazioni, della torcia e dello specchio, quella della torcia, come debolissima, niente rende più viva l'illuminazione del Sole; anzi si vede, la fiamma della torcia fare un poco di ombra sopra la parete illuminata dal Sole; quanto poi al riflesso di uno specchio, questo può in certo modo raddoppiare la prima [sopra prima, non cancellato, si legge sola] illuminazione del Sole, atteso che i raggi*

in Terra, senza verun dubbio niente progredirebbe all'immensa illuminazione del Sole, quando i suoi raggi potessero diffondersi per tutta la superficie terrestre; ma in quella parte la quale, per l'interposizione del corpo lunare, da i raggi solari non è ferita, sicuramente il solare lume non perviene, per lo che altro di lume non gli resta che quel piccolissimo che il candore della Luna gli sumministra.

Ma passo ad una proposizione forse molto approposito per il mantenimento della mia opinione circa il candore della Luna: e parmi¹⁴⁶⁵ di poter dir sicuramente che l'esser riscaldato ed illuminato sia de i corpi densi

reflessi in uno specchio, di poco cedono a i primarii del Sole, sì come l'esperienza mostra a chiunque rimira nello specchio la imagine del Sole, dalla quale non meno gli viene offesa la vista che nel rimirare direttamente il solare disco. E così quel tenuissimo, V'.

¹⁴⁶⁵ *opinione: e parmi, V'.*

ed opachi, e tanto più e più quanto più densi, ed in particolare quanto al riscaldarsi; ma che, all'incontro, i corpi tenuissimi e rarissimi, quali io stimo che siano l'aria pura e l'etere purissimo, credo che nè si illuminino nè si riscaldino, e questo ritraggo da osservazioni a tutte le ore fattibili. Le materie dense, come legne, pietre, metalli, terra, ed anco l'acqua istessa, da i raggi del Sole vengono molto riscaldate; e riscaldate che sono, per non breve tempo mantengono il calore, rimossi i raggi solari che lo introdussero; e sì come gli più densi maggiormente si riscaldano, così per più lungo tempo conservano il calore imbeuto: onde mi pare che noi potessimo inferire, che se qualche materia che ferita per lungo tempo dal Sole, rimosso il Sole, immediatamente si riducesse a freddezza, ella sicuramente non fusse mai stata calda. Ora, che tale evento si scorga nell'aria, mi pare che l'uso delle ombrelle lo insegni a' viandanti¹⁴⁶⁶; il quale uso resterebbe inutile e vano, se l'aria, che altri

¹⁴⁶⁶ *viaggianti*, V'.

crede essere scaldata dal Sole, per qualche tempo, benchè brevissimo, ritenesse il caldo, rimosso il contatto de' raggi solari. Imperochè, mentre che uno stesse fermo e si facesse ombra con l'ombrella, bene sta che non sentisse l'offesa de' raggi solari; ma che egli non la senta tampoco nel camminare, benchè egli trapassi repentinamente dall'aria adombrata dal parasole nell'altra aria conseguente sottoposta a i raggi, segno manifesto è che l'aria per nessun tempo conserva il calore, ed in conseguenza che già mai non lo riceve. Ma attendasi un'altra anco assai più potente osservazione, dico del non si riscaldare o illuminare l'aria, la quale trarremo noi dalla sopranarrata esperienza del grande specchio concavo: il quale riflette i raggi solari tanto vivamente e tanto caldi, che immediate abbrucia le materie combustibili e liquefà le fusibili etc., ed oltre allo scaldarle, le illumina sì che il loro fulgore supera quello dello stesso Sole; ma l'aria dentro al medesimo cono compresa nè pur si vede come illuminata, nè si sente come calda, poichè, coperto lo specchio e subito messa la

mano là dove si faceva l'incendio e la fusione del metallo, non si sente un minimo vestigio di caldo: sì che, non lo ritenendo essa aria pure un momento di tempo, manifesta cosa è che nè ella lo riceve. Ma che più? di qual altra esperienza aviamo noi bisogno per esser sicuri che nè l'aria nè il purissimo etere si illuminino, che quello che ci mostrano le profonde notti? Imperò che, non restando di tutto l'elemento dell'aria altro non tocco dal Sole che la piccola parte compresa dentro al cono dell'ombra della Terra, sicuramente quando tutto il restante fusse illuminato, avremmo noi un perpetuo crepuscolo, e non mai profonde tenebre.

AL MOLTO ILLUSTRE ED ECCELLENTISSIMO
Sig. FORTUNIO LICETI
FILOSOFO EMINENTISSIMO
GALILEO GALILEI VERO E CORDIALE AMICO
S.¹⁴⁶⁷

Appena aveva V. S. Eccellentissima finito di mandare alla luce il suo trattato della pietra lucifera di Bologna, che ella me ne mandò una copia, accompagnandola con una sua lettera, piena di affetti di cortesia, nella quale, in segno della stima che ella fa del mio giudizio in potere librar con giusta lance i momenti della dottrina che nel suo trattato si contiene, mi pregò che io, con quella filosofica libertà che tra gli indagatori del vero si ricerca,

¹⁴⁶⁷ Saggio della forma nella quale GALILEO intendeva rivolgere al LICETI la lettera indirizzata originalmente, e poi definitivamente, al Principe LEOPOLDO di Toscana. Veggasi a questo proposito l'Avvertimento.

sinceramente gli scoprii e significassi i miei sensi. Io, per sodisfare a due debiti ne i quali mi sentivo obligato, risposi immediatamente al primo, che era di renderle¹⁴⁶⁸ le debite grazie del regalo fattomi in mandarmi il libro, registrandomi nel numero de i primi e suoi più cari amici: quanto all'altro obbligo, che è di eseguire il suo cenno circa il liberamente manifestarli il giudizio che fo sopra la dottrina e i concetti in esso libro racchiusi, mi è stato forza, rispetto all'infelicità della perduta vista, che al servirmi, nel leggere e nello scrivere, degli occhi e della penna di altri mi necessita, differire sino al presente di deporre in carta tutto quello che ho stimato poter dar sodisfazione¹⁴⁶⁹ alla sua domanda.

Dicogli dunque, che se io volessi conforme al merito diffondermi nelle lodi dell'ampia e sottilissima dottrina che mi è parso scorgervi; oltre al convenirmi assai in lungo distendere, dubiterei che le mie parole, benchè

¹⁴⁶⁸ *renderli*, A.

¹⁴⁶⁹ *satisfazione*, A.

purissime e sincere, potessero apparire ad alcuno iperboliche o adulatorie; ad alcuno, dico, di quelli, che troppo laconicamente vorrebbero vedere, ne i più angusti spazii che possibil fusse, ristretti i filosofici insegnamenti, sì che sempre si usasse quella rigida e concisa maniera, spogliata di qualsivoglia vaghezza ed ornamento, che è propria de i puri geometri, i quali nè pure una parola profferiscono che dalla assoluta necessità non li sia suggerita. Ma io, all'incontro, non solamente non ascrivo a difetto in un trattato, ancorchè indirizzato a un solo scopo, inserire¹⁴⁷⁰ altre varie notizie, purchè non fossero totalmente separate e senza veruna coerenza annesse al principale istituto; anzi stimo che la nobiltà, la grandezza e la magnificenzia¹⁴⁷¹, che fa le azioni ed imprese nostre meravigliose ed eccellenti, non consista nelle cose necessarie (ancorchè il mancarvi queste sia il maggior difetto che commetter si possa),

¹⁴⁷⁰ *interserire*, A.

¹⁴⁷¹ *magnificenza*, A.

ma nelle non necessarie, purchè non siano posto del tutto fuori di proposito, ma abbiano qualche relazione, ancorchè piccola, al principale intento. E così, per esempio, vile e plebeo meritamente si chiamerebbe quel convito nel quale mancassero i cibi e le bevande, principale requisito e necessario; ma non però il non mancare di queste lo fa così magnifico e nobile, che sommamente più non gli arrechino grandezza e maestà la vaghezza dell'egregio e sontuoso apparato, lo splendore de i vasi d'argento e d'oro, che, adornando la mensa e le credenze, dilettono la vista, i concerti di varie armonie, le sceniche rappresentazioni, e i piacevoli scherzi, all'udito così graziosi. La maestà di un poema eroico viene sommamente ampliata dalla vaghezza e varietà degli episodii; e Pindaro, principe de i lirici, si sublima tanto col digredire in maniera dal primario suo intento, che è di lodare l'eroe da esso cantato, che nel tessere le laudi di quello non consuma la decima, nè anco talora la vigesima, parte de i versi, li quali spende in varie descrizioni di cose che in ultimo, con fila assai sottili, sono attaccate al principal concetto. Io pertanto interamente

applaudo alla maniera che V. S., abbondantissima di mille e mille notizie, tiene ne i suoi componimenti, ed in particolare in questo, nel quale, prima che condurre il famelico lettore a saziar sua brama con l'ultimo insegnamento del problema principalmente desiderato, ci porge un utile diletto di tante belle notizie che bene ci obbliga a rendergliene mille grazie, mentre che con gran risparmio di tempo e di fatica ci libera dal rivoltare i libri di cento e cento autori.

Degna dunque di lodi infinite stimo io questa sua nobile e così utile fatica. Ed acciochè V. S. Eccellentissima resti sicura che io schiettamente¹⁴⁷² e non simulatamente gli parlo, voglio contraporre alle meritate lodi che a tutto il resto del suo libro si convengono, alcune mie considerazioni intorno alla digressione che Ella fa nel capitolo L, le quali mi pare che possano rendere la dottrina in quello contenuta non ben sicura nè incolpabile; se però, quello che comunemente, e umanamente

¹⁴⁷² *stietamente*, A.

suole accadere, l'interesse proprio non mi abbaglia e inganna, essendo il contenuto di tutto il detto capitolo non altro che una moltitudine di obbiezioni che, ella bene acutamente fa contro ad una mia particolare ed antiquata opinione, nella quale ho creduto e affermato, quel tenue secondario lume che nella parte tenebrosa della Luna si scorge, massimamente quando ella è poco remota¹⁴⁷³ dalla congiunzione, del Sole, sia effetto cagionato dal riflesso de i raggi solari nella superficie del nostro globo terrestre: al che ella contradice con molte opposizioni, le quali, contro al mio desiderio, mi pare che non necessariamente convincano la mia opinione di falsità. E dico *contro al mio desiderio*, perchè non vorrei che anco questa nota, benchè piccola, macchiasse il suo, in tutto il resto, così puro e candido trattato: chè nelli scritti miei, che poco di pellegrino¹⁴⁷⁴ e di apprezzabile si contiene, poco di pregiudizio è l'aggiugnere a tante

¹⁴⁷³ *ella poco è remota, A.*

¹⁴⁷⁴ *pellegrino, A.*

altre mie fallacie questa qui ancora; chè bene in un panno rozo e vile manco noiano la vista molte grandi ed oscure macchie, che in un drappo vago e per la moltitudine de i fiori riguardevole non farebbe una benchè minima.

Proporrò dunque, con la tra noi concertata filosofica libertà, quelle risposte che al presente mi paiono sollevarmi, con speranza di dover poi, con mio utile particolare, essere dalle sue dottissime repliche tolto di errore e condotto nel possesso del vero. Ma prima che io descenda a esaminare la forza delle sue obiezzioni, voglio, per mia satisfazione, raccontare a V. S. Eccellentissima i miei primi moti, da i quali io fui indotto a credere....¹⁴⁷⁵

¹⁴⁷⁵ Cfr. pag. 493, lin. 23.

FRAMMENTI
ATTENENTI
ALLA LETTERA AL PRINCIPE LEOPOLDO DI TO-
SCANA

Meglio provo io che il mezzo del candore dovrebbe esser oscuro quando l'illuminazione venisse dall'etere, che non prova il Liceti che dovessi esser più chiaro quando venisse dalla Terra.

Il Liceti confonde lo sfuggire de i raggi illuminanti con lo sfuggire de' raggi visivi.

Maggior parte della Luna illumina la Terra, che non ne illumina il Sole, benchè il Sole sia maggior della Terra.¹⁴⁷⁶

avendomi pregato V. S. che io schiettamente li dica il mio giudizio sopra il suo libro, li dico essermi il tutto parso ammirabile; ed acciochè la resti sicura che io non la adulo, li soggiungo che pur ci ho scorto qualche cosa, per mio giudizio, capace di miglioramento, la quale liberamente li spiego, etc.

Vedi in proposito dell'ultimo argomento quello che scrive l'istesso Liceti nel libro *De cometis* etc., faccie 127,

¹⁴⁷⁶ Mss. Gal., Par. III, T. VIII, 1, car. 115^b*r*

versi 7, con manifeste contraddizioni a sè stesso.

Spiegare il discorso che io feci in su il principio per rimaner certo di questa conclusione, cioè quello che farebbe il vulgo, ma che poi innalzandomi...

I Peripatetici si servono¹⁴⁷⁷ de i testi di Aristotele in quella guisa che un nocchiero di un medesimo vento si serve per andar con una nave verso qualsivoglia parte.

V. S. si tiene onorato con l'avere io pieno 15 mezzi fogli in confutare un mezzo de i sua, mentre che il mezzo foglio è fatto in confutazione di 4 soli versi de i mia.

Il lume di Luna apparisce superare il candore della Luna, mentre vegghiamo tal lume in Terra già fatta oscura per la lontananza del Sole; ma il candore, quando è massimo, lo vegghiamo sendo noi circondati dal crepuscolo.

Non sendo il candore nativo nella Luna, come mostrano i suoi eclissi, bisogna che gli venga contribuito ab estra. Già non

¹⁴⁷⁷ *servano.*

dal Sole, nè dalle stelle; perchè anco nelli eclissi lo mostrerebbe, sì che non resterebbe mai senza. Convieni, in oltre, che quello che glielo cagiona, sia tale che ora glielo celi ed ora glielo mostri; e per ciò fare la sola Terra è attissima, mostrandogli la sua faccia luminosa, e del tutto ascondendogliela nelli eclissi, dove la faccia tenebrosa terrestre è esposta alla vista della Luna.

In prova di quanto importi la vicinanza dell'oggetto in farlo apparire più luminoso, scorgesi in Marte, il quale, fatto vicino a noi, fulgentissimo si rappresenta, e posto in maggior lontananza, assai meno lucido ci apparisce, ancorchè in questo caso riceva la luce del Sole più da vicino.

De i tre superiori, che essi ancora, per sè tenebrosi, ricevino il lume dal Sole, ci mostrano i satelliti di Giove, che immersi nella ombra di Giove restano oscuri ed invisibili: segno ancora che l'emisferio superiore di Giove manca di splendore. In Marte ancora, che intorno alla quadratura col Sole si vede sguanciato, abbiamo chiaro argomento del non esser egli per sè splendido: talchè l'argomento col quale il Liceti prova, i tre superiori esser per sè lucidi, svanisce; e le loro intelligenze, che li

governano, non vengono¹⁴⁷⁸ a superare molto di nobiltà quelle che governano Mercurio, Venere, Luna e la nostra Terra, se però anche ella ha la sua governatrice. Però queste intelligenzie non sono forse quello che il Liceti crede e scrive nel libro *De cometis et novis astris* etc., lib. 2°, cap. 65, faccia 127, versi 25.

In oltre, se il risplendere è segno di maggior nobiltà e perfezzione, le lucciole, alcuni vermi, saranno più perfetti di infiniti altri animali che nulla risplendono: e quei legni che, sendo prima tenebrosi, si fanno poi risplendenti, non camminano, come V. S. e comunemente si crede, alla corruzione e allo infradiciarsi, ma al perfezionarsi e nobilitarsi, etc.¹⁴⁷⁹

¹⁴⁷⁸ *vengano.*

¹⁴⁷⁹ Mss. Gal., Tomo cit., car. 135*r-t*.

Veramente il pensiero di V. S., dello stimare i 3 pianeti superiori essere per sè stessi lucidi, come quelli che da più nobili e perfette intelligenze sono governati, mi è parso mirabile e degno di essere abbracciato e ritenuto, tuttavolta però che mi venissero rimossi alcuni scrupoli e risolte certe difficoltà, delle quali, per mia debolezza, non so ridurre la soluzione alle intelligenze. Ed essendo che, conforme al pronunziato sicurissimo d'Aristotile, *qui dat esse, dat consequentia ad esse*, dando l'intelligenza lo splendore, per esempio, a Giove, deve, in conseguenza, contenere le cagioni delle varietà che nello splendore di Giove si scorgono; delle quali ben pare a me di ritrovare apertamente e indubitatamente le cagioni mentre che io costituisco Giove per sè naturalmente tenebroso, e solo lucido per l'illuminazione del Sole. Si rivolgono in cerchi differenti e diseguali, concentrici però al centro di Giove, 4 minori stelle, le quali in statuiti e preveduti tempi restano in tutto prive di lume e come eclissate: tale accidente non patiscono esse se non vicine a Giove, e costituite nella parte su-

periore de' cerchi loro; ma nella parte inferiore vengono a congiugnersi ed a separarsi dall'istesso Giove senza patire eclisse alcuna: in oltre si nascondono nelle tenebre alcune volte avanti che arrivino al contatto di Giove, ed altre volte, dopo essersi con esso corporalmente congiunte, non tornano a rimostrarsi risplendenti se non in distanza notabile dal disco di Giove: e queste distanze si fanno in alcuni tempi maggiori ed in altri minori, e tal ora accade che senza perdere punto di luce si conducono al contatto ed alla puntuale separazione dal medesimo Giove: e di tutte queste diversità puntualissima rispondenza se ne ha dalla diversa costituzione ed aspetto di Giove col Sole. Di più, tal perdita di lume, e con tal regole accadente, a me pare che ci assicuri che sola la metà del disco di Giove che risguarda verso il Sole sia luminosa, restando l'altro suo emisferio privo di luce: chè quando egli risplendesse, li suoi satelliti, essendogli tanto vicini, riterrebbero lume bastante a farsi cospicui, nè potrebbe il cono dell'ombra di Giove del tutto denigrarli; oltre che accade tal volta che uno di essi, che in grandezza supera gli altri,

offusca col picciol cono della sua ombra uno che gli è superiore. Come poi tali diverse apparenze possino trarre origine dalla intelligenza la quale in genere infonde lo splendore nel corpo di Giove, veramente non so io capire senza porre varietà e mutazioni nella istessa intelligenza; e però volentieri sentirei come tali corde potessero accordarsi col tenore della corda principale. Di Marte ancora, che solo risplenda mercè del Sole etc.¹⁴⁸⁰

Ora, Eccellentissimo mio Signor, facciam grazia di considerare con quanto bella analogia si rispondano nella Luna e nella

¹⁴⁸⁰ Mss. Gal., Tomo cit., car. 135~~t~~-136~~r~~.; premessavi, sempre di mano del VIVIANI, l'indicazione: «Per inserirsi in luogo opportuno». - Tra questo frammento e quello che pubblichiamo qui immediatamente di seguito (e che anche nel codice tien dietro a questo) si legge nel manoscritto, sotto le cancellature, quanto appresso: «Ho trapassato, come argomento che in buona forma possa concludere, il candore derivare dallo etere ambiente; ma considerando meglio, parmi che si potrà trovare difettoso».

Terra le tre diverse illuminazioni, le quali tutte, come da un istesso fonte, scaturiscono dal fulgore immenso del lucidissimo Sole, senza il quale nè queste illuminazioni e splendori, nè quello di qualsisia de i pianeti erranti, resterebbe al mondo. E prima, essendo perpetuamente uno emisferio della Luna esposto alla vista del Sole, viene in ogni sua parte egualmente da quello illustrato: l'istesso accade dello emisferio terrestre, dico di essere interamente illuminato tutto. Oltre a questa massima illuminazione ce n'è una parziale e secondaria, prodotta nella Terra e pur da i raggi solari riflessi dalla sfera vaporosa, la quale essa Terra circonda; e secondo che il Sole si abbassa sotto l'orizzonte, quella parte di essi vapori illustrati che sopra l'orizzonte rimane, riflette i raggi solari sopra la propinqua parte della superficie terrestre: ma questa illuminazione non molto adentro si distende, per essere l'altezza de i vapori non molta, e la superficie della Terra non piana, ma sfericamente tuberosa. A questo risponde una simile illuminazione fatta da quella parte dell'etere ambiente la Luna che, per essere alquanto più denso del resto che per gli immensi spazii del cielo si diffonde, è potente a riflettere i raggi solari intorno a quella parte dello emisferio tenebroso della Luna, la quale con l'altro suo emisferio illuminato da i raggi primarii del Sole è contermina: ma tale illuminazione è assai debile, per essere la parte dell'etere ambiente assai meno atta a fare la riflessione gagliarda sopra la Luna, che non è la parte molto più

densa de i vapori sopra la Terra; e questa parimente non candisce tutto l'emisferio tenebroso, ma solo una parte che confina con l'emisferio illustrato dal Sole: e di questo ne aviamo la sensata esperienza nelle eclissi, mentre che, dopo essersi immersa la Luna nel cono dell'ombra terrestre, e persa la primaria illuminazione de' raggi solari, si vede immediatamente per qualche tempo biancheggiare alquanto quella parte della gengiva della Luna che fu l'ultima a entrar nell'ombra; ma tal bianchezza tosto si perde, nel profundarsi la Luna verso il mezzo del cono tenebroso.

Ci è la terza e pure ampia illuminazione, prodotta in Terra pur da i medesimi raggi solari riflessi nella Luna ed inviati allo intero emisferio terrestre, il quale, non tocco da i raggi solari, è esposto alla vista della splendida Luna. A questa ultima totale illuminazione risponde il candore della Luna, il quale si vede egualmente diffuso nello emisferio della Luna non tocco da i raggi solari; e tal candore ampio e massimo si scorge presso alla congiunzione di essa Luna col Sole, nel qual tempo viene opposto alla Luna il grande emisferio terrestre illuminato da i raggi solari. Ora, Eccellentissimo mio Signor, qual ragione può indurla a volere di questo

gran candore riporne la causa nel medesimo etere ambiente, il quale aviamo veduto che pochissima parte della Luna tigne di un debile colore, più tosto plumbeo che argenteo, dove che quando l'etere ambiente fusse potente a produrre l'ampio e assai vivo candore, molto più vivo ci si rappresenterebbe egli nel campo oscuro della notte che nello assai ben lucido del crepuscolo e della aurora? Io non mi posso persuadere che, facendo V. S. col suo perspicacissimo ingegno riflessione sopra questa così bella analogia, non sia per prestargli l'assenso, e massime che io ho grande opinione che tra i fenomeni che indussero grandissimi filosofi ed Aristotile istesso, sommo tra tutti, a concedere gran simpatia e corrispondenza tra la Luna e la Terra, non solo la similitudine di figura e della faccia maculosa, quale in essa Luna veggiamo, e nella Terra si scorgerebbe, cagionata da i mari e da i continenti, quando da luogo tenebroso e molto lontano potessimo vedere la faccia terrestre illuminata, gli avesse indotti, ma molto più la corrispondenza di questa triplice illuminazione; che

non è credibile che da Aristotile, tanto sagace contemplatore delli effetti di natura, questo sì bello e nobile restasse inosservato. E se io avessi quella pratica in tutti i libri fisiologici di Aristotile, e che la memoria mi servisse, come di altri sagaci contemplatori accade, non diffiderei di poter, con andar sottilmente rintracciando e conferendo questa particola con quella e quella con quell'altra, accozzar tanti luoghi insieme, che io vi ritrovassi scritta questa verità; chè bene è ragionevole che là tutte le verità si ritrovino, donde le proposizioni che scaturiscono son tutte vere.¹⁴⁸¹

Non voglio tacere in questo luogo a V. A. Serenissima certamia particolare osservazione fatta nel candore della Luna, dalla quale risulta una nuova molto probabil coniettura a favore del riflesso terrestre per produrre il candore, la quale non ha luogo nell'etere ambiente per il medesimo effetto: e l'osservazione è

¹⁴⁸¹ Mss. Gal., Tomo cit., car. 136r-137r; premessavi, sempre di mano del VIVIANI, l'indicazione: «da mettersi al segno ♀, ovvero nel fine dell'opera».

tale. Avendo io, dua o tre giorni avanti il novilunio, posto diligente cura quale si rappresenti la chiarezza del candor lunare mentre ella, surgendo dall'oriente, fa di sè mostra nell'aurora, e di poi altro e tanto tempo dopo il novilunio attentamente rimirandola in occidente nel crepuscolo vespertino, parmi aver ritrovato non piccola diminuzion nel suo medesimo candore, il quale men vivo si dimostra; ed avendo pregato alcuni amici che facciano la medesima osservazione, trovo che concordemente affermano, agli occhi loro dimostrarsi quella medesima differenza che a' miei più volte dimostrata si era. Ora, se in questo effetto si trova una tal mutazione, bene è necessario che nella causa, di tale effetto produttrice, mutazione si trovi, quanto al potere or più vivamente or meno illuminare; e se la causa, come io ho stimato, è il riflesso dei raggi solari nella terrestre superficie, converrà che ella or più or meno risplendente si mostri all'emisferio lunare: ed essendo che, posta la Luna in oriente, a lei si espone delli due emisferii terrestri, separati dal nostro meridiano, lo orientale, ed all'incontro vede ella, posta in occidente, l'emisferio occidentale, bisognerebbe, per mantenimento della mia opinione, che il terrestre emisferio orientale più splendidamente riflettesse i raggi solari che l'altro emisferio occidentale. Questa necessità mi indusse a pensare se differenza alcuna potesse cadere tra i detti due emisferii, per la quale con qualche disegualità procedesse il loro riflesso. E veramente assai probabilmente mi

pare che ella por vi si possa, regolandoci con quella apparenza che nella Luna si scorge, cioè che la sua superficie non è per tutto egualmente lucida, ma sono in quella sparse molte macchie, meno del restante lucide.

La superficie del nostro globo terrestre è composta di due parti massime, dico de i mari e de i continenti: queste, percosse da i raggi del Sole, non egualmente si illustrano, ma notabilmente più si illuminano le parti terrene che quelle dell'acqua; per lo che più potenti saranno i raggi riflessi dalla terra che i riflessi dal mare. Ora, se noi considereremo qual proporzione abbiano in grandezza le parti marittime con le terrestri nell'emisferio orientale; e parimente andremo esaminando quello che accaggia tra i mari e continenti dell'emisferio occidentale; troveremo senza dubbio, dell'emisferio orientale vastissime essere le campagne terrestri, e minori assai quelle de i mari, e nell'altro emisferio troveremo accader tutto l'opposito. Tutta l'Asia, parte vastissima sopra le altre, è a noi orientale, con gran parte dell'Europa e dell'Africa ancora. In Occidente aviamo sola la America, con parte dell'Africa; e qui sono i mari

vastissimi Atlantico e Pacifico, sommamente più ampli di quelli che restano verso l'Oriente. Quando dunque sia vero che il riflesso della terra superi quello del mare, molto probabile coniezione avremo per rendere ragione del candore più lucido in oriente che in occidente; della quale differenza non si può referir la causa nell'etere ambiente la Luna, trovandosi egli in amendue questi casi egualmente lontano dal Sole.¹⁴⁸²

Ma, oltre a tutti gli altri argomenti per i quali doviamo ragionevolmente restar persuasi, del candor della Luna esserne causa il riflesso de' raggi solari nella Terra, una, per l'ultima, mi par di poter soggiugnere di grande efficacia. Io son molto ben sicuro, che domandando al Sig. Liceti o a qual altro si sia filosofo razionale, che cosa sia nella Luna che a noi la renda visibile, sentirò rispondermi, essere lo splendore contribuitoli

¹⁴⁸² Mss. Gal., Tomo cit., car. 141*r* e *t*.; premessavi, sempre di mano del VIVIANI, la nota: «Per metterla nel luogo opportuno».

da' raggi solari, senza il quale, essendo ella per sè stessa tenebrosa, invisibile resterebbe. E domandando di nuovo, che cosa sia nella Luna che frequentemente nella profonda notte ci rende visibile la Terra, per sè stessa oscurissima ed impotente a muover la vista senza essere illuminata, parimente sentirò rispondermi, essere lo splendore della medesima Luna, che, illuminando la superficie della Terra, la fa a noi visibile. Dal medesimo fonte dunque e dalla medesima causa dipende il farsi la Luna a gli occhi nostri visibile e l'illuminarsi la Terra nell'oscurità della notte...¹⁴⁸³

¹⁴⁸³ Mss. Gal., Tomo cit., car. 142^a*r*

***SCRITTURE E FRAM-
MENTI***

DI DATA INCERTA

AVVERTIMENTO.

Nell'ultima parte del presente volume, ultimo di quelli destinati alle Opere scientifiche del Nostro, abbiamo raccolto alcune scritture delle quali non possiamo determinare la data di composizione, e tutti quei frammenti di vario argomento scientifico che abbiamo potuto da ogni parte adunare.

Scrive Vincenzo Viviani, ragguagliando delle ultime opere di Galileo: «Nelle mani *del dottor Vincenzio, suo figliuolo*,... veddi, oltre alle bozze originali dell'opere già stampate, quelle ancora di varie lettere e discorsi, scritti dal Galileo in diversi tempi, in occasioni di ragguagliare o di rispondere o di dir pareri sopra quesiti fattigli o simili; che di tutte si contentò ch'io ne avessi copia, dettandomene molte da sè stesso, quando, e bene spesso, mi ritrovavo da lui, se bene ò veduto poi che della mag-

gior parte di queste vanno attorno altre copie, pur manoscritte»¹⁴⁸⁴. Sono appunto pareri a proposito di macchine novamente proposte, o di questioni e difficoltà promosse, le cinque scritture che pubblichiamo qui per prime.

Le prime due sono *Intorno agli effetti degl'istrumenti meccanici*, e applicano a casi particolari un concetto fondamentale che ritorna più volte nelle opere del Nostro: che la natura non può esser superata e defraudata dall'arte, cioè che non è possibile, per artificio di nessuna macchina, che forza nessuna superi o muova resistenza maggiore di lei, così che o con minor fatica, o con minor dispendio di tempo, si effettuino quelle operazioni che senza la macchina non si effettuerebbero se non con più fatica o in maggior tempo; ma bisogna che la maggiore velocità della forza minore ragguagli il

¹⁴⁸⁴ *Quinto libro degli Elementi d'Enclide, ovvero Scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo ecc.* da VINCENZIO VIVIANI ecc. In Firenze, alla Condotta, M.DC.LXXIV, pag. 102.

maggior momento della resistenza più tarda. Questo concetto è applicato nel primo parere *A proposito di una macchina con gravissimo pendolo adattato ad una leva*, immaginata e fabbricata, per uso di superare con piccola forza grandissime resistenze, da un ingegnere (siciliano, si dice), di cui ignoriamo il nome, e della quale l'inventore aveva fatto vedere il modello al Gran Duca di Toscana (Ferdinando II, come credesi), presenti altri Principi e Signori, e con essi Galileo. La macchina, che poteva essere adoperata per varie operazioni, era per allora applicata dall'ingegnere ad una tromba per alzar acqua, e più particolarmente ad una macine da grano: e Galileo, scorgendo la fallacia dell'invenzione, risolse di comunicare all'artefice il suo pensiero, mostrando come l'ordigno proposto apportava piuttosto danno che vantaggio.

Relative a questo parere possediamo tre stesure diverse, le quali non ci furono conservate, per quanto è a nostra cognizione, da verun codice; così che noi dovemmo riprodurle di sull'edizione fiorentina del 1718

delle *Opere* del Nostro, che per prima le pubblicò¹⁴⁸⁵ cavandole forse, come fu di altre fra le scritture per cui quella stampa s'avvantaggia sull'edizione bolognese del 1655-1656, da un manoscritto proveniente dal Viviani e che poi andò miseramente smarrito. Nella prima delle tre stesure, che pubblichiamo secondo l'ordine in cui si susseguono nella stampa fiorentina, Galileo si rivolge, in forma di discorso, all'inventore stesso della macchina; la seconda, e più breve, potrebbe forse considerarsi come anteriore all'altra, che in essa il Nostro espone per conto proprio le sue considerazioni circa l'invenzione della «parte» e dell'«avversario»; la terza è in dialogo, interlocutori il Salviati e il Sagredo, ed evidentemente fu preparata per quella continuazione dei

¹⁴⁸⁵ *Opere di GALILEO GALILEI* ecc. In Firenze, MDCCXVIII. Nella Stamp. di S. A. R. Per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franchi. Tomo III, pag. 33-46.

Dialoghi delle Nuove Scienze, che era nella mente dell'Autore¹⁴⁸⁶. La forma in cui questi scritti ci pervennero, lascia alquanto a desiderare in più luoghi, sia perchè il

¹⁴⁸⁶ Nell'edizione fiorentina queste tre scritture sono intitolate: *Frammenti di un parere di Galileo Galilei sopra una macchina col pendolo per alzar acqua: e in capo alla prima stesura si legge: Frammento I di un parere di Galileo Galilei sopra una macchina col pendolo per alzar acqua, proposta da un ingegnere siciliano al Serenissimo Gran Duca Ferdinando II*; in capo alla seconda: *Frammento II di un parere di Galileo Galilei sopra una macchina mulino col pendolo, proposta da un Siciliano al Serenissimo Gran Duca Ferdinando II*; in capo alla terza: *Frammento III dell'istesso parere di Galileo Galilei, cominciato a distendere in dialogo*. - In un elenco di «opere inedite del Galileo», scritto di mano del VIVIANI E che si trova in una busta della Biblioteca Nazionale di Firenze intitolata «Nelli Gio. Batta Clemente. Filza 1. Appunti coi quali furono da lui create le prime bozze della Vita di Galileo Galilei», troviamo anche «Un discorso contro una proposta macchina col pendolo; Altro discorso contro ad un molino di nuova invenzione»; coi quali titoli possiamo credere, siano indicate la prima e la seconda stesura del parere di cui ci occupiamo. Cfr. ANTONIO FAVARO, *Intorno ad alcuni documenti galileiani recentemente scoperti nella Biblioteca Nazionale di Firenze*, nel *Bullettino di bibliografia e*

Nostro non li conducesse alla perfezione, sia per colpa della stampa, che siamo costretti a seguire. Noi abbiamo corretto alcune lezioni della stampa fiorentina, che ci parve dovessero, e potessero con sicurezza, sanarsi, e le abbiamo notate appiè di pagina con l'indicazione *s*: abbiamo rispettato invece altri passi ne' quali la correzione non era strettamente necessaria, benchè sarebbe stata molto desiderabile¹⁴⁸⁷.

La seconda scrittura, pure intorno agli effetti degl'i-

di storia delle scienze matematiche e fisiche, Tomo XIX, 1886, pag. 18.

¹⁴⁸⁷ Fra gli emendamenti che abbiamo introdotto notiamo, a pag. 574, lin. 26, *pura* corretto in *prima*, e a pag. 575, lin. 4, *sicchè* corretto *insin che*: in questi due luoghi l'errore della stampa fiorentina è derivato probabilmente da falsa lettura del manoscritto (*p*^a letto per *pura*, *s* che letto per *sicchè*). Invece abbiamo rispettato a pag. 571, lin. 12, *servirsi*; il fortissimo anacoluto a pag. 581, lin. 8-11; a pag. 584, lin. 14, *accompagnare*, ecc.

strumenti meccanici, è *A proposito di una macchina per pestare*, in virtù della quale un artefice, avendo veduto quattro pistoni esser fatti lavorare dalla forza d'un uomo, si persuadeva di moltiplicar tanto la forza del motore, che facesse andar sedici pistoni e si ottenesse lavoro, dentro il medesimo tempo, per quattro dell'altre macchine. Galileo nel suo breve discorso scopre l'errore dell'artefice; ed a ciò fare egli, come scrive, è «comandato da chi sopra di me tiene assoluto imperio», ossia, possiamo congetturare, dal Gran Duca, al quale forse quell'artefice aveva proposto la sua macchina, ch'egli applicava a pestare carbone o salnitro per la fabbricazione della polvere da fuoco.

La scrittura galileiana ci è stata conservata da una copia di mano del secolo XVIII, o fors'anco del presente, che è a car. 7r.-10t. del T. II della Par. VI dei Manoscritti Galileiani posseduti dalla Biblioteca Nazionale di Firenze. In capo a questa copia, nella quale la scrittura non porta titolo alcuno, il copista ha trascritto la seguente nota: «Dal Sig. Cosimo Galilei, di sua propria mano; copiato, disse, da un foglio di bozza originale del

Galileo». E poichè Vincenzio Viviani scrive ch'egli ebbe «di mano del... Sig. Cosimo copia d'un frammento di parere o risposta del Galileo a quesito meccanico»¹⁴⁸⁸, si può ragionevolmente pensare che il manoscritto da noi posseduto sia copia di quello che il nipote di Galileo dette, esemplato di suo pugno dall'originale dell'avo, al Viviani, il quale in principio vi scrisse, com'egli soleva fare, quell'annotazione, trascritta poi fedelmente dal copista moderno. Da tale copia abbiamo riprodotto il parere di Galileo, correggendo però gli strafalcioni grossolani del moderno menante, dei quali non abbiamo stimato mettesse conto di tener nota neppure appiè di pagina¹⁴⁸⁹.

¹⁴⁸⁸ *Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc., pag. 104.

¹⁴⁸⁹ Basti citarne, per esempio, qualcuno: a pag. 585, lin. 19, *si persuaso e tanto a forza*; a pag. 586, lin. 9, *un pesto ne solo*, ecc. Abbiamo corretto, dopo siffatti esempi, anche *pestono* a pag. 586, lin. 5, e *sarebbero* a pag. 587, lin. 1.

Porge argomento alla terza scrittura, che ci parve di poter intitolare *Di alcuni effetti del contatto e della confricazione*, la questione, proposta non sappiamo da chi, di una sfera che posa sulla base superiore orizzontale d'un cilindro retto, toccandola nel centro: in tal caso, alla conversion del cilindro intorno al suo asse verticale la sfera dovrebbe rimanere immobile, perchè tocca il cilindro in un punto che non si muove. Galileo concede la verità di tal conclusione, presa in astratto; ma dimostra come, pigliandola in concreto, ossia trattando di palle materiali, e più ancora di prismi e cubi (che era il secondo caso considerato da chi proponeva la questione), incumbenti al cilindro, si lascerebbero trasportare al moto di questo, e ciò in conseguenza del contatto e della confricazione tra le superficie della palla o del cubo e la base del cilindro.

Di questo breve scritto abbiamo la bozza autografa, che è in un mezzo foglio a car. 3 *r.-t.* del T. II della Par. VI dei Manoscritti Galileiani, e sopra essa lo pubblichiamo; laddove il Venturi, che per primo lo dette in

luce¹⁴⁹⁰, ma non intero (e fu poi seguito dagli altri editori), lo riprodusse da una copia, che ora nei Manoscritti Galileiani è a car. 56r.-58r. del T. VII, 1 della Par. III, e che egli credette di mano di Vincenzio Galilei, ma invece è di mano del secolo XVIII, e noi giudichiamo sia copia di una copia tratta da Vincenzio Viviani, per mezzo di Vincenzio Galilei, dall'autografo fino a noi pervenuto¹⁴⁹¹. Abbiamo bensì cavato partito anche noi

¹⁴⁹⁰ *Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo Galilei, ordinate ed illustrate con annotazioni del cav. GIAMBATISTA VENTURI*. Par. II, Modena, per G. Vincenzi e Comp., M.DCCC.XXI, pag. 351 e seg.

¹⁴⁹¹ In capo alla copia si legge questa nota, di mano dello stesso copista: «Del Sig. Vincenzio Galilei. Copiata da me da una bozza originale in mezzo foglio recto.». Crediamo (per il confronto con note simili, premesse, di mano del VIVIANI, ad altre copie di suo pugno che sono nel medesimo Tomo dei Manoscritti Galileiani, p. e. a car. 69r.: e cfr. pure la nota riferita a pag. 561) che il copista del secolo XVIII abbia trascritto tale nota, insieme col testo susseguente, dall'originale che

di questa copia, perchè l'originale non lascia ormai più leggere, per guasti della carta, alcune parole, o parti di parola, le quali perciò abbiamo dalla copia supplito, racchiudendole tra parentesi quadre. Appiè di pagina abbiamo notato alcune grafie dell'autografo, che abbiamo corretto nel testo, e qualche parola che, sempre nell'autografo, si legge sotto le cancellature.

La quarta scrittura riguarda il quesito, perchè nel giuoco de' dadi alcuni punti sieno più vantaggiosi di altri, ossia possano quelli più facilmente e più frequentemente scoprirsi che questi; e Galileo la dettò, com'egli scrive, «per servire a chi mi ha comandato che io deva

esemplava; che chi parla in questa nota sia VINCENZIO VIVIANI; e che la prima parola, con cui la nota comincia, sia stata letta male dal copista, il quale abbia trascritto *Del* in luogo di *Dal* che fosse nell'originale di mano del VIVIANI, e intendiamo che il VIVIANI ebbe l'autografo di cui si valse «dal Sig. Vincenzio Galilei». Cfr. ciò che scrive il VIVIANI nel luogo del *Quinto libro* ecc. citato a pag. 559.

produr ciò che sopra tal difficoltà mi sovviene». Possiamo forse supporre che ad essa abbia porto occasione una disputa sorta in qualche conversazione, tra quegli eruditi fiorentini che si dilettevano di curiosità, e che per la decisione delle loro questioni volentieri ricorrevano all'ingegno acuto di Galileo; com'era stato il caso del famoso quesito in proposito della stima d'un cavallo, disputato tra Galileo e Tolomeo Nozzolini¹⁴⁹².

Anche di questa scrittura, per la quale il Nostro fu annoverato tra i precursori della teoria delle probabilità, possediamo la bozza autografa, che è nei Manoscritti Galileiani, a car. 24r.-25t. del T. III della Par. VI. Nell'autografo essa non porta alcun titolo: ma abbiamo tolto quello *Sopra le scoperte de i dadi*, che vi apponiamo, da un breve elenco di scritture di Galileo, che si legge, autografo del Viviani, nel T. IV (car. 32t.) della Par. V

¹⁴⁹² Vedi *Le Opere* di GALILEO GALILEI. Edizione Nazionale, vol. VI, Firenze, tip. di G. Barbèra, 1896 pag. 566 e seg.

degli attesi Manoscritti Galileiani. Riproduciamo fedelmente la scrittura di sull'autografo, rendendo conto appiù di pagina delle più notevoli fra le correzioni che, sotto le cancellature di quella bozza, si discernono.

La quinta scrittura, *Intorno la cagione del rappresentarsi al senso fredda o calda la medesima acqua a chi vi entra asciutto o bagnato*, è conosciuta comunemente come una Lettera a Piero Bardi de' Conti di Vernio¹⁴⁹³; ma veramente è un discorso, indirizzato a questo gentiluomo, appartenente a famiglia legata a Galileo da antica amicizia¹⁴⁹⁴, il quale

¹⁴⁹³ Anche il VIVIANI chiama la provente scrittura «quella breve lettera indirizzata dal Galileo al Sig. Conte Piero de' Bardi»: vedi *Quinto libro* ecc., pag. 100.

¹⁴⁹⁴ Già VINCENZIO GALILEI sen. dedicava a GIOVANNI BARDI de' Conti di Vernio il suo *Dialogo della musica antica et della moderna*. Quest'istesso GIOVANNI BARDI faceva fede, sotto il dì 12 dicembre 1587, che certe dimostrazioni matematiche erano state ritrovate da GALILEO: cfr. nel primo volume della presente edizione, pag. 183.

con altri nobili personaggi aveva visitato il Nostro nel suo «piccolo tugurio» d'Arcetri e quivi aveva messo in campo quel problema, pregando Galileo che gliene distendesse in carta la risoluzione. Col più appropriato titolo di *Discorso* essa si legge anche nei codici che ce l'hanno conservata, e che testimoniano d'una certa diffusione di cui godette. Ne conosciamo infatti quattro copie manoscritte, delle quali abbiamo profittato, desiderandosi l'autografo: e sono le seguenti, tutte del secolo XVII:

G = Manoscritti Galileiani, Par. VI, T. III, car. 26r.-27r.;

A = Biblioteca dell'Arsenale in Parigi, cod. 4128 (Papiers de Conrart, vol. 23), pag. 317-320;

B = Biblioteca predetta, cod. 2891, car. 357-359;

M = Biblioteca Marciana, cl. IV It., cod. LX, car. 13t.- 16r.

Abbiamo riprodotto la scrittura dal cod. G, che ci parve molto attendibile, correggendone soltanto qualche grafia e migliorandolo in pochi luoghi col sussidio

degli altri codici¹⁴⁹⁵, dei quali registrammo appiè di pagina le più notevoli varietà (ma non gli errori manifesti, nè le omissioni di alcuni tratti) insieme con le grafie e le lezioni di *G* da noi emendate.

Il Discorso indirizzato a Piero Bardi ha per argomento una questione, la quale è trattata altresì in uno di quelli che, tra le scritture galileiane, sono più propriamente conosciuti sotto il titolo di *Problemi*. Sono questi in numero di dodici, e noi abbiamo dato loro posto tra gli scritti di Galileo (collocandoli appunto dopo il Discorso al Bardi), perchè, sebbene siano stati distesi dal figliuolo del Nostro, Vincenzio, pure quanto alla sostanza appartengono a Galileo, e stanno a rappresentare, in qualche modo, una delle opere alle quali egli rivolse più diuturnamente il pensiero.

In quel meraviglioso disegno dei lavori iniziati, e che

¹⁴⁹⁵ I cod. A e B derivano, a quanto pare, da una stessa fonte; ma B è meno accurato di A, ed è trascritto da copista che forse non conosceva l'italiano.

si proponeva di condurre a termine, che Galileo tracciò nella famosa lettera a Belisario Vinta del 7 maggio 1610¹⁴⁹⁶, troviamo pure indicato un libro «de i problemi», per il quale possiamo credere che fin d'allora egli andasse raccogliendo i materiali: e per quanto più tardi l'attenzione sua si volgesse ad argomenti svariati, e fosse distratta da tanti e sì gravi avvenimenti, pure egli non dovette mai abbandonare il proposito di stendere quel libro, se ventisette anni dopo, il 24 maggio 1637, scriveva ad Elia Diodati: «Tra tanto... andrò riducendo al netto altre mie composizioni non ancor vedute, che saranno un libro *de centro gravitatis solidorum*, ovvero una mano di problemi parte fisici e parte matematici, ovvero un libro di postille fatte a libri de' miei oppositori»¹⁴⁹⁷. Purtroppo però le dolorose condizioni nelle quali Galileo versava, dovettero impedirgli di mandare ad effetto questo proposito, almeno per la parte che

¹⁴⁹⁶ Mss. Gal., Par. VI, T. V, car. 34.

¹⁴⁹⁷ *Quinto libro* ecc., pag. 81.

concerneva i Problemi, poichè il 7 novembre dello stesso anno, ancora al Diodati, scriveva: «Porgami, per sua pietà, la sua mano adiutrice, acciocchè, sgravato da cure che mi tengono oppresso, io possa tornare a distendere i miei problemi spezzati fisici matematici, che sono in buon numero e tutti nuovi»¹⁴⁹⁸. E che il Nostro non deponesse punto il pensiero di quest'opera, lo conferma anche l'altra sua del 23 gennaio 1638, in cui allo stesso Diodati, che il 22 dicembre dell'anno precedente gli aveva chiesto «la nota particolare dell'opere sue sin qui non stampate»¹⁴⁹⁹, rispondeva: «Quanto poi all'altre mie fatiche, sappia V. S. che io ò buon numero di problemi e questioni spezzate, tutte, al mio consueto, nuove e con nuove dimostrazioni confermate»¹⁵⁰⁰. Ma quando egli faceva scrivere queste parole, purtroppo

¹⁴⁹⁸ *Quinto libro* ecc. cit., pag. 83.

¹⁴⁹⁹ *Quinto libro* ecc. cit., pag. 84

¹⁵⁰⁰ *Quinto libro* ecc. cit., pag. 85.

era ormai «inreparabilmente del tutto cieco»¹⁵⁰¹; inoltre, la cura di altre opere, che pure aveva in mente, e la traduzione in latino di alcune delle stampate occupavano la maggior parte del suo tempo, ed è probabile che la morte lo cogliesse prima che gli fosse dato distendere sugli appunti in vari tempi raccolti, ossia ridurre al netto, tale scrittura: tra le bozze infatti de' suoi scritti, ereditate dal figliuolo Vincenzio e delle quali dà ragguaglio il Viviani, non ne è menzionata alcuna di veruna opera dettata da Galileo intorno ai Problemi.¹⁵⁰² Il Viviani ricorda bensì «numero 12 Problemi o questioni spezzate del medesimo Galileo... Questi Problemi erano di mano del Sig. Vincenzio, che dissemi avergli distesi lui medesimo su le soluzioni spiegategli dal proprio padre, già cieco, in alcuni giorni ne' quali, avanti al mio stanziare in Arcetri, egli andava colà a visitarlo»: e

¹⁵⁰¹ Lettera di GALILEO ad ELIA DIODATI del 2 gennaio 1638 (*Quinto libro* ecc., pag. 84).

¹⁵⁰² *Quinto libro* ecc. cit., pag. 101-105.

aggiunge che di questi Problemi, distesi da Vincenzio Galilei, egli prese copia, dettandoglieli (come avvenne per il principio della cosiddetta *Giornata Sesta* delle *Nuove Scienze* e per le *Operazioni Astronomiche*¹⁵⁰³ lo stesso Vincenzio¹⁵⁰⁴. Le visite di Vincenzio Galilei al padre, dalle quali ebbe origine questo disteso de' Problemi, dovettero essere nell'anno 1638, poichè soltanto «verso il principio del 1639» Galileo volle appresso di sè come ospite il Viviani, che prima, da circa quattro mesi, si trasferiva spesso in Arcetri, ma ancora non vi stanziava¹⁵⁰⁵: e perciò caddero appunto in quel tempo in cui Galileo aveva sempre viva l'intenzione di attendere a' Problemi, come attesta la citata lettera al Diodati del 23 gennaio 1638, ma era tutto occupato nelle traduzioni in latino

¹⁵⁰³ Cfr. pag. 27 e pag. 452 di questo volume.

¹⁵⁰⁴ *Quinto libro* ecc., pag. 102.

¹⁵⁰⁵ *Quinto libro* ecc., pag. 99.

del *Saggiatore*, delle *Lettere sulle Macchie Solari* e del *Discorso* sulle Galleggianti, per far le quali traduzioni egli tenne appresso di sè per più d'un anno e mezzo, sino allo scorcio del 1638, il sacerdote Marco Ambrogetti¹⁵⁰⁶. La stesura de' Problemi dovuta al figliuolo del Nostro è pervenuta infino a noi, appunto per la mano del Viviani: possiamo infatti riconoscere con tutta sicurezza tale stesura in quella copia di dodici problemi, autografa del Viviani, che ora è nei Manoscritti Galileiani, a car. 28r.-35t. del T. III della Par. VI, essendo che in capo ad essa copia il Viviani ha notato, in matita, quanto appresso: «Di mano del Sig. Vincenzio, distesi da lui in più fogli cuciti, in numero 11 che 3 scritti e 8 bianchi; e nella coperta intitolati *Problemi*, di mano del Galileo, e *Problemi distesi dal Sig. Vincenzio*, di mano dell'Ambrogetti». Con questo appunto il Viviani pone fuori di dubbio che quella sua copia dei dodici Problemi è tratta da un originale non solo scritto, ma anche

¹⁵⁰⁶ *Quinto libro ecc.*, pag. 83 e 87.

disteso, da Vincenzio Galilei; e lo conferma citando il titolo scritto sopra la coperta dell'originale dall'Ambrogetti, che dei colloqui in Arcetri del figliuolo col padre poteva essere stato testimonio; mentre possiamo credere che con quel semplice *Problemi*, con cui li intitola Galileo (già cieco, ma che può tuttavia vergare, con mano tremante, qualche parola¹⁵⁰⁷, questi intendesse, null'altro aggiungendo, di attribuirne, con tutta ragione, la paternità a sè, come colui che aveva spiegato le soluzioni al figlio, il quale poi le aveva messe in carta.

Questi *Problemi* adunque, alcuni dei quali erano prima d'oggi inediti, tengono il posto, come abbiamo detto, dell'opera di lunga mano meditata da Galileo; ma pur troppo quanto imperfettamente la rappresentano! Possiamo invero credere che il libro di Galileo ne avrebbe compreso molti più che questi dodici, sebbene

¹⁵⁰⁷ La lettera citata del 23 gennaio 1638 al DIODATI è stata, p. e., dettata all'AMBROGETTI, ma sottoscritta di propria mano da GALILEO: vedi *Quinto libro* ecc., pag. 85.

«impossibil è indovinar quali e quanti»¹⁵⁰⁸; e Galileo, come pensa il Viviani, voleva forse avviarli con la forma dialogica, comprendendoli nella prima delle Giornate che divisava aggiungere alle quattro delle *Nuove Scienze*¹⁵⁰⁹. Questi stessi dodici ci sono giunti incompiuti¹⁵¹⁰; e lo stile di essi (per non parlare del contenuto di alcuni) quanto fa desiderare che Galileo avesse dato egli la veste al suo pensiero! Noi li abbiamo,

¹⁵⁰⁸ *Quinto libro* ecc., pag. 102.

¹⁵⁰⁹ *Quinto libro* ecc., loc. cit.

¹⁵¹⁰ In principio del Problema ottavo è promessa una dimostrazione, che poi non si trova (cfr. pag. 604, lin. 1); al Problema duodecimo doveva tenerne dietro per lo meno un altro (cfr. pag. 607, lin. 4); e come della mancanza della dimostrazione dopo l'ottavo non è da attribuire la colpa al manoscritto, da cui noi abbiamo quest'operetta (cfr. la nota 1 a pag. 604), così molto probabilmente nemmeno dell'esser essa mutila in fine. Abbiamo veduto che i fogli dell'originale di mano di VINCEN- ZIO GALILEI erano «in numero 11, che 3 scritti e 8 bianchi».

ad ogni modo, fedelmente riprodotti dalla copia di mano del Viviani, nel corpo di carattere che a prima vista dimostra, non esser essi scrittura dettata dal Nostro: appiè di pagina abbiamo notato, quando ci parve mettesse conto, qualche raro errore e qualche grafia del codice, che abbiamo corretti.

Ai *Problemi* distesi da Vincenzio Galilei, e che formano nel loro complesso un'operetta, per quanto imperfetta, non abbiamo creduto opportuno di unire quelli, piuttosto che problemi risolti, appunti per le risoluzioni, o anche semplicemente enunciazioni di quesiti, che abbiamo trovato disseminati qua e là nei manoscritti del Nostro, e che veramente sono da attribuire a lui; ma ci parve miglior consiglio pubblicare questi appunti tra i *Frammenti* di cui diremo tra poco. Riconosciamo in tali appunti (e alcuni risguardano gli argomenti stessi dei quali trattano i *Problemi* di Vincenzio Galilei) quei materiali che il grande ricercatore della Natura raccoglieva per l'opera divisata; e non ne mancano di quelli di cui è lecito determinare con qualche preci-

sione la data, e che confermano quanto risulta dalla lettera a Belisario Vinta, cioè che fino dagli anni, possiamo dire, giovanili Galileo andava pensando al libro «de i problemis»¹⁵¹¹. In appendice a' *Problemi* abbiamo invece dato posto a un brevissimo ricordo d'una semplice maniera immaginata da Galileo «per cavar da un medesimo tino il vino dolce e maturo e far che vi resti l'agro». Dobbiamo questo ricordo, che non è inedito¹⁵¹², al Vi-

¹⁵¹¹ Accenniamo agli appunti che pubblichiamo a pag. 633, lin. 11-18, e che si leggono, autografi del Nostro, in mezzo a note, pure autografe e d'argomento non scientifico, che risalgono agli anni della dimora di GALILEO in Padova: cfr. ANTONIO FAVARO, *Galileo Galilei e lo Studio di Padova*, Firenze, Successori Le Monnier, 1883, vol. II, pag. 189.

¹⁵¹² Fu già stampato dal TARGIONI TOZZETTI, *Notizie degli aggrandimenti delle scienze fisiche* ecc., In Firenze, MDCCLXXX, Tomo III, pag. 110, che lo ricavò dallo zibaldone del VIVIANI di cui noi profitiamo

viani, il quale lo scrisse in un suo zibaldone autografo¹⁵¹³, e a cui l'«invenzione del Galileo» era stata insegnata da un altro discepolo del Nostro, Andrea Arrighetti.

Ai *Problemi* facciamo seguire i *Frammenti* di vario argomento, coi quali si compie l'edizione delle Opere scientifiche di Galileo.

Vengono prime due serie di pensieri e di appunti (per la maggior parte inediti), talora alquanto sviluppati, talora contenenti quasi soltanto delle enunciazioni di questioni o dei titoli, e succedentisi alla rinfusa, senza alcun ordine d'argomento, qua e là anche con ripetizioni, che così abbiamo trovato, copiate di mano del Viviani, nei Manoscritti Galileiani, a car. 60r. e t. e a car. 61r.-64r. del T. III della Par. VI. Il Viviani nota in capo alla prima d'averla trascritta «da un mezzo foglio, scritto di mano del Galileo», e in capo alla seconda avverte:

¹⁵¹³ Mss. Gal., Tomo CXXXV dei *Discepoli*, car. 5r. Vedi pag. 607, nota 1.

«Di mano di Messer Marco Ambrogetti, in 4°, da 4 facciuole»: questa nota però, che ci permette di assegnare tale scrittura con ogni verisimiglianza al 1637 o al 1638, non si può estendere a tutta la scrittura stessa; che di fronte ad alcune linee di essa il Viviani avverte: «Di mano del Galileo», e di fronte ad alcune altre: «Di mano d'un servidore»¹⁵¹⁴. Quella prima serie d'appunti porta in testa l'intitolazione: «Nell'arte navigatoria»; ma nè tutto ciò che poi tien dietro, è relativo a questo argomento, nè mancano appunti attenenti all'arte navigatoria nella seconda serie. In questa troviamo, come sopra abbiamo accennato, le enunciazioni di parecchi dei problemi distesi da Vincenzio Galilei, e di molti altri ancora; troviamo appunti che risguardano gli argomenti di opere diverse del Nostro, a partire dalla scrittura sua

¹⁵¹⁴ Vedi pag. 615, nota 1. Il «servidore» può essere PIER FERRI, della cui mano è uno squarcio tra i *Frammenti attenenti ai Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze*, che contiene alcuni dei concetti stessi accennati in questo appunto: cfr. pag. 441, lin. 1-15.

giovanile sulla *Bilancetta* e venendo fino ai *Dialoghi delle Nuove Scienze* e alla Giornata aggiunta *Della forza della percossa* (e uno di questi appunti è anzi un frammento di dialogo, in persona del Sagredo); troviamo un elenco di *Principia Aristotelis*, e persino un motto «da porsi nel titolo del libro di tutte l'opere», cioè, crediamo, nel frontespizio della ristampa, da Galileo vagheggiata, delle sue opere, riunite in un volume. Non sarebbe stato difficile introdurre qualche ordine in tutta questa materia: ma noi non credemmo doverlo fare, poichè pensiamo che quel singolare disordine provenga, almeno in parte, non dal copista, ma da Galileo stesso, e rappresenti, quasi diremmo dipinga, il tumultuario avvicinarsi di tanti e sì diversi pensieri in quella mente, del continuo rivolta a investigare i mirabili e più svariati effetti della Natura.

Tra questi appunti ve n'hanno parecchi che risguardano i moti degli animali e gli errori di Aristotele nel libro *De incessu animalium* (pag. 610, lin. 11-27, e pag. 612, lin. 9-11): essi richiamano in modo speciale la nostra attenzione, perchè sappiamo che su tale argomento

Galileo aveva in pensiero di stendere una particolare scrittura. Uno dei «diversi opuscoli di soggetti naturali» che egli scriveva da Padova nella citata lettera a Belisario Vinta del 7 maggio 1610, di avere tra i suoi scritti, era quello «de animalium motibus»; e tanti anni dopo, cioè il 23 gennaio 1638, comunicava, nella lettera pur citata, ad Elia Diodati: «Sono ancora sul tirare avanti un mio concetto assai capriccioso, e questo è di portare pur sempre in dialogo una moltitudine di postille fatte intorno a' luoghi più importanti di tutti i libri di coloro che mi ànno scritto contro, ed anco di qualche altro autore, in particolare d'Aristotile, il quale nelle sue Questioni Meccaniche mi dà occasione di dichiarare diverse proposizioni belle; ma molto più ancora me ne dà nel trattato *De incessu animalium*, materia piena di cose ammirabili, come quelle che son fatte meccanicamente dalla natura: e qui mostra, essere assai manchevole, ed in gran parte falsa, la cognizione che dall'autore ce ne vien data.» Anche questa scrittura però, che, secondo il Viviani, avrebbe dovuto esser compresa nella quinta

Giornata da aggiungere a quelle delle *Nuove Scienze*¹⁵¹⁵, rimase nella mente dell'Autore: nulla che ad essa si riferisse fu trovato fra le carte di lui dopo la sua morte, e gli appunti a cui accennavamo ce ne possono dare soltanto una qualche idea. Ma poichè nel T. II (car. 15r.-18t.) della Par. VI dei Manoscritti Galileiani ci è stato conservato il principio d'una scrittura di Pier Francesco Rinuccini, scolaro e familiarissimo di Galileo, che è «un saggio fatto ad instigazione del Galileo cieco¹⁵¹⁶, per introduzione all'esame sopra del trattato *De incessu animalium*, che esso Galileo voleva fare» (come in capo alla scrittura stessa si legge), così ci parve conveniente di pubblicare anche questo «saggio», quale appendice agli appunti trascritti dal Viviani, perchè è molto probabile che in esso siano svolti concetti comunicati al Rinuccini

¹⁵¹⁵ *Quinto libro* ecc., pag. 102-103.

¹⁵¹⁶ La circostanza della cecità di GALILEO mostra che la scrittura del RINUCCINI è posteriore al 1637. Egli visitava di frequente il Maestro in Arcetri.

dal Nostro. Il manoscritto che ce ne è pervenuto è copia moderna, della stessa mano di cui abbiamo la scrittura di Galileo *A proposito di una macchina per pestare*; ed è stato esemplato dall'autografo del Rinuccini, che questi aveva dato al Viviani dopo la morte di Galileo¹⁵¹⁷. Noi l'abbiamo fedelmente riprodotto, salvo l'aver corretto i materiali errori dell'amanuense, notandoli quasi sempre appiè di pagina.

Agli appunti trascritti dal Viviani, ed all'Appendice ad essi relativa, segue buon numero di altri frammenti, dei quali alcuni furono già messi insieme, di mano d'un copista del secolo XVII, in due fogli che ora sono nel T. II (car. 5^ar.-6f. e 19r.-20f.) della Par. VI dei Mano-

¹⁵¹⁷ Così interpretiamo la nota che, della stessa mano del copista, si legge in principio della copia e che noi pubblichiamo in capo alla scrittura; e crediamo che l'amanuense non abbia fatto che trascrivere essa nota dal foglio autografo del RINUCCINI che aveva dinanzi, sul quale sia stata scritta dal VIVIANI. Cfr. pag. 562, nota 2.

scritti Galileiani, e molti più abbiamo noi adunati, racimolando nei codici di Galileo, dove si trovano sparsi in luoghi differentissimi. Di quest'ultimi, che in gran parte sono inediti, i più sono autografi di Galileo; altri si leggono di mano di Niccolò Arrighetti o di Mario Guiducci, altri ancora di mano di Vincenzio Viviani ed uno di mano di Vincenzio Galilei; e i frammenti scritti dai discepoli o dal figliuolo del Nostro (come pure alcuni degli autografi) sono estratti da quei Tomi II e IV della Par. V dei Manoscritti Galileiani, dai quali abbiamo ricavato i *Frammenti* attenenti ai Dialoghi delle Nuove Scienze: altrove abbiamo addotto le ragioni perchè dovemmo separarli dai loro compagni, con cui sono materialmente uniti¹⁵¹⁸, ed altresì perchè li attribuiamo a

¹⁵¹⁸ Di uno dei *Frammenti* che pubblichiamo in quest'ultima parte del volume, e che si trova nello stesso manoscritto che contiene i più di quelli attenenti alle Nuove Scienze, NICCOLÒ ARRIGHETTI avverte espressamente: «haec prima propositio non est motus materia». Vedi pag. 619, nota 3.

Galileo, anche se non ne sia rimasto l'autografo¹⁵¹⁹. Quanto a quelli messi insieme nel T. II della Par. VI, e che furono in gran parte, ma in maniera assai scorretta, già più volte pubblicati, noi non dubitando della loro autenticità, per la quale fanno buona testimonianza gli argomenti interni che possiamo desumere dai frammenti stessi, concorriamo nel giudizio che ne fecero gli editori padovani del 1744, da cui furono messi primieramente in luce¹⁵²⁰: e congetturiamo che quella raccolta antica, i cui due fogli furono a torto dissepolti da chi li legò nel Tomo che ora li conserva, sia stata forse trascritta da appunti del Viviani (presso i cui eredi fu trovata nel 1744¹⁵²¹, appunti simili a quelli fino, a noi giunti

¹⁵¹⁹ Vedi pag. 34 e 36 di questo volume.

¹⁵²⁰ *Opere* di GALILEO GALILEI ecc. In Padova, MDCCXLIV. Tomo III, pag. 442-447.

¹⁵²¹ Cfr. la prefazione *A chi legge* nel Tomo I dell'edizione padovana.

nel T. IV della Par. V. Tale congettura è confermata dal fatto che uno dei frammenti del T. II della Par. VI si ritrova tra quelli di mano del Viviani nel T. IV della Par. V; il qual frammento, altro non essendo che uno squarcio attenente alla cosiddetta Giornata sesta *Della forza della percossa*, noi non lo pubblicheremo qua appresso, ma già ne abbiamo profittato al suo posto¹⁵²².

Tutti questi *Frammenti* si riferiscono a soggetti disparatissimi: a rami vari di scienza, e specialmente a quegli argomenti che tennero più a lungo occupata la mente e l'animo di Galileo; alle sue polemiche con gli avversari; alla diuturna battaglia di tutta la vita contro gli eccessi della dottrina peripatetica. Ognun capisce come sarebbe stato impossibile stabilire un ordine di rigorosa successione tra questi frammenti, e come, d'altra parte, si sarebbero potuti disporre in maniere diverse e secondo diversi criteri: a noi parve di accostare tra loro, formandone de' gruppi, quelli che avessero affinità di

¹⁵²² Vedi pag. 343, nelle varianti.

materia o in cui si potesse scorgere ch'erano stati ispirati dalla medesima idea, da uno stesso intendimento. Non abbiamo perciò esitato punto a separare tra loro quelli che formano la raccolta antica, per così chiamarla, del T. II della Par. VI; anzi abbiamo persino collocato in luoghi diversissimi dei tratti che in quella raccolta si susseguono senza capoverso, perchè non apparisce che alcun criterio direttivo abbia guidato quel trascrittore. Per ciascun frammento indichiamo, in nota, in qual luogo ne' codici, e di qual mano, si legge: ci siamo astenuti, secondo il nostro istituto, da illustrazioni attenenti all'argomento, e che talora si sarebbero potute soggiungere in abbondanza: bensì alcuni frammenti saranno ampiamente illustrati nel Carteggio. Di volta in volta abbiamo riprodotto fedelmente il manoscritto, correggendone sempre i materiali errori, che appiè di pagina abbiamo notato per regola, quando il manoscritto era autografo di Galileo, ma soltanto in rari casi quando avevamo dinanzi delle copie. Dagli autografi raccogliamo anche le parole o i tratti cancellati.

Tra i *Frammenti* si leggono quattro postille (pag. 625, lin. 1-4; pag. 627, lin. 17-19; pag. 637, lin. 3-9), che Galileo scrisse di suo pugno su esemplari di opere proprie od altrui. Non ignoriamo a questo proposito che nelle biblioteche si conservano parecchi altri libri, i quali si giudicano postillati dal Nostro; ma, per quanto ci fu dato esaminare gli esemplari di cui si fa tale stima, possiamo altresì soggiungere, che, tranne i quattro casi ora accennati e le numerosissime postille ad opere degli avversari di Galileo che abbiamo pubblicato nei volumi precedenti, quel giudizio è affatto senza fondamento. E poichè era conveniente che le postille polemiche alle scritture degli avversari fossero pubblicate a' luoghi che loro appartenevano secondo la ragione cronologica, così, non rimanendo per quest'ultima parte del presente volume che quelle quattro, ci parve meglio, piuttosto che riunirle insieme, distribuirle tra i *Frammenti*, ai posti che a ciascuna di esse singolarmente spettavano.

INTORNO AGLI EFFETTI DEGLI'ISTRUMENTI MECCANICI.

A PROPOSITO DI UNA MACCHINA CON GRANDISSIMO PENDOLO ADATTATO AD UNA LEVA¹⁵²³.

Io non posso negare ch'io non restassi ammirato e confuso quando, alla presenza del Serenissimo Gran Duca e degli altri Principi e Signori, mi faceste vedere il modello della macchina da voi, in vero con sottilissima invenzione, immaginata e fabbricata per uso di superare con piccola forza grandissime resistenze, e la quale allora era applicata a tirar su colla tromba con pochissima fatica quella medesima quantità di acqua, che senza l'aiuto

¹⁵²³ Apponiamo noi i titoli alle seguenti scritture: di che cfr. l'Avvertimento.

della vostra invenzione molto maggior fatica ne richiedeva; e quello dal che nacque la somma ammirazione, fu il vedere servirsi voi di un mezzo, che mi pare che a giudizio di ogni uno dovesse non agevolar l'opera, ma grandemente difficoltarla. Attesochè quella forza che non è potente ad alzar cento libbre di peso, chi crederebbe che, aggiugnendovene, oltre alle cento, mille appresso, le alzasse tutte? e quello che accresce lo stupore, che le mille aggiunte fosser quelle che avvalorassero la debil forza del movente? Le vidi, ed io stesso tentai con una semplice e poco pesante leva zancata di alzare il peso, credo, di 40 libbre con una limitata forza, la quale non fu bastante per l'effetto; voi dipoi ingraviste la detta leva con più di 200 libbre di piombo, e tornando a far prova di alzare quelle prime 40 libbre coll'istessa forza, si vedeva alzar queste e le 200 appresso dall'istessa leva, la quale, stando pendente a perpendicolo, nello spignerla, fa il suo moto all'in su: sìchè, e lo replico coll'istessa ammirazione, quel peso di 40 libbre il quale una tal forza non poteva alzare con una tal leva non più grave di due libbre, la medesima forza francamente l'alza adoperando l'istessa leva fatta grave di 200 libbre.

E perchè io, già gran tempo fa, mi era formato un concetto, e per molte e molte esperienze confermatolo, che la natura non potesse esser superata e defraudata dall'arte, nel veder sì fatta maraviglia restai ammirato e confuso: e non potendo quietar la mente nè deviarla dal

meditare sopra questo caso, ho fatto un cumulo di vari pensieri, e risoluto di distendergli in carta e comunicarveli; acciocchè, quando si veda in pratica e nella macchina grande la riuscita della vostra vera acutissima invenzione, io possa da voi essere scusato, e per voi scusato appresso gli altri, che le difficoltà che promuoverò non sono del tutto fuor di ragione, e se¹⁵²⁴ non concludenti, almeno in parte verisimili; e talvolta, quando, nel discorso che son per fare, fosse cosa che muovesse dubbio circa i vostri supposti e fondamenti, possiate coll'acutezza del vostro ingegno usarvi gli opportuni rimedi. Perchè da persona di onore vi affermo, e ne chiamo Dio in testimonio, che io assai più desidero la riuscita di questa invenzione e che tale strumento sia sopra tutti gli altri avvantaggiato, che l'opposito; ancorchè io mi sia lasciato intender in genere, tutte le macchine esser dell'istesso valore, quanto all'effetto da farci

¹⁵²⁴ *ragione, se, s.*

formalmente, tuttavolta che si rimuovessero gl'impedimenti che si possono attribuire alla materia; dal che ne seguita, che le macchine quanto più saranno semplici, tanto meno saranno sottoposte agl'impedimenti, ed in conseguenza di maggiore operazione.

Quando io dico che la natura non permette di esser superata nè defraudata dall'arte, intendo (stando nella materia che si tratta) che avendomi essa natura conceduto, v. g., 10 gradi di forza, che è quanto a dire virtù di pareggiare 10 gradi di resistenza, ella mi nega e non mi permette per artificio veruno il superarne nessuna che sia più di 10 gradi; e di più soggiungo che ella mi vieta l'applicare tutta la mia forza di 10 gradi in superare o muovere una resistenza che sia solamente 4 o 6 gradi, o in altro modo minor di 10. E chi direbbe che, mentre con tutta la mia forza io strappo una cordicella, io tutta la medesima forza adoprassi o potessi adoprare in rompere un debole spaghetti? O se con tutta la mia io alzo un peso di 100 libbre, la medesima io usassi in alzarne uno di 10?

Questo mio primo detto, cioè che per artificio nessuno sia possibile che forza nessuna superi o muova resistenza alcuna maggiore di lei, pare che abbia molte e molte esperienze in contrario, nelle quali vediamo, non senza maraviglia, con piccolissima forza muovere ed alzare gravissimi pesi. Consideriamo la stadera, dove apertamente si vede il romano, che non pesando

più di 10 libbre, contrappesa ed alza una balla che ne peserà più di mille. Guardiamo l'argano: non si vede egli colla forza di un uomo tirare in alto una pietra di 3000 libbre? E non è questo un superare con arte un'immensa resistenza con piccolissima forza? Bene: ma io, Signor mio, da queste medesime esperienze argomenterò tutto l'opposito; e mi maraviglierò come quella balla di 1000 libbre non possa alzare il romano, che non resiste salvo che con 10, e che le 3000 della gran pietra non isforzino l'uomo, la cui forza è eguale appena al momento di 100 libbre. Da questi due strumenti dunque non si può cavare con più vera conseguenza, che l'arte guadagni 100 o 300 per uno, che ella scapiti e perda a cento o trecento doppi: dalle quali due 20 egualmente concludenti conseguenze, tra di loro contrarie, la vera conclusione da tirarsene è, che l'arte, per quanto appartiene al far forza, non guadagna nulla sopra la resistenza della natura; e quella stima che resta negli uomini proviene dal comodo e dall'utilità che caviamo, attesochè mille volte il giorno ci serviamo del romano per alzare e pesar balle, e dell'uomo per tirare in alto gravissimi sassi, e raro o non mai delle balle per alzare i romani, e de' sassi per respignere indietro gli uomini.

Ora è bene che consideriamo in che consista l'aggiustamento fra l'arte e la natura; calcolo e ragione che è assai facile e chiara, mentre che tutto si ragguaglia colla velocità e tardità di moto, o vogliam dire tardità e lunghezza di tempo. È vero che un solo

uomo, la cui forza ha momento per 100 libbre, alzerà e strascicherà per terra 10 mila libbre di peso; ma se noi avvertiremo quanto sia il viaggio che fa l'uomo, e quanto quello che fa la colonna, troveremo che quando questa si sarà mossa un braccio, il motore ne averà camminate 100, che è quanto a dire che il motore si è mosso 100 volte più veloce della colonna: dove si vede che, ragguagliando le partite, quando quel sasso si fosse diviso in cento parti eguali, ciascuna sarebbe stata 100 libbre, e però equivalente alla forza del motore, il quale, in cento viaggi di un braccio l'uno, avrebbe trasportati i cento pezzi del sasso in distanza di un braccio, muovendosi con quella medesima velocità, cioè dentro al medesimo tempo. Il vantaggio dunque dell'argano non è che e' ci diminuisca la fatica o il tempo, ma che la colonna si conduca intera e non in pezzi, i quali poi non si possono rattaccare ed unire in un solo, conforme al nostro bisogno: dove si vede che se il peso da condursi fosse di un vaso di acqua di 100 barili, poco o niun comodo mi apporterebbe il condurre coll'argano tutta la gran botte piena in un sol viaggio colla forza di un uomo, o condurla col medesimo uomo in altrettanto tempo a barile per barile in cento viaggi, avvengachè l'acqua si rattacca insieme e torna in una sola massa come prima.

Due altri modi, in apparenza diversi dal sopradetto, par che l'arte abbia ritrovati per poter pure con pochissima forza superar resistenze grandissime. L'uno è

l'urto o vogliam dire il colpo o la percossa, alla quale par quasi che non sia resistenza che non ceda. L'altro è il fare una, dirò così, conserva e cumulo di forze aggregate insieme: il che si fa quando, imprimendo io la mia forza, che ponghiamo che sia di 10 gradi, in un mobile che me la conservi, torno ad imprimergliene altrettanta, sicchè, congiunta co' primi 10 gradi, in quello che la conserva se ne trovano 20; e continuando d'imprimerne di volta in volta altri 10 e 10, si rauneranno nella conserva 100, 200 e 1000 gradi di virtù, potente a superare resistenze grandissime, contro le quali di niuno effetto era la mia prima virtù¹⁵²⁵ di 10 gradi.

Per una tal conserva di forza accomodato esempio ce ne dà il gravissimo pendolo da voi medesimo adattato alla leva, il quale, ricevendo impulsi dalla debolissima forza, facendo di quelli conserva, ne fa un cumulo, e per così dire un capitale, tanto grande, che soprab-

¹⁵²⁵ *mia pura virtù*, s.

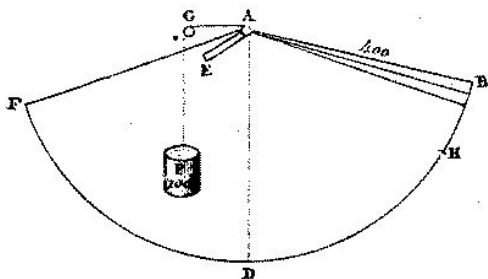
bondantemente ne può andar poi distribuendo ed applicando a superar resistenze, quali la prima forza non bastava a gran segno di muovere. Esemplio della virtù e possanza degli urti ne abbiamo in quelle viti colle quali si soppressano le rasce o si stringono le gabbie dell'ulive per trarne l'olio: le quali viti sul principio, mentre la resistenza non è molta, si volgono con una piccola stanga; ma finalmente, crescendo, nello strignere, la resistenza, conviene moltiplicare gli uomini ed usare una stanga maggiore, colla quale, spingendo, pure si gira la vite; sin che in¹⁵²⁶ ultimo, non bastando più il semplice impulso, si ritira indietro la grande e grave stanga, con la quale, con replicati urti, si arriva a cacciar la vite con que' tre o quattro uomini, dove collo spignere, senza urtare, non la caccerebbero sei o sette.

Sopra queste due esperienze mi par che, con grande accortezza e con sottil ragione, si appoggi il fondamento della vostra macchina: dove si vede, il gravissimo pendolo, quasi abbondante conserva di forze, poterne andar dispensando continuamente

¹⁵²⁶ vite; sicchè in, s.

quella parte e quantità che è necessaria per superare la resistenza del peso che si dee alzare, e di più, servendosi del secondo beneficio degli urti, dopo essersi ritirato indietro, tornare, a guisa di gagliardo ariete, a raddoppiare la percossa e l'impeto. Tutto questo mi par che sia con tanta industria e con tanta sottigliezza d'ingegno compartito, che quando ben l'effetto non rispondesse puntualmente all'aspettazione, io ad ogni modo anteporrei questa a molte altre invenzioni. E perchè io estremamente desidero che l'effetto risponda all'opinione, ho risoluto andar toccando que' dubbi ch'io non so risolvere, e che mi par che possano arrecare qualche intoppo all'opera, acciocchè voi (quello che non so far io) me gli rimoviate, e se ne avessero bisogno, vi arrechiare opportuno rimedio.

Riducendo la vostra macchina artificiosa al più semplice disegno ch'io possa, per più chiara esplicazione del mio concetto, figuro questa DAE esser una leva zancata, sospesa nel punto A; dove intorno ad un asse, o vogliam dire un perno, ella sia convertibile, sicchè spingendo l'asta maggiore AD Verso AF, la



zanca AE venga a urtare col termine E in un rampino G, dal quale penda il peso P da esser alzato, il qual peso pongo, per esempio, esser 100 libbre; suppongo poi, l'asta AD esser, v. g., lunga 5 volte più della zanca AE, e la forza che dee muovere pongo minore assai della resistenza del grave P. Sia per tanto equivalente al momento di 5 libbre, sicchè applicata nel termine D, spignendo verso F, non potrebbe col punto E alzar peso se non minore di 25 libbre, e però impotentissima ad alzar il grave P, supposto esser libbre 100.

A questa impotenza voi soccorrete col sommamente ingravire il braccio della leva AD, convertendolo in un pendolo grave di 400 libbre di peso, o di più ancora, se più ve ne bisogneranno. Apparecchiate queste cose, voi senza errore discorrete, ed in atto pratico osservate, che essendo costituito simil pendolo a piombo secondo il perpendicolo AD, e sostenuto in A con un bilico esquisito, non è forza così piccola, che spignendolo verso la parte F (tolto via il rampino e il peso P), non lo rimuova qualche poco del punto D: e però, applicandovi la supposta forza di 5 gradi, si muoverà alquanto verso F, e lasciato in libertà ritornerà per sè stesso verso D, oltre al quale passerà poco meno d'altretanto verso B quanto, per l'impulso datogli, era pur ora andato verso F. E perchè tal impeto non si è perduto, se coll'istessa virtù

di cinque gradi se gli aggiugnerà il secondo impulso, già ne averà 10, e più oltre trapasserà verso F; ed in somma, aggiugnendo impulso sopra impulso 4, 6, 10 e 20 volte, verremo ad imprimer nel pendolo impeto tale, che ampliando le sue vibrazioni, nello scender dal termine B per l'arco BD sarà bastante a sollevare sè stesso, cioè 400 libbre di peso, per altrettanto spazio sino in F: e tutta questa virtù e impulso è frutto della piccolina forza de' 5 gradi, i quali è manifesto che, continuando gl'impulsi, glie la potrebbero accrescere ancora o almeno perpetuare. Aggiunghiamo adesso il rampino G col peso P di libbre 100: non è da dubitare, che scendendo il pendolo AB per l'arco BD, ed incontrando nel punto D, dove l'impeto suo è il massimo e il moto è il velocissimo, colla zanca AE il rampino G, gli darà d'urto con tal forza, che ben per grande spazio solleverà il peso P delle 100 libbre; e ritornando poi indietro verso B, io a tempo colla replica e giunta de' miei 5 gradi andrò mantenendo in vigore il pendolo e continuando l'opera.

Ora, se il discorso vostro fondamentale procede così, mi si rappresentano alcune difficoltà, che mi muovono a dubitare. E prima, concesso, del che non dubito, che nel pendolo sia stata fatta una conserva di forza potente a sollevare le sue 400 libbre di peso per tutto l'arco DF, questo accaderà sempre tutta volta però ch'ei non trovi intoppo nel viaggio; ma se passando per D urta colla zanca AE in una resistenza di 100 libbre, ancorchè

quivi in D sia il sommo vigore della sua forza, pare che pur glie ne debba in parte essere diminuita, cioè, s'io non m'inganno, la ventesima parte. Imperocchè, trovandosi il pendolo AB, quando è pervenuto in D, con impeto d'alzare le sue 400 libbre sino in E, tal impeto ne alzerebbe colla zanca AE cinque volte tanto, cioè due mila, per essersi posto il braccio AB quintuplo in lunghezza della zanca AE: l'urto dunque nel peso P, che è 100 libbre, detrae 100 dalle due mila, cioè la vigesima parte. Ritorna dunque il pendolo indietro colla vigesima parte manco dell'impeto col quale dianzi si partì, scendendo dal punto B: tal che nella tornata non ricalerà dal punto B, ma da altro H più vicino a D; e l'impeto, che fu come di 400 libbre, verrà ora come di 380, cavandone cioè le venti tolteglì dall'urto in G. Bisognerebbe dunque, per ristorar la perdita de' venti gradi d'impeto, restituirgliene altri venti; ma la forza del movente non ne ha da prestare se non cinque; adunque il pendolo, che nella prima scesa dal termine B si partì con impeto tale che arrivando in D si trovava con 400 gradi d'impeto, in questo secondo passaggio ne averà solamente 385: de' quali il nuovo urto in G torna a levargliene venti (chè tanti son quelli che son necessari per alzare il peso P), tal che i gradi 385 diventano 365; per lo che tornando indietro il pendolo non risalterà alla medesima altezza H, ma più basso, dove il motore gli somministrerà i suoi cinque gradi di forza; sicchè, scendendo con 370, alzerà ben per ancora il peso P, ma con perdita di venti gradi

di forza: e così continuando in ogni andata la perdita di venti ed il ristoro di cinque, in breve tempo mancherà l'aiuto di costa del pendolo.

Propongo, nel secondo luogo, un'altra considerazione. Voi dite: La forza che s'adopra non è più di cinque gradi; adunque colla pura leva DAE, della quale il braccio DA è quintuplo della zanca AE, non si può alzare più di 25 gradi di resistenza: ma la resistenza del peso P è 100 gradi: adunque è impossibile alzarlo. Vero: ma ditemi, se con fare quattro parti del peso P non potrò io colla detta forza alzarne una per volta, e tra quattro volte alzar tutto il peso, come col pendolo io l'alzava in un tratto solo? Certo sì; e l'opera sarebbe ragguagliata, tutta volta che si potesse, nel tempo che col pendolo si danno, v. g., dieci, impulsi, se ne dessero 40 con la leva semplice: il che penso io che si potrà fare. Però considerate le seguenti particolarità nel pendolo.

Prima, a voler che il momento della sua somma gravità lavori, bisogna ritirarlo indietro in gran lontananza dal perpendicolo AD, altrimenti l'urto suo è debole; e questo tornare indietro da D verso B, colla tornata in D, è tutto tempo ozioso e gittato via: ma all'incontro la forza applicata in D alla leva leggiera è tutta utile, lavo-

rando per tutto lo spazio che si spigne verso F. La gravità del pendolo fa che la forza non lo può¹⁵²⁷ brandire, nè far che le sue andate e tornate, cioè le sue vibrazioni, non sieno se non sotto un tempo limitato e assai lungo, in comparazione delle vibrazioni che, apprendendo colla mano il termine D dell'asta leggiera AD, la forza potrà fare molto frequenti. Aggiungasi che se l'andata del pendolo non è per un grand'arco, l'impeto del pendolo scendente non acquista gran momento, e per breve spazio trapassa oltre AD verso E, e poco s'alza la stremità della zanca E, ed in conseguenza poca è l'acqua che si cava in una sgorgata: dove è da notarsi che l'impeto del pendolo sempre va diminuendo nel montar su dal D verso E; ma la forza posta in D, spignendo verso E, sempre è la medesima, sicchè si può continuare quanto ne piace a fare la sgorgata lunga, e cavar in conseguenza più acqua.

¹⁵²⁷ *non la può, s.*

Per concedere alla parte ogni maggior vantaggio che desiderar si possa per la ragione sua, io concedo, i membri di tutta la sua macchina, cioè macine, ruote, conocchie e leve, essere di maniera aggiustate librate e così proporzionatamente compartite, e più gli assi, i perni ed i poli esser tanto delicatamente lavorati, bilicati ed unti, che il tutto insieme, mentre abbia da camminar vacuo, possa esser mosso con qualsivoglia gran velocità da ogni minima forza, da un soffio solamente: e questo si dee intendere trattone il pendolo, il quale, essendo un peso molto grave e dovendo nel muoversi esser alzato (il che non accade ad altro membro della macchina), non può esser rimosso dal suo stato perpendicolare se non da qualche forza. E perchè tal pendolo ritiene per qualche tempo l'impeto che successivamente gli viene dalla virtù movente contribuito, io (persistendo nella medesima larghezza, di concedere alla parte ogni maggior vantaggio) voglio supporre che tal tempo sia una eternità, quando da esterno impedimento non gli venisse fatto resistenza ed intoppo; sicchè finalmente, in virtù di tal impeto impresso nel pendolo, anche tutto

l'ordingo insieme fosse atto a muoversi in perpetuo, muovendosi però vacuo da ogni operazione. Ma quando si levi il pendolo e si aggiunga sotto la macine il grano da frangersi, perlochè ella non si muova più nella sola aria libera, ma urti negli intoppi de' grani frapposti, è ben necessario concedere che per far l'effetto, e continuare l'operazione del macinare, il primo movente vada continuando di far forza, e che dove prima, per mia concessione, tutto l'ordigno, rimossone il pendolo, doveva andare a voto, aggiuntovi ora la resistenza del grano, abbia bisogno d'una determinata e non minor virtù movente. Determini dunque la parte quanto debba esser almeno tal virtù, e chiamisi, v. g., dodici gradi, sicchè da virtù minore di dodici gradi il grano non potrebbe esser macinato: e però possiam dire che la resistenza di esso grano, nell'atto dell'esser macinato, pareggia dodici gradi di virtù movente, senza che niente gli avanzi; e questo s'intende, lavorando, senza il pendolo. Ma considerando la parte come il pendolo è in un certo modo una conserva inesaurita di virtù (poichè egli è atto a ritenere eternamente qualsivoglia impeto una

sol volta conferitogli), e di più vedendo come, col farlo più e più grande e pesante, si può esso ridurre ad esser atto a ricevere e conservare maggiore e maggior numero di gradi di virtù¹⁵²⁸, e che perciò tal immensa virtù gli può esser impressa anco da pochissimi gradi di forza motrice, coll'andar successivamente più e più volte facendogli impeto; considerando, dico, la parte cotali accidenti, ha creduto, coll'intervento del pendolo poter far l'istesso effetto, nel macinare, con forza minore di dodici gradi (che per supposizione è la minima che possa macinare senza il pendolo). Ora, posto il pendolo capace d'ogni gran numero di gradi di virtù, determini la parte quanta forza vuol che sia quella del primo movente, del qual ella si vuol servire, e quanti gradi ella ne voglia imprimere e depositare nella conserva del pendolo innanzi che si cominci a mandare il grano sotto la mola: sia, per esempio, cento gradi. Or cominciando l'operazione, dia il movente il primo impulso, col quale

¹⁵²⁸ *gradi e di virtù*, s.

e' muoverà¹⁵²⁹ il pendolo dal suo stato primo perpendicolare e lo solleverà tanto, che nel ritorno averà acquistato due gradi di virtù quanto è quella del movente (ciò se la parte credesse ch'e' ne acquistasse¹⁵³⁰ più, non occorrerebbe dar più impulsi; perchè ritornando il pendolo verso il perpendicolo, ed avendo egli concepito più di due gradi di virtù, trapasserebbe, spinto da sè medesimo, dall'altra banda del perpendicolo per maggiore intervallo che non fu quello del primo impulso, datogli da due gradi soli del movente, e così successivamente si anderebbe da sè stesso avanzando nell'impeto infinito, che è grande assurdo): ma perchè questa virtù è impressa nel pendolo indelebilmente, tornando il movente a dargli un altro impulso, gl'imprimerà altri due gradi di virtù, sicchè già ritornerà con quattro; e nel terzo impulso ne acquisterà altri due, sicchè saranno sei; e successivamente in 50 spinte acquisterà i cento

¹⁵²⁹ *e' si muoverà, s.*

¹⁵³⁰ *e' non acquistasse, s.*

gradi di virtù, in sè stessa perpetua, quando bene il movente cessasse, pur che non gli fosse opposto alcuno intoppo. Or continui pure il movente la sua operazione, e comincisi a mandare il grano sotto la mola, la resistenza del qual grano, per la supposizione, pareggia 12 gradi di virtù movente. Adunque nel tempo d'uno impulso il movente conferisce due gradi di virtù; ma il grano ne arreca dodici di resistenza; però a i cento gradi d'impeto del pendolo ne saranno levati dieci, ond'egli opererà con novanta solamente. Ma nel seguente impulso il movente ne aggiugne due, e il grano pur ne rimuove dodici, sicchè il pendolo si riduce a lavorar con ottanta; e così conseguentemente, levando il grano cinque volte più che non rimette il movente, in manco tempo di quello di nove impulsi sarà finita la virtù e fermato il mulino, il quale non cominciò a macinare se non dopo il tempo di cinquanta impulsi: e così in tale operazione si sarà buttato via circa $5/6$ del tempo, anzi molto più ancora, se noi meglio andremo considerando il tutto. Sarebbe tale il dispendio del tempo, quando la

virtù adiutrice del pendolo prestasse il suo aiuto continuamente, siccome la resistenza del grano senza intermissione continuamente impedisce: ma il pendolo circa agli estremi termini delle sue andate, nelle quali e' si riduce allo stato di quiete, pochissimo o nulla opera, facendo forza colla sola sua gravità, privata di velocità di moto, la qual velocità egli ancora languidamente acquista mediante la resistenza del grano; dal che ne seguita che i suoi impulsi sono interrotti, e che buona parte del tempo si spende oziosamente.

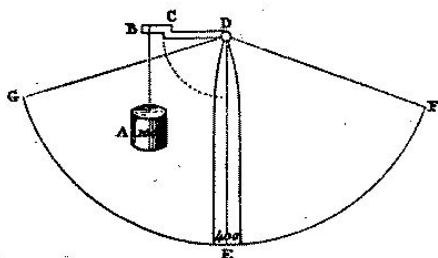
Ma dirà forse l'avversario, poter pur ricever comodo dal pendolo, sebben non così grande quanto sarebbe il già detto, che era il poter fare, mediante l'aiuto del pendolo, con due soli gradi di forza quello che senz'esso si farebbe con dodici gradi; ma dirà, ciò potersi ottenere colla forza di dieci gradi. Ma io, replicando il medesimo discorso, mostrerò, questo esser impossibile, dichiarando che se in dieci impulsi s'imprimono nel pendolo cento gradi d'impeto, operando senza grano, all'incontro nel tempo di 44 impulsi susseguenti la resistenza aggiunta del grano fermerà il macinare: perchè mentre la forza de' dieci gradi moventi fa un impulso tale che i 100 rimangano 98, e scemandone due nell'altro impulso rimangano 96, e finalmente al quarantaquattresimo impulso si riducano a dodici, i quali vengono pareggiati dalla

pura resistenza del grano. E tutto questo segue quando la macchina tutta fosse libera da tutti gl'impedimenti esterni ed accidentari, conforme alla vantaggiosa supposizione fatta a principio: la qual cosa è del tutto falsa e impossibile; anzi gl'impedimenti son eglino pur molti e molto grandi, mediante i tanti tocamenti di denti con ruote e conocchie, di fusi con perni, di poli con sostegni, e dell'immensa gravità stessa delle ruote e delle macchine: tal che assolutamente la forza movente meglio e più validamente opererebbe senza il pendolo, e meglio ancora lavorandosi con una sola e semplice ruota dentata, che toccasse un solo rocchello, adattato nel fuso della macina.

INTERLOCUTORI
SALVIATI, SAGREDO.

SALV. Non so s'io m'abbia ben capito la struttura e la maniera d'operare di questo nuovo strumento, per sollevare con poca fatica pesi gravissimi: dirò ciò che apprendo, e voi supplirete in quello ch'io mancassi. Nel proposto disegno, il peso da essere alzato è questo notato A, posto essere di cento libbre; questa CDE si figura essere una leva zancata, convertibile intorno ad un

perno stabile, fermato in D; il braccio maggiore, che pende, cioè la lunghezza DE, si pone esser quintupla del minore CD; la forza movente, applicata nell'estre-



mità E, è eguale al momento di cinque libbre di peso. Ora, astraendo dal peso della leva, cioè supponendo ch'ella non

pesi nulla, è manifesto che la forza posta in E, non avendo maggior momento che l'equivalente di cinque libbre, spignendo contro al grave A, non potrà coll'estremità C alzar più di venticinque libbre, anzi sostenere; ma l'A è cento, dunque lontanissimo dall'esser mosso da cinque. Per far dunque che questa piccola forza o momento superi la quattro¹⁵³¹ volte maggiore resistenza o momento, servendosi pur dell'istessa lunghezza di leva, si ha l'autor della macchina (in vero con

¹⁵³¹ *superi le quattro, s.*

sottile avvedimento) immaginato di sommamente ingravire il braccio della leva DE, e dove si supposeva esser senza gravità, convertirlo in un pendolo di quattrocento o più libbre, figurato per DFG; ed accomodando al peso A un rampino B, sotto il quale vadia a urtare l'estremità C nella zanca DC, ha senza errore compreso, che mentre il pendolo sia a piombo, ogni minima forza lo può rimuovere dallo stato perpendicolare, nel quale poi, mercè della propria gravità, lasciato libero, ritorna non solamente, ma oltre di quello trapassa quasi altrettanto, quanto dalla detta forza ne fu allontanato: dal che ne seguita, che se nel ritorno, che per sè solo farebbe, se gli applicherà il secondo impulso della medesima forza, trapasserà lo stato perpendicolare di assai più che prima; ed aggiugnendo poi al secondo ritorno il terzo impulso, e così successivamente continuando gl'impulsi a tempo proporzionato a' ritorni, piglierà, a guisa di campana, frega ed impeto tale, che sarà bastante a sollevare in ciascuna sua vibrazione non solo il proprio peso delle quattrocento libbre, ma,

urtando coll'estremità della zanca O nel rampino B, alzerà il peso ancora delle cento di A; e la forza movente, benchè non superiore al momento di cinque libbre, lavorando in E, conserverà e continuerà perpetuamente l'impeto del pendolo, col quale, come si vede in ogni vibrazione, leverà su il peso di cento libbre del peso A col solo peso di cinque. Non so s'io m'abbia bene inteso e spiegato il concetto dell'autore.

SAGR. Inteso, per quanto credo, e spiegato benissimo. Ora che dice V. S. d'invenzione così bizzarra?

SALV. Dico che ha sembianza d'una delle più ingegnose che mai meno cadute ne i più svegliati ingegni; perchè il sentirsi dire «Mentre che colla leva DE tu non sei potente ad alzare la quarta parte del peso A, io voglio far sì che coll'istessa, e nell'istesso modo usata, tu ne alzi non solo le cento di A, ma quattrocento altre appresso, e che queste quattrocento sien quelle che ti avvalorino», pare che trapassi tutte le immaginazioni. Ma vorrei io qui sapere se l'inventore termina qui l'uso di tale invenzione, o pur l'adatta a qualche particolare, con notabile acquisto sopra la facoltà d'altre macchine

indirizzate a simili effetti di alzar pesi.

SAGR. Io credo, e così parmi, che la macchina si potrebbe applicare a varie operazioni, una delle quali, che per ora ha nell'intenzione l'autore, è di applicarla ad una tromba per alzar l'acqua; dove il solido A rappresenta il zaffo, con tutto il peso dell'acqua da alzarsi. E più manifestamente si scorge, che in virtù del pendolo ad ogni sgorgata si potrà buttar fuori gran quantità d'acqua, cosa che senz'esso non si farebbe.

SALV. Tutto cotesto è verissimo: ma crede V. S.. che per ciò tale strumento sia bastante a cavarne notabil quantità più d'ogn'altro? perchè dal discorso fatto sin qui par che si possa concludere un eccesso grandissimo, giacchè colla tromba circoscritta in virtù del pendolo se ne caverà gran copia, e senz'esso nè pure una gocciola.

SAGR. Una differenza tanto grande, quanta è dal molto al niente mi conturba, e mi fa entrare in sospetto che sotto così speziosa e mirabile apparenza non s'asconda qualche gran fallacia: però non so che mi rispondere.

SALV. Credo che il vostro sospetto non sia vano, anzi

tengo per fermo che non pochi altri strumenti, nel presente caso di alzar acqua, non saranno inferiori a questo; ma per non avere a fare lunghi discorsi nel paragonarlo con altri molto diversi, voglio che trattiamo una simil tromba, la quale lavori coll'istessa leva zancata, privata e libera dalle quattrocento libbre del pendolo e da ogn'altro peso. Ma prima che passar più avanti, penso di poter mostrare a V. S., con certa general considerazione, come veramente è forza che nel discorso sopra fatto si occulti qualche fallacia. Però ditemi, se (rimosso il peso A) applicata una limitata forza equivalente, v. g. di quattro libbre di peso, a spignere e far vibrare il pendolo DE di peso di quattrocento libbre, vi sia necessaria una distanza determinata, oltre alla quale non sia possibile passare.

SAGR. Circa questo che V. S. mi domanda, stimo primieramente, che non solo il momento delle quattro libbre di forza sarà bastante a rimuovere il pendolo dalla quiete, cioè dallo stato perpendicolare, ma che ogni minima che se gli applichi ne lo rimuoverà, la quale poi,

secondo che sarà maggiore, per maggior distanza lo sospignerà. Inoltre, se nel ritornare indietro, che farà esso pendolo per la propria gravità, la detta forza lo risospignerà, lo farà slontanare ancor più dal perpendicolo, ma però una forza molto inferiore al momento della gravità del pendolo, quale è la preposta di quattro libbre, v. g. un arco di dieci o dodici gradi, oltre al quale non potrà giammai far sormontare.

SALV. Così è necessario che sia. Ma quando, levato il peso del pendolo, la leva DE restasse leggierissima, e quella medesima forza delle quattro libbre se gli applicasse, sino a quanto allontanamento dal perpendicolo la potrebbe sollevare?

SAGR. Potrebbe accompagnare per tutto un intero quadrante e più.

SALV. Or torniamo alla figura col pendolo: e posto che esso dal momento delle quattro libbre di forza non potesse, nè accompagnato nè vibrato, muoversi oltre a dieci gradi, quando la distanza CB, tra la zanca DC e il rampino B, fosse di dieci gradi del cerchio descritto

dalla linea DC intorno al centro D, l'estremità C, cacciata dalla vibrazione del pendolo, non vi arriverebbe mai, e in conseguenza mai non verrebbe alzato il peso A, quando ben fosse solamente un'oncia. Ma consideriamo adesso quello che si potrà fare colla medesima leva zancata, rimossone il peso del pendolo: e perchè si è concluso che le quattro libbre di forza potranno sospigner la leva non solo oltre a dieci, ma oltre a novanta gradi, quando l'estremità C della zanca arriverà al rampino B, essendo la leva ED quintupla della zanca DC, la forza quattro potrà levar venti di resistenza che fosse in A. Ecco dunque scoperto come nel discorso fatto di sopra ci è sotto qualche fallacia: poichè in quello si concludeva, che la medesima leva in virtù del gravissimo pendolo alzava gran peso, e senza il pendolo non alzava nulla; ed in questo, per l'opposito, si dimostra, che la giunta del grave pendolo toglie del tutto il poter alzar gran peso, che senza il pendolo comodamente si solleva con quattro di forza. La proposizione dunque universale, che la gravità aggiunga forza alla leva nell'alzar pesi, è falsa.

A PROPOSITO DI UNA MACCHINA PER PE- STARE¹⁵³²

Molti comodi, e di grandissima utilità, son provenuti in diverse arti manuali dagl'istrumenti meccanici, ed altri se ne possono alla giornata sperare dai professori perfettamente intelligenti d'essa scienza macchinatrice. Ed ho detto *professori perfettamente intelligenti*, perchè altri, che s'applicano a nuove invenzioni svegliati solamente da certo natural talento, ma privo delle ragioni matematiche, le quali intrinsecamente dimostrano la natura dei primi e semplici strumenti dei quali le altre macchine si compongono, possono facilmente restare ingannati dai lor pensieri, e spender vanamente il tempo, le fatiche ed i denari: e di questi il numero è grande; e sarà sempre

¹⁵³² Vedi la nota 1 a pag. 571.

di tutti quelli che credono con la loro arte poter defraudare la natura, cioè poter, o con minor fatica, o con minor dispendio di tempo, effettuare quelle operazioni che senza la macchina non potrebbero effettuare se non con più fatica o in maggior tempo, cosa che, assolutamente parlando, è del tutto impossibile. In quest'errore (se non son io quello che erra) mi par che si trovi involto l'artefice, che avendo veduto quattro pistoncini soli da polvere esser fatti lavorar da tutta la forza d'un uomo, si è persuaso, in virtù d'una sua macchina moltiplicar tanto la forza del motore, che ei ne faccia lavorar sedici; e tanto maggiormente si è confermato in tal suo pensiero, quanto che realmente ha fabbricato la macchina, e visibilmente ne mostra l'effetto: l'effetto, dico, di far andar sedici pistoncini con la forza di un sol uomo. Ora, scusando primieramente la fallacia dell'artefice, dependente invero da una molto probabile apparenza, cercherò, comandato da chi sopra di me tiene assoluto imperio, di scoprire la fallacia, traendo insieme l'artefice d'errore.

E facendo principio da una proposizione che può parere, nel

primo aspetto, molto stravagante, dico che quei pestatori, che l'artefice mi dice lavorar, quello con quattro pistonì; quello con sedici, e altro, se vi fusse, con cento, non è vero che uno pesti con quattro, l'altro con sedici ed il terzo con cento, ma tutti pestano con un piston solo, e non più; ed è come se due, pestando, uno desse i colpi sempre con il medesimo pistone, e l'altro ad ogni colpo lo scambiasse: dove gran semplicità sarebbe il dire (per quanto appartiene all'opra del pestare o poco o assai) che uno pesta con un pistone solo, e l'altro, v. g., con quattro, e che per ciò questo fa quattro volte il lavoro di quello. Vero sarebbe questo, quando costui alzasse li quattro pistonì tutti insieme, e che con essi desse le botte così frequenti quanto l'altro con quel solo. Avverta dunque l'artefice che la moltiplicazione del lavoro non consiste nella moltitudine dei pistonì, ma nella frequenza delle pestate; chè tanto lavora un piston solo quanto mille, tutta volta che il solo darà mille colpi in quel medesimo tempo che i mille ne daranno un per uno.

Ora, venendo alla sua macchina, con la quale mi dice far lavoro per quattro di quell'altre, atteso che colla forza di un uomo fa andar, la sua sedici pistonì, e l'altra quattro solamente; dico che, come ei non vuol altro, io farò che il medesimo uomo ne faccia andare non solamente li sedici, ma venti, trenta e quaranta, con l'ampliare la ruota della volanda, ingrossare l'asse e crescere il numero de' suoi denti, che l'uno doppio l'altro successivamente

alzano i pistoni: questo effetto, dico, lo farò io, ed esso ancora; ma non creda per questo di accrescer l'effetto del pestare il carbone o salnitro in maggior quantità dentro il medesimo tempo. Per crescer l'opra, bisogna crescere non il numero dei pistoni, ma il numero delle pestate: se dunque e' vuol che io intenda ed affermi che la sua macchina da sedici pistoni opri quattro volte più dell'altra dei quattro, bisogna che mi faccia vedere che nel tempo medesimo che l'altra fa dare una botta per uno ai suoi quattro, la sua faccia dare una botta per uno ai suoi sedici, che è il medesimo che dire che nel tempo che la piccola ruota dell'altra macchina dà una volta, anco la sua grande ne dia parimente una; chè quando, per la minore resistenza, il motor facesse dare quattro girate alla piccola ruota mentre che la grande ne desse una sola, l'operazione sarebbe del pari, perchè le botte sarebbono sedici tanto dell'una quanto dell'altra macchina: e così son sicuro che succederà l'effetto, quando la volanda de' quattro pistoni sia fatta con la debita proporzione rispetto all'uso suo, che è di moderare gli urti de' denti dell'asse in quelli de' pistoni, sì che meno ne vengano offese le braccia del movente. Anzi voglio mettere in considerazione all'artefice, che il pensiero suo, di agevolare ancora più l'operazione con il crescere e di grandezza e di peso la volanda, è, per mio credere, per partorirne effetto tutto contrario alla sua intenzione: il che dichiarerò così.

Due sono le resistenze che si hanno a muovere: l'una è dei

pistoni, e l'altra è della volanda. Quella dei pistoni non si accresce o diminuisce per crescere o scemare il lor numero, tutta volta però che se ne abbia da alzare uno per volta; chè così tanto è che i pistoni siano uno, quanto venti. Resta dunque la considerazione della volanda, la quale, sendo figurata in una ruota che ha da girare sopra il suo asse, può essere più o meno resistente, secondo che ella sarà più grave o più grande: perchè, di due ruote del medesimo peso, ma l'una di maggior diametro dell'altra, la maggiore resisterà più al moto, e dalla medesima forza verrà mossa più tardamente, in quel modo che per ritardare il tempo dell'orivolo basta allontanare i due piombi dal centro; di quelle poi di egual grandezza, ma disegual peso, la più grave verrà dalla medesima forza mossa più lentamente. Ora, mentre l'artefice voglia ampliare ancora più la sua gran ruota ed ingravirla con altri piombi, farà che ella necessariamente non si muoverà se non tardamente; che è l'istesso che dire che i pistoni in molto tempo daranno manco botte.

DI ALCUNI EFFETTI DEL CONTATTO E DELLA CONFRICAZIONE¹⁵³³

Credo che più ordinatamente e con magg[io]re brevità] si potrebbe proporre e risolvere la prima questione: nella quale, circa l'ordine, par superfluo il dir da principio *Sit sphaera ABC constituta super circumulum DE*, tornando poi poco sotto a dire *Deinde constituamus, ipsam sphaeram tangere circumulum DE, in eodem puncto [I]*, il che quando sia fatto, è manifesto che la retta dal centro H al contatto I è perpendicolare al piano DE; onde non par ben detto che *a centro H ad contactum I ducatur perpendicularis ipsi piano DE*, e massime adducendo la 18 del 3°, dove non si tratta nè di sfere nè di piani, ma solo di

¹⁵³³ Apponiamo noi questo titolo: l'autografo non ne porta alcuno.

cerchi e di linee. Però forse con maggior proprietà geometrica si potrebbe ordinare e risolvere il tutto così: *Sit cylindri recti et ad orizontem erecti DEFG superior basis circulus DE, cuius centrum I, et axis KI; sitque sphaera ABC, cylindro superimposita, ipsumque tangens in centro I: ductaque ab I ad centrum sphaerae*¹⁵³⁴ *H (quod et magnitudinis et gravitatis est centrum) recta IH, constat, hanc ad basim DE esse perpendicularem, et in directum axi*¹⁵³⁵ *KI. Quod autem in circumvolutione cylindri sphaera immobilis persistat, constat ex eo quia super immoto consistit: talis enim est axis cylindri*¹⁵³⁶, *cuius terminus superior est centrum circuli DE, cui sphaera inhaeret*¹⁵³⁷.

La verità di tal conclusione, presa in astratto, non veggo che si possa negare; ma perchè mi pare che V. S.

¹⁵³⁴ *sphaere*

¹⁵³⁵ Tra *directum* e *axi* si legge, cancellato, *ipsi*.

¹⁵³⁶ *cilindri*.

¹⁵³⁷ *ineret*.

la pigli in concreto, trattando di materie gravi realmente, come sassi e metalli, dubito grandemente che il negozio fusse per succedere altrimenti, cioè che non solo quando l'incumbente solido fusse un prisma o cubo, come ella pone nel secondo luogo, ma anco dell'istessa figura sferica. Imperò che, sia pure essa sfera di materia quanto si voglia dura, come di bronzo o di porfido, ed il piano, medesimamente, del cilindro, terso e durissimo; nel posare la sfera sopra tal piano, gravata dal proprio peso, non resterà con un contatto di un punto indivisibile, ma o incaverà la superficie del cilindro¹⁵³⁸, o ammaccherà la propria, o farà l'uno e l'altro. Il quale accidente io argomento dall'esperienza, mentre veggo palle di porfido, cadenti da alto sopra piani durissimi, ribalzare gagliardamente: argomento che, sì come accade nel pallone ben gonfiato, la superficie di tal palla s'inфлекe alquanto, ed anco quella del piano

¹⁵³⁸ *cylindro.*

soggetto; nel ritorno delle quali 2 superficie al suo pristino stato, disfacendo l'arco e la inflessione, sospingono in alto essa palla: la quale, accompagnata dall'impeto¹⁵³⁹ guadagnato nello scender da alto, fece ammaccature, nella propria superficie e nel piano soggetto, maggiori che non fa nel solo posarvisi con la propria gravità, ma pure anco con questa ve le fa. Sì che, occupando il contatto di tal palla non un punto solo, ma una superficie circolare, ed essendo di più la palla convolubilissima circa 'l proprio centro, io tengo per fermo che alla conversion del cilindro¹⁵⁴⁰ e massime quando il moto fusse tardissimo, essa palla ancora si lascerebbe trasportare.

L'istesso, e molto più, stimo che accaderebbe del cubo o parallelepipedo posatovi sopra 'l medesimo cilindro, e questo mediante la confricazione delle 2 superficie, la quale non veggo che si possa far tanto debole, che si riduca come se ella non vi fusse

¹⁵³⁹ *dal proprio impeto* [*proprio* è cancellato].

¹⁵⁴⁰ *cilindro*

e come che le 2 superficie non si toccassero. Il che mi par che si possa argumentar da questo: che se noi intenderemo una superficie pulitissima, come, v. g., di uno specchio, piana e situata orizzontalmente, sopra la quale sia posata una palla perfettissima e un dado parimente pulitissimo, quando tal superficie, inclinandosi, benchè poch[issimo], si rimuova dall'esser parallela all'orizzonte, la palla scenderà senza dubbio, ma non così farà il dado; e questo perchè la palla, girando, andrà mutando sempre contatto senza alcuna confricazione; ma il dado, non potendo scendere senza che una delle sue facce vadia continuamente confricandosi con quella dello specchio, credo che troverà per tal confricazione intoppo: e quando ciò sia, posato sopra 'l cilindro si lascerà trasportare, non potendo essere che la confricazione si faccia senza resistenza nissuna. Parmi anco che, trattandosi di corpi materiali, sottoposti a vani accidenti oltre al peso e alla figura, si devano porre essi ancora in considerazione: imperò che, oltre alla scabrosità e politura di superficie, per le quali agevolmente o con resistenza possono soffregarsi, vegghiamo gran differenza derivare dall'esser tali superficie, o [mercè] di qualche vapore oleoso, che le rende lubriche, o di qualche altro acido, che le allega, esser quelle pochissimo resistenti, e queste assaissimo, alla confricazione. Guardisi qual sia la [lub]ricità della pelle [dell'] anguille, e la renitenza al tagliare d'un coltello che abbia solamente tagliato qualche frutto, e massime agro.

La sfera¹⁵⁴¹ sopra un piano ad ogni piccola inclinazione scende¹⁵⁴², ma non così una piastra: segno dell'aderenza di tutte le parti.

Nota la differenza tra la confricazione delle parti e la convoluzione, dove sempre si muta contatto, il mobile cede alla confricazione; e però la sfera si moverà al moto del cilindro, e molto più il cubo.

¹⁵⁴¹ Quanto segue si legge, di mano di GALILEO, come un appunto sul margine superiore della carta che contiene la precedente scrittura.

¹⁵⁴² *scenda.*

SOPRA LE SCOPERTE DE I DADI¹⁵⁴³.

Che nel giuoco de' dadi alcuni punti sieno più vantaggiosi di altri, vi ha la sua ragione assai manifesta, la

¹⁵⁴³ Intorno a questo titolo, che apponiamo noi, veggasi l'Avvertimento. L'autografo di GALILEO non porta nè questo nè alcun altro titolo.

quale è il poter quelli più facilmente e più frequentemente scoprirsi che questi¹⁵⁴⁴, il¹⁵⁴⁵ che dipende dal potersi formare¹⁵⁴⁶ con più sorti di numeri: onde il 3 e 'l 18, come punti che in un sol modo si possono con 3 numeri comporre, cioè questo con 6. 6. 6, e quello con 1. 1. 1¹⁵⁴⁷, e non altramente, più difficili sono a scoprirsi che, v. g., il 6 o 'l 7, li quali in più maniere si compongono, cioè il 6 con 1. 2. 3 e con 2. 2. 2 e con 1. 1. 4, ed il 7 con 1. 1. 5, 1. 2. 4, 1. 3. 3, 2. 2. 3. Tuttavia, ancor

¹⁵⁴⁴ *quelli più facilmente e più frequentemente scoprirsi che questi* fu corretto in luogo di *loro più facilmente e più frequentemente scoprirsi*, che prima GALILEO aveva scritto.

¹⁵⁴⁵ Tra *questi* e *il* si legge, cancellato, *Onde, v. gr., il 6.*

¹⁵⁴⁶ Tra *potersi* e *formare* prima aveva scritto *tali punti*, che poi cancellò e corresse in *quelli*; da ultimo cancellò anche *quelli*.

¹⁵⁴⁷ In luogo di 6.6.6.- prima aveva scritto *3 sei*; e in luogo di 1.1.1. aveva scritto *3 assi*.

che il 9 e 'l 12 in altrettante maniere si¹⁵⁴⁸ componghino in quante il 10 e 'l 11, per lo che di eguale uso¹⁵⁴⁹ devriano esser reputati, si vede non di meno che la lunga osservazione ha fatto da i giocatori stimarsi più vantaggiosi¹⁵⁵⁰ il 10 e 'l 11 che 'l 9 e 'l 12. E che il 9 e 'l 10 (e quel che di questi si dice, intendasi de' lor sozzopri 12 e 11) si formino con pari diversità di numeri, è manifesto: imperò che il 9 si compone con 1. 2. 6, 1. 3. 5, 1. 4. 4, 2. 2. 5, 2. 3. 4, 3. 3. 3, che sono sei triplicità; ed il 10, con 1. 3. 6, 1. 4. 5, 2. 2. 6, 2. 3. 5, 2. 4. 4, 3. 3. 4, e non in altri modi, che pur sono 6 combinazioni. Ora io, per, servire a chi mi ha comandato che io deva produr ciò

¹⁵⁴⁸ tra *maniere* e *si* leggesi, cancellato, e *diversità di numeri*.

¹⁵⁴⁹ In luogo di *uso* prima aveva scritto *stima*.

¹⁵⁵⁰ In luogo di *stimarsi più vantaggiosi* prima aveva scritto *più vantaggioso stimarsi*.

che sopra tal difficoltà mi sovviene, esporrò il mio pensiero, con speranza non solamente di scior¹⁵⁵¹ questo dubbio, ma di aprir la strada a poter puntualissimamente scorger le ragioni per le quali tutte le particolarità del giuoco sono state con grande avvedimento e giudizio compartite e aggiustate.

E per condurmi con la maggior chiarezza ch'io possa al mio fine, comincio a considerare come, essendo un dado terminato da 6 faccie, sopra ciascuna delle quali, gettato, egli può indifferentemente fermarsi, 6 vengono ad essere le sue scoperte e non più, l'una differente dall'altra. Ma se noi insieme col primo getteremo il secondo dado, che pure ha altre 6 faccie, potremo far 36 scoperte tra di loro differenti, avvenga che ogni faccia del primo dado può accoppiarsi con ciascheduna del secondo, ed in conseguenza far 6 scoperte diverse; onde¹⁵⁵² è manifesto, tali combinazioni esser 6 volte 6,

¹⁵⁵¹ Prima aveva scritto *sciorre*; poi corresse *scior*.

¹⁵⁵² La parola *onde* fu sostituita al seguente tratto, che si legge cancellato: *ed essendo le faccie del primo dado pur sei, e ciascheduna*

cioè 36. E¹⁵⁵³ se noi aggiugneremo il terzo dado, perchè ciascheduna delle sue 6 faccie può accoppiarsi con ciascuna delle 36 scoperte delli altri 2 dadi, averemo, le scoperte di 3 dadi esser 6 volte 36, cioè 216, tutte tra di loro differenti. Ma perchè i punti de i tiri¹⁵⁵⁴ di 3 dadi non sono se non 16, cioè 3. 4. 5 etc. sino a 18, tra i quali si hanno a compartire le dette 216 scoperte, è necessario che ad alcuni di essi ne tocchino molte; e se noi ritroveremo quante ne toccano per ciascheduno, aremo aperta la strada di venire in notizia di quello che cerchiamo¹⁵⁵⁵: e basterà far tale investigazione dal 3 sino al

potente ad accoppiarsi con qualsivoglia delle 6 del secondo.

¹⁵⁵³ In luogo di *E* aveva scritto *Ma*.

¹⁵⁵⁴ In luogo di *de i tiri* aveva scritto *delle scoperte*.

¹⁵⁵⁵ In luogo di *tra i quali.... cerchiamo*, prima aveva scritto: *è necessario ora che* [e prima ancora, *segue ora che veggiamo ora*] *andiamo distribuendo* [e prima ancora, *distribuendo e investigando*] *le dette 216 scoperte differenti tra essi sedici numeri, ed investigando quante ne toccano per ciascheduno.*

10, perchè quello che converrà a uno di questi numeri, converrà ancora al suo sozzopra.

Tre particolarità si devono notare per chiara intelligenza di quello che resta. La prima è, che quel punto de i tre dadi, la cui composizione risulta da 3 numeri simili, non si può produrre se non da una sola scoperta, o ver tiro di dadi: e così il 3 non si può formare se non dalle 3 faccie dell'asso; ed il 6, quando si dovesse compor con 3 dui, non si farebbe se non da una sola scoperta. Seconda: il punto che si compone da i tre numeri, due de' quali sieno i medesimi e 'l terzo diverso, si può produrre¹⁵⁵⁶ da 3 scoperte: come, v. g., il 4, che nasce dal 2 e da li 2 assi, può farsi con tre cadute diverse; cioè, quando il primo dado scuopra 2, e 'l secondo e terzo scuoprano¹⁵⁵⁷ asso; quando il secondo dado scuopra 2,

¹⁵⁵⁶ Prima scrisse *si possono produrre*; poi, senza cancellare, a *possono sovrappose può*.

¹⁵⁵⁷ In luogo di *scuoprano* prima aveva scritto *ciascuno*.

ed il primo e terzo asso; e finalmente quando il terzo dado scuopra 2, ed il primo e secondo asso. E così, v. g., l'8, in quanto risulta da 3. 3. 2, può prodursi parimente in 3 modi: cioè, scoprendo il primo dado 2, e li altri 3 per uno; o scoprendo il secondo dado 2, ed il primo e terzo 3; o finalmente, scoprendo il terzo 2, ed il primo e secondo 3. Terza: quel numero di punti che si compone di 3 numeri differenti, può prodursi in 6 maniere. Come, per esempio, l'8, mentre si compone da 1. 3. 4, si può fare con 6 scoperte differenti: prima, quando il primo dado faccia 1, il secondo 3, e 'l terzo 4; seconda, quando il primo dado faccia pur 1, ma il secondo 4, e 'l terzo 3; terza, quando il secondo dado faccia 1, e 'l primo 3, e 'l terzo 4; quarta, facendo il secondo pur 1, e 'l primo 4, e 'l terzo 3; quinta, quando facendo il terzo dado 1, il primo faccia 3, e 'l secondo 4; sesta, quando sopra l'1 del terzo dado il primo farà 4 e 'l secondo 3.

Aviamo dunque sin qui dichiarato questi 3 fondamenti: primo, che le triplicità, cioè il numero delle scoperte de i tre dadi, che si compongono da 3 numeri

eguali, non si producono se non in un modo solo; 2°, le triplicità che nascono da 2 numeri eguali e dal terzo differente, si producono in 3 maniere; 3°, quelle che nascono da 3 numeri tutti differenti, si formano in 6 maniere. Da questi fondamenti agevolmente raccorderemo in quanti modi, o vogliam dire in quante scoperte differenti, si possono formare tutti i numeri de i 3 dadi, il che per la seguente tavola comodamente si comprende: in fronte della quale sono notati i punti de i tiri dal 10 in giù sino al 3¹⁵⁵⁸, e sotto essi le triplicità differenti, dalle quali ciascuno di essi può risultare; accanto alle quali son¹⁵⁵⁹ posti i numeri secondo i quali ciascuna triplicità si può diversificare, sotto i quali è finalmente raccolta la somma di tutti i modi possibili a produrre essi tiri.

¹⁵⁵⁸ Dapprima nella tavola aveva notato, invece dei punti dal 10 in giù sino al 3, i punti dall'11 sino al 18, e cioè l'11 al postodel 10, il 12 al posto del 9, ecc., ma poi corresse.

¹⁵⁵⁹ Tra *quali* e *son* si legge, cancellato, *è posto*.

Come, per esempio, nella prima casella aviamo il punto 10, e sotto di esso 6 triplicità di numeri con i quali egli si può comporre, che sono 6. 3. 1, 6. 2. 2, 5. 4. 1, 5. 3. 2, 4. 4. 2, 4. 3. 3 e la prima triplicità 6. 3. 1 è composta di 3 numeri diversi, può (come di sopra si è dichiarato) esser fatta da 6 scoperte¹⁵⁶⁰ di dadi differenti; però accanto ad essa triplicità 6. 3. 1 si nota 6: ed essendo la seconda, 6. 2. 2, composta di due numeri eguali e di un altro diverso, non può prodursi se non in 3 scoperte differenti; però se gli nota accanto 3: la terza triplicità 5. 4. 1, composta di 3 numeri diversi, può farsi da 6 scoperte; onde si nota col numero 6: e così delle altre tutte. E finalmente appiè della colonnetta de' numeri delle scoperte è raccolta¹⁵⁶¹ la somma di tutte: dove si vede come il punto 10 può farsi da 27 scoperte di dadi differenti; ma il punto 9 da 25 solamente, l'8 da 21, il 7 da 15, il 6 da 10, il 5 da 6, il 4 da 3, e finalmente

¹⁵⁶⁰ In luogo di *scoperte* prima aveva scritto *tiri*.

¹⁵⁶¹ In luogo di *è raccolta* prima aveva scritto *si nota e raccoglie*.

il 3 da 1: le quali tutte, sommate¹⁵⁶² insieme; ascendono al numero di 108; ed essendo altrettante le scoperte de i sozzopri, cioè de i punti 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, si raccoglie la somma di tutte le scoperte possibili a farsi con le faccie de i 3 dadi, che sono 216. E da questa tavola potrà ogn'uno che intenda il giuoco, andar puntualissimamente compassando tutti i vantaggi, per minimi che sieno, delle zare, de gl'incontri e di qualunque altra particolar regola e termine che in esso giuoco si osserva, etc.

¹⁵⁶² Tra *tutte* e *sommate* si legge, cancellato, *scoperte*.

INTORNO LA CAGIONE DEL RAPPRE-
SENTARSI AL SENSO FREDDA O CALDA
LA MEDESIMA ACQUA A CHI VI ENTRA
ASCIUTTO O BAGNATO

PER L'ILLUSTRISSIMO SIG. PIERO BARDI DE' CONTI DI
VERNIO¹⁵⁶³.

È ben degno dell'acuteza dell'ingegno di V. S. Illustrissima il problema che l'altro ieri ella messe¹⁵⁶⁴ in

¹⁵⁶³ Nei codici in capo a questa scrittura si legge: *Per l'Illustrissimo Sig. Piero [Pietro, A, B] Bardi de' [di, A, B] Conti di Vernio. Discorso [Discorso manca in M] di Galileo Galilei.*

¹⁵⁶⁴ *ella mise*, A, B.

campo, alla presenza di quei nobilissimi gentil'uomini¹⁵⁶⁵ che furono ad onorare il¹⁵⁶⁶ mio piccolo tugurio che tengo¹⁵⁶⁷ nella villa di Arcetri, e del quale mi domandò che io gli distendessi in carta la risoluzione, mentre che allora non era tempo d'interrompere, parlando, più¹⁵⁶⁸ giocondi ragionamenti. Farollo adesso, più per obedire al suo comandamento che per speranza che io possa arrecarne condegna sodisfazione.

La questione proposta da V. S. Illustrissima è, onde avvenga¹⁵⁶⁹, che andando nella stagione caldissima per bagnarsi nel nostro fiume di Arno, essendosi spogliata

¹⁵⁶⁵ *nobilissimi uomini*, M.

¹⁵⁶⁶ *ad ornare il*, A, B.

¹⁵⁶⁷ *cb'io tengo*, M.

¹⁵⁶⁸ *parlando, i più*, G, M

¹⁵⁶⁹ *avenga*, G.

e trattenendosi ignuda per qualche tempo in luogo ombroso in riva al fiume, dove non sente molestia alcuna nè di caldo nè di freddo, trattenendosi, come dico, ignuda e all'ombra, nell'entrare poi nell'acqua sente su 'l principio notabilissima e quasi intollerabile offesa¹⁵⁷⁰ di freddo; stata¹⁵⁷¹ poi per qualche tempo nell'acqua, ed assuefatta, per così dire, alla sua temperie, va comportando tal freddeza¹⁵⁷² assai temperatamente; uscita poi dell'acqua¹⁵⁷³ e venuta su la medesima ripa ombrosa, dove da principio stette in dolce temperie di aria, sente

¹⁵⁷⁰ *quasi insopportabile offesa*, M.

¹⁵⁷¹ *freddo, e stata*, M.

¹⁵⁷² *tal freddo*, A, B

¹⁵⁷³ *dall'acqua*, A, B.

ora estremo rigore di freddeza, e tale che l'induce a tremare assai gagliardamente; ma se di lì¹⁵⁷⁴ torna a rigettarsi nell'acqua, sente la temperie d'un bagno più tosto caldo che altrimenti, onde la medesima acqua, con l'intervallo di breve tempo, se gli rappresenta ora molto fredda e ora assai calda; ed uscendone di nuovo fuori per andare a vestirsi, gli è forza grandemente tremare. Si ricerca adesso la cagione del rappresentarsi¹⁵⁷⁵ al nostro senso la medesima acqua, e nel medesimo luogo, gratamente calda, che poco avanti parve grandemente fredda.

La questione veramente è assai bella e curiosa; e volendone investigare la ragione¹⁵⁷⁶ e conseguirne¹⁵⁷⁷

¹⁵⁷⁴ *di là*, A, B.

¹⁵⁷⁵ *rapresentarsi*, G

¹⁵⁷⁶ *la cagione*, M.

¹⁵⁷⁷ *consequire*, M.

scienza, andrò proponendo quei principii e manifeste nozioni dalle quali cotale scienza¹⁵⁷⁸ dipende, mostrando con l'esempio del presente progresso quanto sia vero il detto di Platone, che la nostra scienza non è altro che una certa ricordanza di proposizioni da noi benissimo intese e per¹⁵⁷⁹ sè stesse manifeste. Queste proporrò io ordinatamente, e da lei e da ogn'altro che saranno conosciute per vere e note.

Dico per tanto, che se io domanderò a qualunque si sia, di senso e d'intelletto anco meno¹⁵⁸⁰ che mediocre, se mettendo egli la mano in un vaso pieno di acqua, che per lungo tempo sia stato in una stanza ombrosa, ei sentirà l'acqua molto più fredda che l'aria della medesima stanza, so che risponderà di sì, e ciò non per mia

¹⁵⁷⁸ *scienza*, G.

¹⁵⁷⁹ *intese*, *per*, M.

¹⁵⁸⁰ *ancora meno*, A, B; *anche meno*, M.

dottrina, ma per sua propria cognizione. E se, nel secondo luogo, io gli domanderò, se una quantità di acqua stata lungamente in luogo ombroso parrà al mio senso assai più fredda che altra acqua¹⁵⁸¹ che per molte ore sia stata esposta a i più ardenti raggi del Sole estivo, e massime¹⁵⁸² se ella sarà poco profonda, sono parimente sicuro che ei risponderà, tal proposizione esserli manifestissima senza alcuno insegnamento di altri. E se, nel terzo luogo, io l'interrogherò, se egli stima che una quantità di quell'acqua scaldata dal Sole, trasferita nella stanza ombrosa, si raffrederà, ed anco in breve tempo se ella sarà in poca quantità, non è dubbio che egli come cosa notissima¹⁵⁸³ l'affatterà.

Passiamo ora avanti: ed essendo che l'eccesso del freddo d'una quantità di acqua sopra il freddo dell'aria

¹⁵⁸¹ *che l'acqua*, M.

¹⁵⁸² *massimamente*, M.

¹⁵⁸³ *come notissimo*, A, B.

posta nel medesimo luogo è grandissimo, assegni V. S. quel numero che più gli piacerà de i gradi di freddo all'acqua, e quale gli piacerà all'¹⁵⁸⁴aria; ed abbia, per esempio, l'acqua 20 gradi di freddo, e l'aria ne abbi 4. È ben noto a ciascheduno che tra 20 e 4 cascano altri numeri di mezo: ora, all'acqua del fiume che in poca profondità viene scorrendo sotto i¹⁵⁸⁵ raggi del Sole, e che, per conseguenza, riscaldata in parte, ritiene manco di 20 gradi di freddeza¹⁵⁸⁶, gliene assegni¹⁵⁸⁷, v. g., 10¹⁵⁸⁸; là onde, benchè men fredda dell'acqua ombrosa, ella però è più fredda dell'aria opaca, il cui freddo fu posto solo

¹⁵⁸⁴ *gli pare all'*, A, B, M.

¹⁵⁸⁵ *sotto a' raggi*, M.

¹⁵⁸⁶ *di freddo*, B.

¹⁵⁸⁷ *assegnano*, M.

¹⁵⁸⁸ *assegni gradi 10*, A, B.

4 gradi. Consideri adesso V. S. come¹⁵⁸⁹, costituita ignuda nell'aria ombrosa, che solo ha 4 gradi di freddo, si trova in tal temperie, che entrando nell'acqua, la quale, benchè assoluta, ha tuttavia¹⁵⁹⁰ 10 gradi di freddo, sentirà notabile offesa sopra quella che¹⁵⁹¹ sentiva dall'aria¹⁵⁹². Consideri poi come, uscendo dopo qualche tempo dell'acqua¹⁵⁹³ assoluta, entra nell'aria ombrosa, ma bagnata e coperta da uno¹⁵⁹⁴ sottil velo di acqua, il quale, per sua concessione, prestissimo si raffredda e si

¹⁵⁸⁹ *adesso come*, A, B, M.

¹⁵⁹⁰ *assolata, abbia tutta via*, M.

¹⁵⁹¹ *quello che*, G, B.

¹⁵⁹² *dell'aria*, G.

¹⁵⁹³ *dall'acqua*, A, B.

¹⁵⁹⁴ *coperta d'un*, A, M; *coperto di un*, B.

riduce a 20 gradi di freddeza¹⁵⁹⁵, che è quella che si è assegnata all'acqua posta in luogo ombroso. Trovasi dunque in tale stato circondata da 20 gradi di freddeza¹⁵⁹⁶: ben dunque è per sè stesso manifesto, che se ella allora si getterà nell'acqua assolata, spogliandosi 10 gradi della freddeza che la circonda, goderà una tempe-rie assai grata, cioè quella dell'acqua assolata.

Ridotto dunque tutto il discorso in brevi parole, scorgesi, tale diversità derivare dalle due differenti relazioni: cioè che nella prima entrata nell'acqua ella si parte dall'aria che ha poca freddeza, cioè 4 soli gradi, ed entra¹⁵⁹⁷ nell'acqua, la quale, in comparazione dell'aria, ne ha molta, cioè 10 gradi; ma nel secondo ingresso ella si trova circondata da 20 gradi di freddeza (chè tale è l'acqua posta in ombra, della quale ella è bagnata, e che,

¹⁵⁹⁵ *di freddo*, A, B.

¹⁵⁹⁶ *di freddo*, M.

¹⁵⁹⁷ *e entrerrà*, M.

per la sua sottiglieza, repentinamente, posta in ombra, si raffredda), ed entra nell'acqua assoluta assai men fredda¹⁵⁹⁸.

¹⁵⁹⁸ *fredda etc.*, M.

PROBLEMI.

PROBLEMA PRIMO.

Per che cagione, volendo un nuotatore star fermo e a galla su l'acqua, sia necessario ch'ei stia supino, con le gambe aperte, con le braccia distese sopra 'l capo, e intirizzito.

La cagione del problema è questa. Volendo il nuotatore star a galla e fermo, bisogna ch'ei cerchi di farsi nell'acqua più leggieri ch'ei può: e questo gli succederà ogni volta ch'ei s'accomoderà in tal modo, che del suo corpo ne resti sommerso più che sia possibile, perchè un peso di tanto divien più leggieri nell'acqua, di quanto pesa tant'acqua uguale in mole alla parte demersa di esso peso. Ora il nuotatore stando nell'acqua supino, viene a farsi in essa leggierissimo, perchè, dalla bocca e piccola parte del viso in fuori, tutto 'l resto del suo corpo resta immerso; che se in altra positura ei si accomodasse, v. g. bocconi o per lato, non gli riuscirebbe lo stare a galla senza muoversi, perchè tanto si sommer-

gerebbe, che cacciando la bocca sott'acqua, per non poter respirare andrebbe a rischio d'affogarsi. Inoltre gli è necessario ch'ei tenga le gambe aperte assai, perchè, essendo il nostro petto, per l'aria che in esso si racchiude, mercè de' polmoni grandi assai, molto più leggiero nell'acqua che le cosce e le gambe, che son massiccie e piene, non bisogna che il nuotatore le tenga strette ed unite, perchè il lor centro di gravità cascherebbe assai lontano dal petto, onde sarebbe sforzato il nuotatore, per la leva e bricollo delle gambe e cosce, a dirizzarsi, nè potrebbe stare a diacere; dove che, se le terrà aperte e separate, il lor centro della gravità verrà più vicino al petto, e così gli faranno manco leva. Bisogna ancora ch'ei tenga le braccia distese sopra 'l capo, perchè, tenendole così, viene a contrapesare il peso delle gambe e delle cosce; che se le tenesse accosto a i fianchi, aiuterebbe, col peso delle braccia, le gambe e le cosce a farlo dirizzare e tirarlo giù. Ed in ultimo gli conviene star con la vita intirizzata, sì che ei venga a far del suo corpo un composto solo, perchè se si abbandonasse e si lasciasse andare, le braccia e le cosce e le gambe, essendo più gravi del petto, anderebbero al fondo, e seco tirebbero il nuotatore.

PROBLEMA SECONDO.

Uno va per bagnarsi in Arno: si spoglia e si mette a sedere all'ombra; stando così, sente un fresco comportabile e temperato; entra poi nell'acqua, e gli par di sentirla assai fredda; statoci un pezzo, ne esce, torna all'ombra, e sente un freddo estremo; di nuovo si tuffa nell'acqua, e dove la prima volta gli parve molto fredda, la seconda gli apparisce più tosto temperata e calda: si domanda adesso la cagione di tal diversità.

Il problema si risolve così. Noi abbiamo in una stanza una tinozza piena d'acqua, e ci è stata, v. g., 15 di: vien¹⁵⁹⁹ uno si spoglia e entra nella tinozza: chiara cosa è ch'ei sentirà assai più freddo in quell'acqua, ch'ei non sentiva innanzi ch'ei vi entrasse; dal che si può concludere che, stando l'aria e l'acqua in un medesimo luogo, cioè ad un istesso caldo o ad un istesso freddo, sempre l'acqua apparirà assai più fredda dell'aria. Diciamo adunque che de i gradi di freddezza, de' quali l'aria ne ha, per esempio, 2, l'acqua ne abbia 10: adunque un'altra acqua che ne abbia 6 soli, apparirà fredda in comparazione dell'aria che ne ha due, ma ben calda in

¹⁵⁹⁹ di freddezza: vien [freddezza è aggiunto d'altra mano]

relazione all'acqua che ne ha 10. Ora, stante questo, colui che si va a bagnare in Arno, mentre sta ignudo all'ombra, gode il fresco temperato dell'aria, che ha due soli gradi di freddezza; ma quando entra nell'acqua d'Arno, sente la freddezza sua, che è di 6 gradi (di 6 gradi, dico, e non di 10, perchè il Sole ardente, che l'ha percossa per lo spazio di molte miglia, glie ne viene aver levati 4); e però in rispetto dell'aria, che ne ha due soli, gli pare assai fredda. Esce poi costui d'Arno e torna all'ombra, bagnato e coperto da un sottilissimo velo d'acqua¹⁶⁰⁰, la quale, per esser pochissima, non sì tosto è condotta sotto l'albero all'ombra, che viene ad acquistare i 4 gradi di freddezza toltigli dal Sole, onde, di 6 ch'ella ne aveva innanzi, si riduce ad un tratto ad averne 10, sì che colui che si bagna non sente più sei gradi di freddezza, ma 10: e però mentre sta sotto l'albero bagnato, sente freddo estremo. Ma se ritorna poi a tuffarsi, entra nell'acqua, che ha 6 gradi soli di freddezza;

¹⁶⁰⁰ *sottilissimo velo velo d'acqua.*

onde perdendo 4 gradi di freddo, gli pare di esser entrato in un bagno temperato.

PROBLEMA TERZO.

Si domanda la causa onde avvenga che il nuotare arrechi grandissimo affanno a i nuotatori, non ostante che e' siano leggerissimi nell'acqua, onde per ogni piccola forza facilmente per essa si muovono.

Si risponde che non è la forza, che si fa per nuotare, quella che arreca l'affanno grande a chi nuota, ma l'avere a tirar sott'acqua buona quantità d'aria, mediante la necessità del respirare: il che si dichiara così.

Io piglio un pallone, e lo voglio gonfiar col mio fiato; piglio un cannello di canna, lo metto nell'animella, e comincio per quello a soffiare nel¹⁶⁰¹ pallone: certo è, che se detto pallone non sarà circondato da altro che dall'aria, assai facilmente mi riuscirà il gonfiarlo; ma se piglierò poi il medesimo pallone sgonfio e lo metterò in

¹⁶⁰¹ *per quello a gonfiar nel.*

un vaso grande, pien d'acqua, e vorrò poi gonfiarlo tenendolo in essa sommerso, chiara cosa è che durerò una gran fatica, perchè mi converrà alzar tanta acqua col fiato, quanta è l'aria ch'io caccio nel pallone. Ora, colui che nuota, non attrae, col respirare, l'aria nel petto, stando circondato da aria, dove con pochissima fatica il nostro petto si gonfia; ma deve respirare e tirar l'aria sott'acqua, della quale tanta mole ne viene ad alzare, ogni volta ch'ei respira, quanta è l'aria che respirando ei manda nel petto, i muscoli del quale, non essendo usi ad un esercizio tanto laborioso, grandemente s'affaticano: e di qui procede l'affanno grande del nuotatore. A questo si può aggiugnere ancora, che essendo per avventura i medesimi muscoli quelli che aiutono a muovere le braccia nel nuotare, gli si viene a raddoppiar la fatica; onde, e per questa e per quella dell'aver a tirar l'aria sott'acqua, cagionano a chi nuota l'affanno che aviamo detto.

PROBLEMA QUARTO.

I funambuli, tenendo un'asta lunga in mano, facilmente camminano e balzano su la corda, e senz'essa con gran difficoltà a pena ci possono camminare. Si domanda ora che aiuto gli porga la dett'asta.

La soluzione del presente problema dipende da tre verissime proposizioni. La prima è tale. Io ho un pezzo di trave, e lo drizzo a perpendicolo sopra terra; drizzato ch'io l'ho, veggo che non vuole stare altrimenti in piedi, ma che comincia a inclinare, per cadersene disteso in terra: allora, se io, che lo vedo cadere, lo soccorro subito, con ogni piccola forza lo terrò che non vadia giù e lo tornerò a drizzare, cosa che non così facilmente farei se lo soccorressi quando e' fusse vicino a distendersi in terra. Da questa prima proposizione se ne cava la seconda, che è questa. Uno per passare un fosso è necessitato di camminar sopra un ponte strettissimo, qual sarebbe un tronco d'un albero o un pezzo di tavola larga $\frac{1}{4}$ di braccio: ora, se costui averà, nel passare, qualche ritegno o appoggio, ben che minimo, sul quale ei possa reggersi quando si sente barcollare, facilmente passerà il fosso, perchè, come aviamo detto nell'esempio della trave, basta ogni piccola forza o resistenza per tener in piedi una cosa che accenni di voler cadere. La terza proposizione è, che con assai maggior prestezza e velocità si vibra e si scuote un pezzo di legno corto con la mano, che non si fa un'asta molto lunga. Ora,

il funambulo, a guisa di quello che ha da passare il fosso pel ponte stretto, ha da camminare sopra una corda, sì che se e' non avesse qualche appoggio, quando e' si sente vacillare, cascherebbe facilmente in terra: ma egli ha l'appoggio, e questo glielo porge l'asta lunga che porta in mano; perchè, quando ei si sente piegare e andar giù da una banda, egli s'appoggia ed aggrava dalla medesima su l'asta, la quale, per esser molto lunga, con gran lentezza si muove alla forza che gli vien fatta; sì che non così tosto ella comincia a muoversi, che il funambulo, al quale basta ogni minimo appoggio per riaversi, si è già riavuto e raddrizzato.

PROBLEMA QUINTO.

Quelli che giocano alla ruzzola, mediante il filo col quale la cingono tre o quattro volte, fanno tiri assai più lunghi che non farebbero senza quel filo: si domanda la causa di questo; ed appresso si ricerca perchè con assai minor velocità vadia la ruzzola quando è in aria, che quando tocca terra, dove velocissimamente si muove.

Così risolverassi il problema. Io ho una girella, forata nel centro e infilzata 'n un perno; gli do su con una mano e la fo girare su quel perno velocissimamente; or, mentre ch'ella gira, la fo uscir del perno e cadere in terra per taglio: che farà questa girella?

Certo che, in virtù del moto ch'io gli diedi quand'ell'era impernata, subito ch'ella arriverà in terra, comincerà a camminare: sì che quel moto ch'io gli diedi, di girare in sè stessa, è cagione ch'in terra ella giri e cammini. Ora, quelli che giocano alla ruzzola, la circondano tre o quattro volte con un filo e poi la tirano, e in quell'istante ella si svolge dal filo con somma prestezza, e per conseguenza viene ad acquistare un moto velocissimo in sè stessa; onde quand'ella arriva in terra, va velocissimamente, non tanto per la forza datagli dal braccio del tiratore, quanto in virtù della veloce circonvoluzione ch'ella ha acquistato nello svilupparsi dal filo. Ma quelli che tirano senza filo, non danno alla ruzzola il vantaggio del girarsi in sè medesima, ma la mandano solamente con la forza del lor braccio; e però tirano manco che se tirassero col filo.

La causa poi perchè la ruzzola vadia con minor velocità mentre cammina per aria che in terra, è perchè in aria ella va solamente con la velocità datagli dalla forza del tiratore, e in terra cammina per la medesima forza e in virtù della vertigine veloce in sè stessa ch'ella aveva innanzi che arrivasse in terra: la qual vertigine in aria non opera nulla, perchè, essendo l'aria tenue e sottile, cede facilmente al girar della ruzzola, la quale, non trovando alla sua rivoluzione intoppo alcuno, non ha occasione di scorrere avanti con più velocità di quella che gli dà il braccio di chi la tira; ma, come ell'arriva in terra, ch'è ruvida e scabrosa,

trova moltissimi intoppi, ne' quali, nel girare, ell'urta e si risospigne a dietro, onde gli è forza di scorrere avanti velocemente non solo per la forza di chi la tira, ma ancora in virtù del suo volgersi in sè medesima.

PROBLEMA SESTO.

Due altri problemi hanno dipendenza dal precedente: in uno de' quali si cerca, perchè quelli che giocano alla palla, tanto difficilmente rimettono le palle che gli son mandate trinciate; e nell'altro si domanda, perchè, giocando alcuni alle pallottole in una strada disuguale e sassosa, piglino la palla per di sopra con la mano, dove, giocando in un pallottolaio piano e pulito, la piglierebbero per disotto.

Il primo problema si risolverà così. Colui che vuol trinciar la palla al compagno che gioca seco, gli dà, con la mestola o con la racchetta, per di sotto in tal modo, che, mandandola innanzi verso 'l compagno, gli dà facoltà di girare all'indietro in sè medesima: sì che quando ell'arriva in terra, viene a fare, mercè di quel girar all'indietro, il balzo verso colui che l'ha mandata, o almeno balza pochissimo verso quello che aspetta di rimetterla, il quale, giudicando il balzo dover esser verso di lui assai più lungo, at-

tende la palla troppo di lontano e resta ingannato e deluso. Similmente non la rimetterà di posta, perchè, non essendo la palla affatto liscia e pulita, ma avendo qualche risalto e scabrosità, viene, nel girare all'indietro per aria, a pigliar vento, onde la sua velocità alquanto si ritarda; si che colui che la vuol rimetter di posta, l'aspetta prima ch'ella non arriva, e, pensando di coglierla, gli tira e fa il colpo vano.

La risoluzione del secondo problema è tale. Quelli che giocano alle pallottole per una strada sassosa, non possono, tirando la palla per terra, aggiustar bene il colpo, per li molti intoppi che troverebbe la palla; ma son necessitati, a guisa di quelli che fanno alle piastrelle, di procurare d'avvicinarsi al lecco, tirando di posta. Ma perchè la palla non fa l'effetto della piastrella, che subito ch'ell'arriva in terra si ferma, è necessario che quelli che giocano trovin modo di fare che la palla si muova manco che sia possibile dal luogo dove la tirano: ma questo gli succede col tirare, presa la palla per di sopra, perchè così, mentre che ella è in aria, viene a girare in sè medesima all'indietro, cioè verso chi la tira, e quando ell'arriva, perchè la forza di chi l'ha tirata la farebbe trascorrere innanzi troppo e allontanarsi dal lecco, il moto ch'ell'aveva in sè stessa vien quasi a contrapesare la detta forza, onde la palla o si ferma o pochissimo trascorre innanzi. Ma quando poi si gioca ne i pallottolai ben netti e puliti, si può benissimo aggiustare il colpo tirando la palla per terra, onde non è necessario il

pigliarla per di sopra.

PROBLEMA SETTIMO.

Si domanda la cagione perchè le trombe che si adoprano per cavar acqua de i pozzi, non alzino l'acqua se non insino ad una certa e determinata altezza.

La cagione di tal effetto dipende da questo. Io piglio un pezzo di catena di ferro, un capo della quale fermo gagliardamente a una trave, ed all'altro comincio ad attaccare del peso: chiara cosa è che quella catena, non essendo possente a reggere un peso infinito, finalmente, se io seguirò a caricarla, si strapperà. Diciamo dunque che un peso, v. g., di mille libbre appunto la facci strappare. Ora, se in cambio di attaccare alla catena un peso di mille libbre, io la farò tanto più lunga che quel pezzo ch'io ci aggiungo pesi le mille libbre, certo è che quella catena si strapperà nè più nè meno che si strappasse prima con le cento libbre di peso: sì che il proprio peso della catena è abile a farla strappare. Ora l'acqua che si tira su per le trombe, si regge in sè stessa sino ad una tale altezza, sì come si reggerebbe la catena alla quale io aggiugnessi un pezzo che pesasse solamente 999 libbre; ma s'io vorrò far passare all'acqua quell'altezza, cioè s'io

vorrò allungar più la sua mole, a guisa della catena alla quale io aggiugnessi un pezzo di 1000 libbre, si strapperà pel suo proprio peso, e non potrà passare altrimenti la detta altezza.

PROBLEMA OTTAVO.

Io ho due lance del medesimo peso e lunghezza, cioè che tanto legno è in una che nell'altra; ma una di esse è piena e massiccia, e l'altra è incavata e vota, a guisa d'una canna: si domanda qual di queste due lance più difficilmente si scaverà e romperà.

Si risponde che la vota farà maggior resistenza nel troncarsi che non farà la massiccia, e tanto maggior quanto maggiore è il diametro suo di quello della piena: il che si dimostrerà qui di sotto. Quindi è che la provida natura, dovendo far gli uccelli molto leggieri, acciò più facilmente si muovessero per aria, ma con le penne gagliarde, acciò potessero durare a volare, dette loro le penne delle ali, le quali son quelle che più dell'altre s'affaticano, di materia leggerissima, ma col calamo voto,

acciò fussero gagliarde¹⁶⁰² e resistenti al troncarsi; chè se con la medesima quantità di materia glie ne avesse fatte piene, assai più facilmente si potrebbero spezzare. E l'istessa industria ha osservato ancora in farli alcuni ossi, come quelli delli stinchi e delle cosce, i quali si veggono molto sottili, e questo per leggerezza dell'uccello, ma voti dentro, perchè e' siano più gagliardi. Ma qui potrebbe domandar uno, perchè la natura non ha fatto a' quadrupedi, e agli altri animali che camminano sopra terra, l'ossa delle gambe vote come quelle de gli uccelli, ma molto grosse e piene di midollo, come si vedono. A questo si risponderà, che i quadrupedi, ed altri animali che vanno sopra terra, andando sempre a pericolo d'urtar le gambe in sassi o altri intoppi, con risico di frangersi o schiacciarsi gli stinchi, era necessario che la natura glie ne facesse pieni e massicci, acciò non così facilmente si potessero schiacciare, perchè, pigliando l'esempio delle due lance, con più facilità si può schiacciar

¹⁶⁰² *gagliardi*

quella ch'è vota, che la piena. Ma gli uccelli, che vanno per aria, dove non hanno a temere intoppo alcuno, hanno gli stinchi e le penne dell'ali vote, e per leggerezza, e perchè nel moto, che fanno nel volare, faccino più resistenza a spezzarsi¹⁶⁰³

.....

PROBLEMA NONO.

Si domanda onde avvenga che un uovo¹⁶⁰⁴ rinchiuso tra le mani per punta, e stretto con grandissima forza, non si possa schiacciare.

¹⁶⁰³ VINCENZIO VIVIANI nella copia scritta di sua mano avverte a questo punto: «Qui appresso nell'originale del Sig. Vincenzo [Galilei] seguita una faccia bianca, m'immagino per scrivervi la dimostrazione di questa proposizione». Cfr. lin. 1 di questa stessa pagina.

¹⁶⁰⁴ *un vuovo*: e così *l'uuovo* (pag. 605, lin. 4), *dell'uuovo* (lin. 9), e tutte le altre volte che tale parola ricorre in questo Problema.

Il presente problema facilmente si risolverà, premettendo come principii alcune vere proposizioni. La prima è, che sì come delle figure piane, e che abbiano il medesimo ambito, la maggiore è il cerchio, così anco delle figure solide, ed isoperimetre, la sfera è la maggiore e la più capace dell'altre. La seconda proposizione è, che la natura grandemente aborrisce il vacuo, onde in essa e' non si dà se non con¹⁶⁰⁵ somma violenza. La terza è, che l'aria si distrae e rarefà, cosa che non può far l'acqua nè altri umori. La quarta è, che prima s'arrende un poco il guscio d'un uovo, e poi si rompe. Ora, da questi principii caveremo la risoluzione del problema. Imperochè, mentre che si preme l'uovo per lo lungo e si spingono le sue punte o estremità l'una contro l'altra, il suo guscio cede alquanto e s'arrende, sì che l'uovo, ch'è di figura oblonga, vien ad acquistar dello sferico, e, per conseguenza, si fa più capace (perchè, come aviamo detto, delle figure solide isoperimetre la

¹⁶⁰⁵ *se son con.*

sfera è la più capace); ma perchè la roba ch'è dentro dell'uovo non è cosa che si rarefaccia e si distenda per poter mantener pieno l'uovo, sarebbe necessario che il luogo che acquista l'uovo nel ridursi alla figura sferica, rimanessi voto. Ma la natura, che grandemente aborrisce il vacuo, repugna gagliardamente, e resiste per far che l'uovo non s'avvicini alla figura sferica, acciò, col diventar egli più capace e per non aver dentro cosa che lo possa riempire, e per esser necessario che il suo guscio s'arrenda alquanto prima che e' si rompa, non si venga a dar il vacuo; quindi è che l'uovo non si può schiacciare. E per confermazione e chiarezza di questo pensiero, piglisi un uovo assai scemo, sì che dentro vi sia di molt'aria, e stringasi per lo lungo, chè al sicuro si schiaccerà; perchè l'aria ch'è dentro, seguirà tanto a rarefarsi e distendersi, per mantener pieno l'uovo mentre, con l'avvicinarsi allo sferico, divien più capace, che il guscio, per non poter cedere ed arrendersi più, si verrà a rompere: ed il medesimo seguirà se faremo nel guscio ogni piccolo foro, sì che l'aria per quello possa entrare nell'uovo.

PROBLEMA DECIMO.

Onde avviene che le stelle ci appariscino al senso immobili, con tutto che le camminino con somma velocità, sì che in brevissimo tempo le passano grandissimo spazio del cielo.

A tal quesito si risponderà così: che le stelle ci appariscono immobili nel medesimo modo che immobile si dimostra la lancetta dell'orivuolo. Perchè, se noi piglieremo un orivuolo, e l'accoderemo in tal maniera, che prodotto il suo indice vada a ferire in una stella posta in oriente, e dall'altra parte di detto indice, che riguarda l'occidente, porremo l'occhio, vedremo che secondo che l'indice si va inalzando, la stella lo seguirà, mantenendosi sempre nell'istessa linea retta dell'indice, nè mai accaderà che noi la veggiamo o sopra o sotto di esso, sì che ci parrà ch'ella si muova al moto dell'indice; il qual moto essendo a noi insensibile, insensibile ancora ci viene a esser quello della stella.

PROBLEMA UNDECIMO.

Onde avviene che in tempo che sia nebbia, e la mattina a buon'ora, si veda

intorno alle siepi grandissima quantità di ragnateli, dove che quando è tempo sereno, e nel mezzo giorno, non se ne vede pur uno.

Si vedono assaissimi ragnateli quand'è nebbia, perchè i fili di essi, che sono, per la lor somma sottigliezza, invisibili, vengono ad esser ingrossati da un grandissimo numero di stille minutissime d'acqua, componenti la nebbia, che ci si posano su; onde si fanno visibili, e ci appariscono come tante filze piccolissime di perle. E per quest'istessa ragione se ne veggono ancora in gran quantità la mattina a buon'ora, perchè l'istesso effetto che cagionano in essi le minute stille della nebbia, lo cagionano anco le stile della rugiada, la qual gli cade sopra la notte; onde poi la mattina si veggono quei fili carichi delle dette stille, le quali, insino che il Sole non le consuma, son causa che noi veggiamo tanta gran quantità di ragnateli.

Due altri problemi hanno dipendenza da questo. Il primo è tale.

PROBLEMA DUODECIMO.

Onde accade che alcune volte doppo una nebbia scoprendosi il Sole, le foglie di viti ed altre frondi divengono aride e si seccano.

La cagione di tal effetto è questa. Si posa (mentre dura la nebbia) su le foglie delle viti una grandissima quantità delle sopradette stille, che sono di figura rotonda e sferica perfettissima; si dissolve poi la nebbia e si scopre il Sole, i raggi del quale passando per quelle piccolissime sferette, percuote per refrazione la foglia che ad esse soggiace: sì che in quel modo che gl'istessi raggi, passando per una palla di cristallo o per una palla piena d'acqua, e percotendo su l'esca o sul panno o altra cosa simile, la riscaldano ed accendono, così anco, passando per quei piccoli globetti, vengono a riscaldar talmente la foglia, che la riardono e seccano affatto. Ma è da notarsi che non sempre accade questo: perchè se la nebbia durasse molto tempo, si verrebbero a radunar su le foglie tante di quelle. minute gocciole, che si rammonterebbero una sopra l'altra, si confonderebbero insieme, finalmente, perdendo affatto la figura sferica, si schiaccerebbero, onde altro non apparirebbe su la foglia che un sottil velo d'acqua; ed in questo caso il Sole non fa in essa quell'effetto che fa mentre quelle gocciole ci son sopra intatte e intere.

Il secondo problema è questo

.....

APPENDICE.

Per cavar da un medesimo tino il vino dolce e maturo e far che vi resti l'agro, lo si faccia empierè il tino d'uve, senza ammostare, in grappoli interi, e si lasci così stare qualche poco di tempo: che, sturando la cannella, uscirà vino maturo, che sarà quello de i grani dell'uve più maturi, spremuti dal peso e carico proprio de i grappoli, che sono i primi a scoppiare; e dopo che sarà uscito tal vino dolce. pigiando ed ammostando l'uve, ne uscirà il vino assai meno maturo, anzi assai agro, secondo però che l'uve per lor stesse saranno più o meno mature generalmente, etc.¹⁶⁰⁶

¹⁶⁰⁶ Questo ricordo si legge nei Mss. Galileiani, a car. 5r. del Tomo CXXXV dei *Discepoli*, già citato a pag. 439, nota 1. In fine di esso ricordo il VIVIANI avverte: «Invenzione del Galileo, provata e riuscita, e insegnatami dal Sig. Senatore Andrea Arrighetti».

FRAMMENTI DI DATA INCERTA.

NELL'ARTE NAVIGATORIA

Quale sia l'uso del timone, e come con esso si volga il vassello con tanta facilità.

Come si possa col medesimo vento navigare in parti contrarie.

Come navigando a orza si mantenga il navilio dritto verso 'l luogo dove si desidera arrivare.

Perchè faccia più viaggio una galera con vento assai mediocre, che a remi, benchè mossa con la forza di 300 e più forzati.

Se sia vero quello che dice Aristotele, cioè che più gagliardamente spinga la vela quanto più è alta; e se ciò avviene per la ragione addotta da esso, e presa dalla leva. E se sia vero che quelli che vogano a mezza galera, voghino più che gli altri a poppa o a prua, parimente per ragione della leva.

Cercare con qual proporzione cresca la velocità del moto, crescendo il numero di quelli che vogano; sì che, essendo in galera 300 schiavi e facendo 3 miglia per ora, quando vogano 100, quante miglia si farà, o quando vogheranno 200, etc.?

Perchè (sì come è in proverbio) impedisce più uno che sia, che non aiutano quattro che voghino.

Se sia possibile guadagnare contro al vento, o almeno trattenersi senza esser rispinti in dietro, e come.

Osservar con l'occhiale se sopra 'l mare si veggono ascendere i vapori o esalazioni come sopra terra.¹⁶⁰⁷

Ragione de' funambuli.

Perchè nel nuotare si stracca il petto e si affanna la respirazione.

Onde avvenga che andando l'estate a bagnarsi, l'acqua del fiume pare freddissima; ma se alquanto dopo si esce fuori, si sente freddo grandissimo; e ritornando nel medesimo fiume, l'acqua che prima parve freddissima, si sente calda.

Con quale artificio alcuni nuotatori si distendano supini sopra

¹⁶⁰⁷ Mss. Gal., Par. VI, T. III, car. 60r: e t., di mano del VIVIANI, il quale in capo al foglio nota, in matita: «Da un mezzo foglio scritto di mano del Galileo».

l'acqua, e quivi restino, senza punto muoversi, a galla.

Qual movimento facciano i pesci per nuotare, e come sia falso che per tale effetto si servano delle alette che hanno sotto la pancia.

Del camminar delle serpi.

Del volar degli uccelli, e qual sia l'uso delle penne della coda in questa operazione, e come essa coda non gli serve per timone, e qual parte del corpo faccia l'offizio del timone.

Errori d'Aristotele nel libro *De incessu animalium*: dove si mostra,

prima, che è falso che i quadrupedi non possano levar da terra nel medesimo tempo li due piedi dalla medesima banda, cioè l'anteriore e l' posteriore, destri o sinistri;

mostrasi, essi quadrupedi muovere le gambe in tutti i modi possibili a combinarsi;

mostrasi l'errore d'Aristotele, mentre scambia il calcagno nel ginocchio, e l'carpo nel gomito.

Erra parimente nel dire che le flessure delle braccia e delle gambe nell'uomo siano contrarie a quelle degli altri bipedi e de i quadrupedi; ma sono in tutti le medesime.

Che i tendini de' muscoli fanno maggior forza i lunghi che i brevi.

Esperienze varie per misurare la forza della percossa.

Con quale artificio si navighi quasi diametralmente contro al vento, guadagnando con lo star su le volte.

Dell'uso de' remi.

Del navigare a orza.

Quanto puerilmente erri Aristotele nell'assegnar la cagione, perchè la vela posta più alta spinga maggiormente il vascello.

Vela, benchè piccola, posta altissima, giova a sostenere la nave che vadia alla banda.

Perchè ne i luoghi montuosi sono più frequenti le tempeste e le varie perturbazioni dell'aria.

Se la cagione de' tremoti si deve stimare esser sopra o sotto terra.

Onde avvenga che il reflusso prima cominci a i Due Castelli che a Venezia.

Perchè le aste lunghe, lanciate, facciano maggior colpo.

Perchè per far diversi effetti si ricerchino diverse grandezze di martelli e lunghezze di manichi.

Quando si voglia ficcar l'asta nel maglio, meglio succederà percotendo l'asta in terra, lasciando il maglio libero, che se altri brancasse il maglio con la mano e percotesse con l'asta in terra.

Una palla molto grave, posata sopra un piano, e che, percossa dal vento gagliardo, non gli ceda nè si muova, se la medesima sarà mossa sopra quel piano sì che riceva il vento ad angoli retti, gli cederà, deflettendo verso la parte che il vento la caccia.

Qual sia la ragione che le trottole e le ruzzole, girate, si mantengano ritte; e ferme, no, ma traboccano.

L'uovo stretto fra le mani per punta, non si rompe.

Perchè la velocità cresce secondo il tempo, gli archi grandi e le ciarabottane e le canne d'archibuso tirano con più forza, avendo tempo d'accompagnare il proietto per più spazio.

Il colpo in materia cedente opera meno tanto, quanto è la ritirata del cedente.

SAGR. Forse per questo i nostri regattatori con canapi e traverse irridiscono le gondole, acciò la spinta del remo non si diminuisca nello sguindolare della barca, che per la sua sottigliezza è vergola.

Come il camminar di noi altri bipedi non sia a onde, ancorchè le gambe siano uguali e che si trovino diversamente inclinate sopra l'orizzonte; dove par che Aristotele e Platone abbiano equivocato.

Inopinabil cosa parrà il sentire, come può essere che di una mole grandissima e gravissima, mentre precipitosamente discende al basso, si possa interporre quiete ed anco moto in contrario.

Le frecce e le aste lanciate, se non sono dirittissime, fanno poco colpo, e perchè. Vedo che ciò accada perchè, se nel percuotere si deve togliere tutta la velocità del percuoziente, allora la percossa è massima; ma se, nel percuotere, la velocità del percuoziente si scema in parte, la percossa resta più debole perchè dipende non da tutta la velocità, ma da quella parte che rimane, cioè dall'eccesso della prima intera velocità sopra la parte detratte.

Le frecce e le aste che non siano diritte, non camminano dirittamente, ma fanno obliquo viaggio, mediante l'obliquo incontro dell'aria, che le piega a orza.

Esperienza d'Archimede falsa intorno alla corona di Ierone,

con l'esplicazione della bilancia per trovare i pesi delle diverse materie

PRINCIPIA ARISTOTELIS.

1. Propter quod unumquodque tale.
2. Si de quo magis, ergo et de quo minus.
3. De quolibet verum est affirmare vel negare.
4. Omne agens in agendo repatitur.
5. Nemo dat quod non habet.
6. Natura non aggreditur facere quod impossibile est esse factum.
7. Quae conveniunt uni tertio, conveniunt et inter se.
8. Ex nihilo nihil fit; immo si quid fit, fit ex nihilo.

Se quello sopra 'l quale si vuol percuotere cederà al percuziente con pari velocità della sua, la percossa sarà nulla. La forza dunque della percossa vien misurata dall'eccesso della velocità del percuziente sopra la cedenza del percosso. Quindi è che le frecce e le zagaglie torte fanno minor colpo, perchè il centro della loro gravità non rispondendo alla cuspidè per la linea del moto, non cessa di proseguire alquanto, torcendosi da vantaggio l'asta lanciata; sì che il moto di esso centro detrae parte della velocità della cuspidè che percuote.

Come senza offesa del pazziente se gli rompa sul corpo una grandissima pietra con un grossissimo martello.

Rompesi un'asta con la percossa d'un pugno.

Rompesi una mazza posata su due bicchieri senza rompergli.

Strappasi una corda attaccata ad una gran pietra, pendente da una simil corda....

Dell'operazioni de' remi, e come la forza de' remiganti non s'impiega tutta nel tirar il remo, mentre la barca scorre.

Perchè i banchi nella galera s'accomodino ad angoli obliqui.

Qual sia l'uso della piccolissima vela posta sopra la gaggia della nave.

La forza che muove non s'impiega tutta se non applicata al mobile mentre è fermo; ma quando esso ancora ha concepito il moto, l'eccesso della virtù movente è quello che solamente lavora. Di qui avviene che mentre la carrozza è ferma, sforzo maggiore bisogna che facciano i cavalli per sbarbarla, come si dice, di quello che fanno poi nel conservarla in moto.

Da porsi nel titolo del libro di tutte l'opere: *Di qui si comprenderà in infiniti esempi qual sia l'utilità delle matematiche in concludere circa alle proposizioni naturali, e quanto sia impossibile il poter ben filosofare, senza la scorta della geometria,*

conforme al vero pronunciato di Platone.

Se a un peso massimo, pendente da una corda, si aggiugnerà per fianco qualsivoglia altro minimo peso, questo alzerà il massimo, essendo che il piccolo scende per un arco verso il contatto etc., ed il massimo ascende per la circonferenza; dal che ne seguirà che la sua salita sia secondo qualsivoglia proporzione minor della scesa del piccol peso.

Col misuratore del tempo si possono numerare le vibrazioni, tenendo il filo in mano come se fusse legato a un luogo stabile; e preso il tempo, con la mente si numereranno senza errore, benchè non si vegghino, le vibrazioni.

Assai manco si salterebbe a piè giunti se minor fusse la lunghezza del piede, e forse il salto sarebbe nullo se si posasse sopra le punte di due con.

Un mobile non può aver impeto verso diverse bande: e però la ruzzola, andando velocemente, si sostiene ritta; ed in fine, mancando la velocità per l'innanzi, comincia a piegare alla banda: e però il peso nelle pallottole lavora pochissimo quando quella si muove velocemente; ma ben lavora assai verso 'l fine del moto, dove egli è lento.

Quando la velocità è l'istessa ed uniforme, gli spazii passati hanno fra loro la medesima proporzione de' tempi; e quando il tempo è l'istesso e le velocità differenti, gli spazii passati son fra di loro come esse velocità. Quando dunque la velocità crescesse secondo la proporzione dell'allungamento del tempo, gli spazii passati crescerebbero con doppia proporzione di quella che cresce il tempo.

Volendo la natura far il cielo inalterabile etc., maraviglia è ch'ella, non l'abbia fatto di sustanza tale che non lasci luogo di dubitare: ma, all'incontro, ammettono i filosofi trovarsi nel cielo qualità, dalle quali più che da tutte l'altre si possa argumentare alterazione etc.; e queste sono il denso ed il raro, le quali appresso di noi sono cagione potissima di moltissime alterazioni, come di gravità e leggerezza etc.¹⁶⁰⁸.

¹⁶⁰⁸ Mss. Gal., Par. VI, T. III, car. 61r.-64r., di mano del VIVIANI, che in capo alla car. 61r. nota: «Di mano di M[esser] M[arco] A[mbrogetti], in 4°, da 4 facciuole»; e di fronte alle lin. 4-8 della pag. 612 avverte: «Di mano del Galileo», e di fronte alle lin. 23 e seg. della pag. 614 fino alla lin.3 della pag. 615: «Di

APPENDICE.

*Del Sig.^{re} Pier Francesco Rinuccini, datomi da esso doppo la morte del Galileo; di sua mano, come un saggio fatto ad instigazione del Galileo cieco, per introduzione all'esame sopra del trattato De incessu animalium, che esso Galileo voleva fare.*¹⁶⁰⁹

Nelle molte delizie per le quali si rende Napoli tra le altre città d'Italia ragguardevole, non sono di minore stima l'acque del Formale, le quali non solo alla sete degli abitanti con diletto soccorrono, ma quelli ancora mandono a torle, che e per diversi mari e per alpi diverse ne sono più che lontani, non perchè d'acque siano

mano d'un servidore».

¹⁶⁰⁹ Intorno a questo appunto vedi l'Avvertimento.

bisognosi, ma per di quelle abbeverarsi più saporitamente. Conservano queste credito per lunghezza di secoli; ed i Napoletani non pure godono di loro salubri purità e freschezza, ma di avere un sì ricco dono dalla natura se ne vanno sopra l'altre nazioni e gloriosi e altieri. Ora, se gli avvenisse che qualche valente empirico ritrovasse con sue distillazioni che le ritengono di qualche miniera che alla nostra complessione è nociva, con quanto ritegno bisognerebbe ch'egli ciò palesasse! quai romori da' paesani si leverebbero contro di lui, vedendo da tali non pensati distillamenti privarsi nell'avvenire del gusto che sin qui avevano goduto, ed esser loro stato messo nel capo uno scrupolo di aver colto, come si dice, co' fiori il serpente! Farebbe ben di mestiero all'alchimista averne più che certa e sicura la prova, per salvarsi dal furore del popolo, che di tante perdite in una perdita si dorrebbe. Non dissimile accidente sarà da temersi da chi che sia, che arrisicandosi a sottilmente esaminare i detti degli antichi filosofi, e so-

pra tutti quelli del *Maestro di color che sanno*, se si abbat-
terà a cosa ritrovarvi che sia¹⁶¹⁰ lontana dal vero, tacerla
più sarebbe forse a suo pro, e imparar da Cam e da At-
teone esser sempre disvantaggioso di scoprir l'altrui
vergogne: ma se forza di verità gli sciogliesse la lingua,
e la natura a vendicare i suoi oltraggi lo chiamasse, per-
chè negherà la voce che da lei ebbe, se ella al figliolo
mutolo di Creso la rese, perchè il padre dell'imminente
pericolo facesse avvertito? Dire è meglio, quando il fine
è buono: e quale può essere o migliore o più lodevole,
che scoprire un veleno che in una fonte pubblica si na-
scondesse, dove tutto il mondo corre a bere senza alcun
riguardo? Tali sono gli scritti di Aristotile, cioè fontane
esposte al pubblico, ove l'umano legnaggio a gara si lan-
cia, per bere avidamente i dogmi filosofici. Laonde se
altri scoprirà, quell'acque limpidissime, riputate pure e
sincere, non esser del tutto da ogni immondizia pur-
gate, molto mescolarvisi di fango, con quali strida sarà

¹⁶¹⁰ *ritrovarvi che che sia.*

assalito, qual tumulto contro di lui, non meno da' fontanieri che da' bevitori, solleverassi? Maggiore al sicuro di quello che l'immaginazione possa rappresentare al pensiero. Sarà dunque lodevole tacersi dove con tanto rischio si ha da comprare la salute di chi ha per male il guarire? Non si ha da tacere. Mettiamo, dunque, alquanto dell'acqua peripatetica, e, distillatala, veggiamo se è così pura e netta, chente altri la ci ha dipinta. Pigliamo dov'egli tratta del camminare degli animali, e prima esaminiamo quel luogo dove del cavallo prende a ragionare.

Dice Aristotile che il camminare del cavallo non si fa, nè può farsi, altrimenti che movendo i piedi in maniera, che vengano come ad incrociarsi; cioè, a dirlo più chiaramente, che quando si muove, v. g., il piede diritto dinanzi, si muova di dietro nell'istesso tempo il manco¹⁶¹¹: imperciocchè se il cavallo movesse tutti e

¹⁶¹¹ *di dietro nell'istesso nell'istesso manco.*

due i piedi dall'istessa banda nell'istesso tempo, gli sarebbe forza cadere, mancandogli quell'appoggio del quale, per sostenersi ritto, l'ha provveduto la natura. Sin qui Aristotile; al quale dentro ogni termine di riverenza rispondendo, dimando così: Da qual cagione avete voi creduto esser derivato che voi non cascassi, ogni volta che voi vi mettesti a camminare? perchè io non credo che, voi andassi per le strade soltanto a piè pari; e se voi non facevate così, non vi facessi portare, vi era d'uopo, volendovi¹⁶¹² muovere, muover prima l'uno dei piedi, cioè spogliare del suo sostegno interamente tutta quella parte, cioè cascare. Forse dal non cascare vi fiancheggiava la ragione, della quale sono manchevoli i cavalli? Oh se questa vale a poter trasgredire, movendosi, l'inviolabil leggi della natura, perchè non ci moviamo noi o senza piegar le ginocchia, o posati sopra piano non sodo e stabile, ma per l'aria, o sulla superficie dell'acque,

¹⁶¹² *portare, ci era di scopo, volendovi.*

o sulle cime delle biade? Ma se egli, osservando gli animali, non istimò conveniente a uomo filosofo rivolger gli occhi in sè stesso; doveva almeno più attentamente fermarsi alla contemplazione di quelli; e se voleva insegnar come si movano i piedi d'un cavallo che si move, bisognava prima imparare in quanti modi si move. Se così faceva, avrebbe veduto che tal volta si muove con i piedi rispondentisi reciprocamente di traverso, come viaggiando egli aveva facilmente osservato; alle volte muove insieme i due dalla medesima banda, come quei cavalli che chinei o portanti sono chiamati; tal ora alzano quei dinanzi uniti, quasi per uniti strascinando quei di dietro, come nelle corbette addiviene; e sovente tutt'a quattro gli levano, e ciò quando vanno in capriole; talvolta ne leveranno anche un solo; e forse in altri modi: ma questi che si son detti mi pare che siano a sufficienza, acciò si vegga quanto sia alla verità contrario il detto di Aristotile circa il muoversi del cavallo. È forse vero che il cavallo caderebbe se movesse tutt'a due i piedi dalla medesima banda, e nell'istesso tempo,

con intenzione di star fermo; e si vede che, così facendo, piega a quella parte e con lui fa piegare chi ci è sopra, e se l'aiuto degli altri due indugiassero, male ne avverrebbe: ma quel pronto soccorso rimedia ad ogni inconveniente. E nell'istessa maniera segue in tutti gli altri moti; talchè se Aristotile diceva: Al cavallo che vuole star fermo conviene tener tutt'a quattro i piedi in terra, a mio parere avrebbe detto bene, non potendo star ritto naturalmente in altra maniera: ma quando egli è in moto, la natura non gli ha limitato l'adoperar le gambe più in questa che in quell'altra guisa, come potrà veder chiunque si piglierà briga di andare a qualsivoglia cavallerizza, ed osservare in quanti modi muova, ad un fischio di bacchetta, il cavallo i piedi obbedienti, etc.

In numeris ab unitate consequentibus, summa cuiuslibet multitudinis ad aliam summam alterius multitudinis, si ab utraque dimidium maximi numeri auferatur, est ut quadratum multitudinis unius ad quadratum alterius multitudinis. Summa enim *ab* est 36; ablato dimidio 8, remanet 32: summa *ac* est 21; ablato dimidio 6, remanet 18: et 32 ad 18 est ut quadratum multitudinis *ab*, nempe 64, ad quadratum multitudinis *ac*, quod est 36¹⁶¹³.

<i>a</i>	1
	2
	3
	4
	5
<i>c</i>	6
	7
<i>b</i>	8

Quando si domanda che proporzione abbia il minor numero col maggiore, si dice un *sub*: come 7 a 3, *dupla sexquitertia*; domandato di 3 a 7, si chiamerà *subdupla sexquitertia*.

Per confrontar con i numeri le proposizioni del 2°

¹⁶¹³ Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 35r., di mano di NICCOLÒ ARRHETTI.

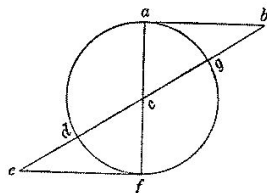
libro, come della 4^a, si fa a questo modo. Sia una linea retta 8 palmi, per esempio; segata in qualsivoglia modo, verbigratia che una parte sia 5 e l'altra sia 3, i quadrati della linea che è 5 e di quella che è 3 sono uguali alli rettangoli contenuti due volte dalle dette linee, cioè da 5 e 3: e si fa in questa maniera. Si raddoppiano i numeri di questi quadrati in sè stessi, come 5 vie 5 fa 25, e 3 vie 3, 9; 25 e 9 fa 34: così ha da tornare raddoppiando nel...¹⁶¹⁴.

ab est media inter *ca*, *as*: nam rettangulum *cas* acquatur rettangulo *fad*. Si enim ducatur *cf*, erit triangulum *caf* simile triangulo *sad*¹⁶¹⁵.

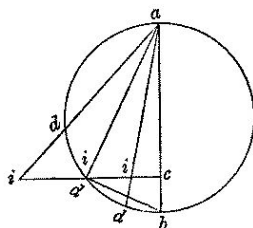
¹⁶¹⁴ Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 27r., di mano di VINCENZIO VIVIANI. In capo al frammento si legge, pur di mano del VIVIANI: «Galileo Galilei».

¹⁶¹⁵ Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 35r., di mano di NICCOLÒ ARIGHETTI.

Si ut eb ad bd , ita est db ad bc , erit
 ita cd ad de ; et quia eb est dupla bc , erit
 $\square ed$ duplum $\square dc$ ¹⁶¹⁶.



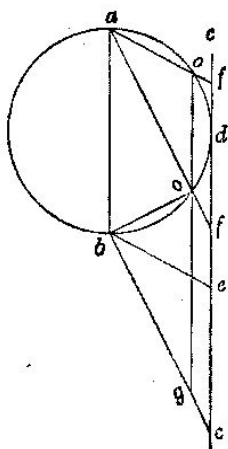
Sit ic perpendicularis ad
 diametrum circuli ab ; quae-
 cumque linea circumferentiae et
 perpendiculari ci occurrens, ut
 aid , dico, rectangulum dai rec-
 tangelo bac esse aequale.



Si enim iungatur recta db , erit angulus in semicirculo
 ad punctum d rectus; estque angulus c quoque rectus,
 communis autem angulus ad a : ergo triangulorum ae-
 quiangulorum dab , cai latera erunt proportionalia, utque
 ba ad ad , ita ia ad ac . Ergo patet propositum¹⁶¹⁷.

¹⁶¹⁶ MSS. Gal., Par. V, T. II, car. 158r., autografo di GALILEO.

¹⁶¹⁷ Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 58r., di mano di MARIO GUIDUCCI. In capo al frammento leggesi la seguente nota, di mano di NICCOLÒ ARRIGHETTI: «haec prima propositio non



Sit circulus, cuius diameter ab , et ipsi parallela tangens ce , et ex termino b quaelibet linea bo in circulo applicetur: dico, perpendiculares quae a terminis b, o ipsi bo accommodantur, protractas, de linea ce partem diametro circuli aequalem semper intercipere.

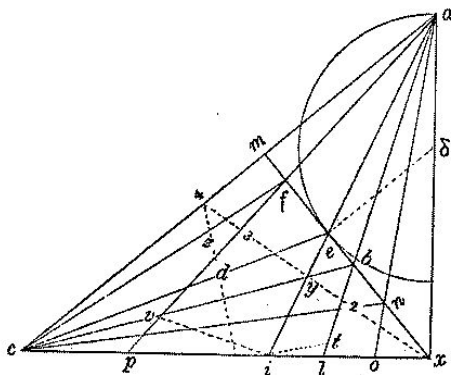
Iungatur enim ao , et extendatur ad tangentem in f , quae ad bo erit perpendicularis, cui ex b parallela sit be : demonstrandum, fe diametro circuli esse aequalem. Id autem constat, quia in parallelogrammo $abef$ latera ab, fe opposita aequalia sunt, ex Elementis.

Vel dicas, quod ducta ex o , og parallela ipsi ab , et bg perpendiculari ad bo , abscindetur semper og aequalis diametro circuli; quod patet ex $\Delta^{is} aob, obg$ similibus et

est motus materia, et haec pagina est hic posita propter secundam».

aequalibus¹⁶¹⁸.

□*iae* esse omnium minimum *lab*, *oan*, *paf* etc., cum
angulus *cax* bifariam sectus sit, pendet ex eo, quod an-
gulus *aem* trianguli *aem* est aequalis angulo *aix* trianguli



angulus *ame* sit aequalis angulo *axi*, et angulus *mae* aequalis angulo *xai* (est enim angulus *a* bifariam sectus), ergo reliquus *mea* reliquo *xia* aequabitur: sed angulus *aem* maior est angulo *abe*: ergo $\angle ail$ est maior $\angle eba$. Si

¹⁶¹⁸ Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 164r., autografo di GALILEO. Se ne ha copia di mano di NICCOLÒ ARRIGHETTI a car. 68r. dello stesso Tomo.

igitur fiat $\angle ait = \angle abe$ aequalis, erit, ob triangulorum similitudinem, ut ia ad at , ita ba ad ae , et $\square iae = \square tab$ aequale: ergo $\square iae$ est minus $\square lab$.

Similiter ostendetur, esse quoque minus $\square paf$: cum enim $\angle aef$, idest ail , sit maius angulo api , erit reliquus afe minor reliquo aip ; si igitur constituatur $ain = \angle ipi$ ipsi afe aequalis, erit $\square vaf = \square iae$ aequale: ex quo patet propositum.

Demonstrabitur¹⁶¹⁹ etiam, quod rectangula talia quae a lineis ex a ad lineam cx ductis et a linea xm sectis, ea quae fiunt a lineis vicinioribus ipsi aei semper minora sunt illis quae a remotioribus describuntur lineis.

Constat insuper, quod media inter iae est omnium mediarum minima, quae cadunt inter paf , lab etc.

Aliter brevius. Posito angulo $ae\delta$ aequali $\angle eam$, erit linea $e\delta$ parallela am ; ergo perpendicularis ad mx , eritque aequalis¹⁶²⁰ δa : quare, centro δ , intervallo δe , circulus

¹⁶¹⁹ *Demonstrabitur.*

¹⁶²⁰ *aequalis*

tanget mx in e : unde patet propositum.

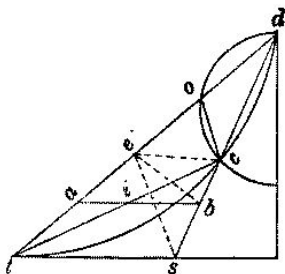
Vide num ya ad $a\beta$ sit ut dc ad $c\tilde{x}$ ¹⁶²¹.

Sit bd media inter sd , dc , et centro d , intervallo b , secetur de , et per b ipsi st parallela bia .

Quia ts tangit, et tc secat, et ba est parallela¹⁶²² ts , erit Δati similis Δtcd .

Credo, angulum *sec* bifariam esse sectum per eb .

Angulus tds duabus circumferentiis oc , ct insistit; ergo illae sunt similes: et circumferentia do similis est dct ; ergo ut linea do ad oc , ita dt ad tc : et quia $\square dsc$ aequatur $\square st$, ergo ut ds ad st ,



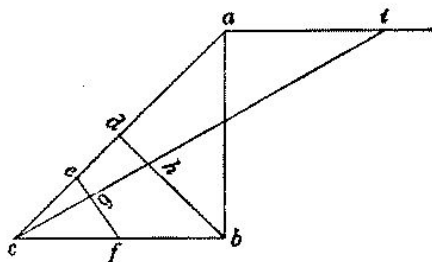
ita ts ad sc : ergo $\Delta^a dst$, tsc similia sunt, quibus et Δodc , icb similia sunt: quia est ut sd ad de , ita de ad dc , ergo Δ

¹⁶²¹ Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 130t., autografo di GALILEO.

¹⁶²² *parallala*.

sde similis est $\Delta^{\circ} dec$, et ut *se* ad *ec*, ita *sd* ad *de*, et ita est *sb* ad *bc*: ergo angulus *ces* bifariam secatur linea *eb*¹⁶²³.

Sit triangulum
rectangulum *abc*, et
ab sit aequalis *bc*, et
secetur bifariam *ac*
in *d*, et connectatur
bd, sitque *ai* ipsi *cb*



parallela; positaque *ae* ipsi *ab* aequali, erunt *ca*, *ae*, *ad*
continue proportionales. Secetur *cb* bifariam in *f* et con-
nectatur *ef*: dico, quod si protrahatur quaelibet linea ex
puncto ad lineam *ai*, utputa *cghi*, esse proportionales *ci*,
ig, *ib*¹⁶²⁴.

¹⁶²³ Mss. Gal. Par. V, T. II, car. 129r., autografo di GALILEO.

¹⁶²⁴ Mss. Gal., Par. V, T. II; car. 176r., autografo di GALILEO. L'in-
tero frammento è cancellato con linee trasversali, e in calce si
legge, pur di mano di GALILEO: «falsa est»

Le parti quante nella linea terminata o sono finite o infinite: finite no, perchè la divisione non s'estenderebbe in infinito; infinite no, perchè la linea proposta sarebbe stata infinita in lunghezza. Dico, nè essere infinite nè finite, ma esser tante che rispondono ad ogni numero: e rispondendo ad ogni numero, non sono infinite, perchè nessun numero è infinito; nè meno sono finite, cioè determinate da qualche numero, perchè d'ogni numero determinato ce ne sono altri maggiori.

La fallacia è nel distinguere, dicendo, *O sono finite, o infinite*; perchè il finito e infinito sono differenti di genere: ed in questa guisa non è buona divisione: *L'avorio o è giallo o è dolce*, potendo essere nè giallo nè dolce.

Dirà alcuno: «Io divido la linea in due parti quante, poi in 4, poi in 100, nè mai arrivo al fine della divisione; adunque nella linea è l'infinito de' quanti». S'inganna questo nel suo discorso, perchè non meno dista dall'infinito il mille che il 100, o che il 20, o che il 4; e dalle 4 alle 20, poi alle 100 ed alle 1000 etc., non si cammina verso la infinità: onde questa inquisizione non ci può accertare se vi sia l'infinito o no; sì come quello che, partendo da Venezia, naviga sempre verso mezzogiorno, non trovando mai Costantinopoli, non può dire: Costantinopoli è lontano da Venezia in infinito», potendo essere o vero che Costantinopoli non sia in natura, o vero che quella strada non vadia in quel verso;

ma potria ben dire, tal distanza esser infinita, quando, andando a quella volta dove fusse Costantinopoli, fusse impossibile l'arrivarvi mai. Concludo adunque, che la via della divisione e subdivisione, non camminando verso l'infinito, non ci serve a niente per concludere se l'infinito vi sia o no.

Puossi continuar sempre la divisione senza che mai le parti siano infinite, ma sempre contenute da qualche numero; perchè non c'è numero del quale non ne sia un altro maggiore, nè vi è numero che sia infinito.

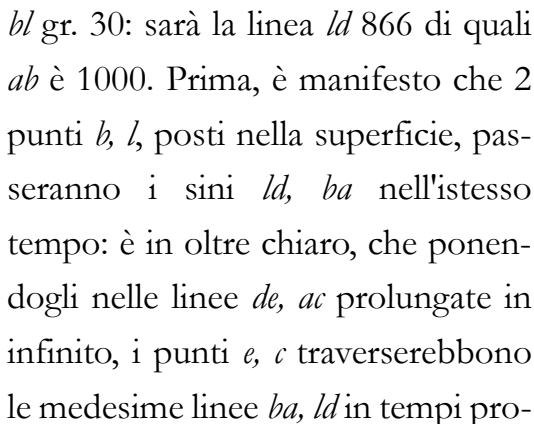
Quello che risponde a tutti i numeri, non è di necessità infinito, perchè non c'è numero alcuno infinito; e quello ch'è determinato da qualche numero, non risponde a tutti i numeri, perchè nessun numero include tutti i numeri. Adunque quello ch'è determinato da qualche numero è altro che quello che risponde a tutti i numeri; e quello che risponde a tutti i numeri è altro che l'infinito. Adunque aviamo tre cose differenti, cioè, quello che è determinato da qualche numero, quello che risponde a tutti i numeri, e l'infinito. Chi dunque

dirà che le parti del continuo sono tante che rispondono ad ogni numero, dirà bene¹⁶²⁵.

Si corpora physica non ex indivisibilibus constant, sed habent quanta minima in quae resolvantur, inquirendum est de ipsorum minimorum figuris, quae dubio procul erunt sphaericae. Asserunt enim causam cur minima naturalia necessario sint quanta; quia, scilicet, talis formae, ut puta lapidis, terrae, auri, sub minori quantitate consistere nequeunt: cum autem tres sint quantitatis dimensiones, dicendum est, formam illius corporis physici sub minori longitudine, latitudine et profunditate, consistere non posse. Dimensiones autem istae in corpore non organico non differunt nisi secundum nostram considerationem; aequales ergo erunt in minimis hisce componentibus, et, per consequens, quia minima,

¹⁶²⁵ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 5^{at}, di mano del sec. XVII.

Sia il globo solare, il cui semidiametro ab , e sia l'arco



1257

porzionali ad esse; sì che, non si dando tal distanza infinita, i transiti per *ba*, *ld* si faranno in tempi che fra di loro aranno minor proporzione che non ha la linea *ba* alla *dl*. E perchè, sendo *dl* 866, *ab* è 1000, ed il tempo per *ld* al tempo per *ba* deve esser come 7 a 8, facciasi come 7 a 8, così 866 a un'altra, che sia *di*; sarà 947¹⁶²⁷, e la rimanente *ig* sarà 53. Adattisi¹⁶²⁸ la *io* eguale a *gd*, e per *a* passi la parallela *ae*, che concorra con *dg* in *e*, e, centro *a*, facciasi 'l cerchio *cef*....¹⁶²⁹.

Fixae sunt admodum exiguae, adeo ut neque Canis

¹⁶²⁷ Nell'autografo si legge 947. In margine del foglio è l'operazione, pur di mano di GALILEO, con la quale egli ricercò il quarto termine della proporzione, o da cui risultò, per errore di calcolo, appunto 947.

¹⁶²⁸ Tra 53 e *Adattisi* leggesi cancellato: *tirisi per i la parallela a bf e per d la parallela ad af*.

¹⁶²⁹ Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 133r., autografo di GALILEO.

ipse multa superet minuta secunda¹⁶³⁰.

Posita $\odot$ diametro gr. 0, m. 34, erit eius discus ad sui caeli superficiem ut 1 ad 221760¹⁶³¹.

Incertum esse numquid caeli medietas appareat supra orizontem necne, ex pluribus causis contingit, maxime autem ex refractionibus, stellas efferentibus; praeterquam quod ipsaemet stellae circa orizontem inconspicuae sunt¹⁶³²

Falsitas observationis Dominici Mariae¹⁶³³ ex eo maxime deprehenditur, quia si in nostro meridiano talis

¹⁶³⁰ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*r.*, di mano del sec. XVII.

¹⁶³¹ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, della mano stessa del frammento precedente.

¹⁶³² Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 36*r.*, autografo di GALILEO.

¹⁶³³ *Marie*.

facta fuisset poli elevatio, in aliis non secundum eandem quantitatem contigisset; quin et in aliis regionibus non nullis fere nihil immutata esset, etc.¹⁶³⁴.

¹⁶³⁴ Questo appunto si legge, di mano di GALILEO, come postilla marginale di fronte alle lin. 2-12 della pag. 213 dell'opera intitolata «GUILIELMI GILBERTI Colcestrensis, Medici Londinensis, *De magnete magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure, physiologia nova, plurimis et argumentis et experimentis demonstrata*. Londini, excudebat Petrus Short, anno MDC», in un esemplare che appartenne già a GALILEO, come egli stesso notò di suo pugno sul frontespizio, e che presentemente è posseduto dalla Biblioteca Nazionale di Firenze ed ivi segnato con la indicazione: *Banco rari, A. 8, p. 3, n. 14 (bis)*. Si riferisce al seguente passo dell'opera del GILBERT: «Quare Dominici Mariae Ferrariensis, viri ingeniosissimi, qui fuit Nicolai Copernici praeceptor, opinio delenda est, quae ex observationibus quibusdam suis talis est. Ego, inquit, superioribus annis, contemplando Ptolemaei Geographiam, inveni, elevationes poli Borei ab eo positas in singulis regionibus, ab iis qui nostri temporis sunt, gradu uno et decem minutis deficere, quae diversitas vitio tabulae nequaquam ascribi potest; non enim credibile est, totam libri seriem in numeris tabularum aequaliter

Utitur, tanquam rationali mensura, temporibus revolutionis diurnae; et eorum particulis menstruas ☾, Solis annuas, alias reliquorum planetarum, reversiones metiri consuevimus: quae, tum inter se, tum primae lationi, incommensurabiles cum sint, irrationabiles ergo et prorsus inexplicabiles extant. Quapropter iis qui sequentur astronomis, sicuti et superioribus omnibus, negotium in astronomia non deerit. Insuper, reliquarum omnium lationum mensuram facimus diurnam revolutionem eiusque particulas, quasi et ipsa aequabilis ac uniformis sit, aequalesque illius arcus aequalibus temporibus respondeant: sed quis observavit, quis vidit, aequatoris aequabilem esse transitum?¹⁶³⁵

depravatam esse: eapropter necesse est, polum Boreum versus punctum verticalem delatum concedere».

¹⁶³⁵ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6r., di mano del sec XVII.

Crediderunt Peripatetici, causam scintillationis fixarum esse remotionem, ob quam visus noster debilis ac trepidans ad illas pervenit, sed, ut rectius loquantur, ob quam illarum fulgor debilis ac titubans ad oculum pertingit: quod, de more, e diametro falsum erit. Nam fixae scintillant, quia, suapte natura lucidae, fulgorem ab intra emittunt, radiosque fulgentissimos vibrant: planetae enim, suapte natura obscuri, alieno tantum lumine in superficie pinguntur; languet exinde ipsorum lux ascititia, quae moveri desinit in planetarum corpora impingens¹⁶³⁶.

Sensum visus asseris omnium maxime fallaciis esse obnoxium, ob idque non leviter quaecunque visui occurrunt esse credenda. Fateor: scias tamen te contra te ipsum obloqui. Dicant enim ego: Quia visus, praesertim si maximis distantibus, decipitur, hinc factum est ut

¹⁶³⁶ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, della mano stessa del frammento precedente.

omnes homines ad haec usque tempora ob visus imbecillitatem decepti sint, credentes, triformem Saturnum unam tantum esse stellam, Iovem solitarium incedere, cum tamen quatuor adstent illi circulatores, Lunari esse superficie perpolita, asperam tamen et tuberosam existentem, ♀ atque ♂ semper circulariter emicare, cum re vera instar Lunae formam in dies commutent: quae omnia priscorum visus, intra naturalis potentiae cancellos obstrictos, latuere; oculis vero nostris, mira perspicillorum efficacia munitis, obviam se se fecerunt¹⁶³⁷.

Dicis, stellarum infra tertiam magnitudinem nullas esse operationes, deque illis nullam ab astronomis curam haberi. Verum tuam inscitiam non agnoscis? nonne nebulosarum curam maximam geris? at nebulosae quid aliud sunt, quam stellarum infra tertiam magnitudinem congeries?¹⁶³⁸

¹⁶³⁷ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*r.*, della mano stessa dei frammenti precedenti.

¹⁶³⁸ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, della mano stessa dei due

Licet, 4 Mediceorum planetarum periodi velocissimae sint, nunquam tamen huc usque iidem fuerunt, qui in serie eosdem obtinebant situs, vel eadem fuerunt intercapedines: quod liquido constat, si consequentes deinceps constitutiones observentur, quae eundem ordinem minime servant. Quod si et horum, numero tantum quatuor, brevissimae restitutiones irrationales sunt, ex quo nunquam eandem inter illos mutuam configurationem reversuram quispiam intelligat, et, quod consequens est, illorum singulorum certas periodos definire impossibile sit, quod, quaeso, de aliis 7 erronibus existimandum? quid eorum errores statutis legibus excribet?¹⁶³⁹

frammenti precedenti.

¹⁶³⁹ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6r., della mano stessa dei frammenti precedenti.

Si Luna esset speculum, ad imagines circumadstantium corporum pingeretur, ipsorumque simulacra ad nos retorqueret; verum Solis ac stellarum idola, ob nimiam illorum a ☽ distantiam nec non ob ☽ a nobis elongationem, itemque ob eius sphaericitatem, omnino inconspicua forent. Afficeretur igitur universa ☽^{ac} superficies ab imaginibus totius aetheris circumfusi, cuius colore coloraretur. Invisibilis ergo esset ☽ in caelo, ac Solis lumen nullatenus ad nos retorqueret: Sol to enim in emispherio ☽ eam occuparet partem, quam corpus illius in toto fere caelo occupat¹⁶⁴⁰.

Il cristallo, che voi ponete intorno alla ☽, non vien compreso se non con l'immaginazione: e voi volete prepor questa cognizione a quella del senso, che ci mostra le inegualità.

¹⁶⁴⁰ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, della mano stessa dei due frammenti precedenti.

Può esser che il Colombo s'intenda de' Monti della Terra, ciò è del Presto, ma di quei della Luna¹⁶⁴¹

Vedi che il moto del cristallino, se è partecipato con lo stellato, non può mutar le sue parti rispetto alle stelle fisse; e se non è partecipato dalla sfera stellata, come si è conosciuto tal moto?¹⁶⁴²

¹⁶⁴¹ Mss. Gal., Par. II, T. XIII, car. 28t., autografo di GALILEO.

¹⁶⁴² Questo appunto si legge, di mano di GALILEO, come postilla marginale di fronte alle ultime sette linee della pag. 48 del «*Discorso di LODOVICO DELLE COLOMBE, nel quale si dimostra che la nuova stella, apparita l'Ottobre passato 1604 nel Sagittario, non è cometa, nè stella generata o creata di nuovo, nè apparente, ma una di quelle che furono da principio nel cielo, e ciò esser conforme alla vera filosofia, teologia e astronomiche dimostrazioni; con alquanto di esagerazione contro a' giudiciari astrologi*. In Firenze, nella stamperia de' Giunti, 1606», in un esemplare che faceva parte della Biblioteca Boncompagni in Roma. Si riferisce al seguente luogo della pag. 48 del *Discorso*: «Risolvesi adunque, la nuova stella, e l'altre simili apparse in diversi tempi, e se altre se ne vedranno, esser vere

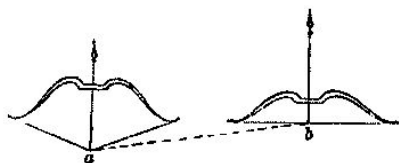
Non è forse men contraria la quiete al moto in giù che 'l moto circolare: e pur date nella Terra 2 principii, uno di muoversi e l'altro di star ferma. Il retto e 'l circolare si compatiscono, ma non il moto e la quiete¹⁶⁴³.

Licet motus Terrae diurnus 10000 conversiones singulis horis conficeret, inhaerentia corpora non extruderentur; quod experientia probatur. Dum enim canales in conica superficie dispositos convertimus, globali in

e reali stelle, da principio create nel cielo, ma nel primo mobile, e fattesi visibili mediante alcune parti più dense del cristallino cielo sottoposte, che la spezie luminosa di quelle assai maggior rappresentando, in sembianza delle prime stelle a gli occhi nostri palesate si sono; e che, per le ragioni, autorità, esempli mentovati di sopra, non vi abbia dubitanza veruna, potersi le nominate stelle esser vedute non sempre, e per più e manco tempo, e maggiori e minori dimostrarsi, e sparire affatto e ritornare senza fallo veruno, ecc.».

¹⁶⁴³ Mss. Gal., Par. IV, T. VI, car. 21r., autografo di GALILEO.

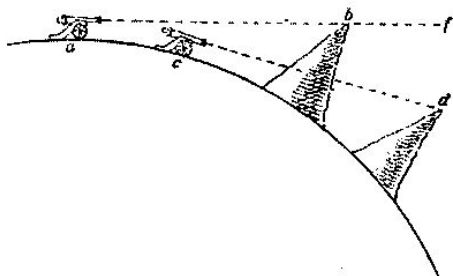
latione, non admodum celeri, in partibus inferioribus ascendunt; quo autem magis elongantur a centro, eo ut ascendant, maiorem exigunt celeritatem; ergo etc.¹⁶⁴⁴.



Correndo
una nave velo-
cissimamente, la
freccia o palla

(che sarà meglio) scaricata con l'arco a perpendicolo, veramente non riceve l'impeto a perpendicolo, ma inclinato verso la parte dove cammina la nave, perchè, movendosi, per esempio, la nave dalla sinistra verso la destra, nello scattare dell'arco la palla si trova in *a*, e nel separarsi dalla corda, si trova in *b*; adunque l'impeto ricevuto è secondo la linea inclinata *ab*, e non secondo il perpendicolo.

¹⁶⁴⁴ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6r., di mano del sec. XVII.



Parimente se
la Terra stesse
ferma, l'artiglieria *a* al segno *b*
darà giusto,
movendosi la
palla secondo la

linea *abf*; ma se la Terra girasse, dovria dare alto, girando verso la destra; e così appare a chi considera poco: ma a chi considererà che mentre che la palla cammina dentro al pezzo, l'artiglieria viene da *a* in *c*, onde la palla riceve l'impeto più inclinato, cioè secondo la linea *acd*, intenderà benissimo come la botta non doverà dar alto, ma nell'istesso segno *b*, trasportato dal moto della Terra in *d*, mentre la palla va per aria da *c* in *d*; e quanto più il moto sarà veloce, tanto più grande sarà la distanza *bd*, ma anco tanto sarà maggiore il progresso *ac*, e l'inclinazione del *cd* sotto al tiro primo *abf*¹⁶⁴⁵.

¹⁶⁴⁵ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 20^t., della mano stessa del frammento precedente. Se ne ha un'altra copia, di mano del sec.

Aggiugni al volar degli uccelli, che il maggior deviar dalla vertigine della Terra sarebbe il volar continuamente verso occidente; e così l'uccello doventa come una freccia tirata per quel verso, che non fa altro che detrarre alquanto al moto diurno¹⁶⁴⁶.

nota remo¹⁶⁴⁷.

pro articulo fidei debent sumi ea quae nullis rationibus, nullis experientiis, reprobari aut confirmari pos-

XIX, a car. 56r. del cod. 562 della Biblioteca Universitaria di Pavia.

¹⁶⁴⁶ Mss. Gal., Par. III, T. II, car. 22r., autografo di GALILEO (vedi vol. VII di quest'edizione, pag. 536).

¹⁶⁴⁷ Forse IOANNES REMUS? (autore di un opuscolo col titolo: IOANNIS REMI, *Quietani, Matthiae Imperatoris medici et mathematici, libellus De cometa anni 1618*. Oeniponti, 1618).

sunt. At, sicuti erroneum fuisset sub articulo fidei negare Americam aut antipodas, ita etc.¹⁶⁴⁸.

Prima, si nihil interest, sileatur¹⁶⁴⁹: deinde, si evidenter et manifestissime repugnat Scripturae, adeo ut loca eius nullam glosam patiantur, pariter sileatur, et Copernicus comburatur; at si non repugnat, non producat Scriptura, set rationibus naturalibus disputetur¹⁶⁵⁰.¹⁶⁵¹

Ancorchè i sacri teologi siano quelli che intendano meglio come camminino i moti del Sole e dell'altre stelle che non lo sanno gli astronomi, tuttavia per rego-

¹⁶⁴⁸ Mss. Gal., Par. III, T. II, car. 25r., autografo di GALILEO.

¹⁶⁴⁹ *nihil interet, sileatur.*

¹⁶⁵⁰ Dopo *disputetur* si legge, cancellato, *si concluderint.*

¹⁶⁵¹ Mss. Gal., Par. III, T. II, car. 25r., autografo di GALILEO.

lare i tempi delle Pasque e delle altre feste mobili ricorrono, anzi si rimettono, a gli astronomi. Ma perchè non regolarsi con la loro sopraeminente intelligenza?¹⁶⁵²

Quell'empio che cercò di eternare il suo nome con la distruzione del tempio di Diana Efesia, rese la fama di esso tempio forse più celebre che per sè non saria stata¹⁶⁵³.

Cercasi per qual cagione i luoghi montuosi, o vicini alle gran montagne, siano più de gli altri sottoposti alle tempeste, fulmini,

¹⁶⁵² Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 15*r.*, di mano del VIVIANI, di seguito al frammento *SALV. In proposito ecc.*, (cfr. pag. 632, lin. 16 - pag. 633, lin. 10), del quale il VIVIANI afferma d'aver l'originale.

¹⁶⁵³ Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 15*t.*, di mano del VIVIANI, il quale avverte: «Da una nota originale del Galileo su le coperte *De motu e della percossa*». Il frammento è cassato con linee trasversali. Se ne ha copia nel T. III della Par. VI, a car. 36*t.*

tuoni e baleni. Forse la cagione è tale. Levansi dalla terra vapori ed esalazioni: sono i vapori materia delle piogge, nebbie e nuvole; ma l'esalazioni producono stelle cadenti, travi ed altre impressioni ignee: queste sono frequenti nella state, per le molte esalazioni elevate dal caldo del Sole; quelle abbondano nell'inverno e ne' tempi non caldi, per la copia de i vapori umidi. E mentre che l'aria sarà ripiena di semplici vapori, darà solamente pioggia e neve; ma se vi saranno in copia semplici esalazioni, vedrannosi le sole impressioni ignee sopradette: ma se nell'istesso tempo abbonderanno nell'aria e vapori ed esalazioni, allora, per il contrasto delle contrarietà, l'esalazioni serrate e combattute da i vapori produrranno tuoni, lampi e saette, ed i vapori, per l'andiparistasi dell'esalazioni, non solo in pioggia, ma in grandine e tempesta, si risolveranno. Ora, acciò si elevino nell'istesso tempo e l'esalazioni ed i vapori, sono i luoghi montuosi accomodatissimi, e massime nel tempo caldo. Imperochè, ferendo il Sole i dorsi de i monti esposti a mezzo dì ad angolo retto, gli risicca, e ne estrae copia grande di esalazioni; ma da i dorsi boreali e dalle valli profonde ed umide ascendono in gran copia i vapori, i quali, mescolati con l'esalazioni, sono materia atta a produrre, mediante le loro contrarietà, quelli effetti più violenti, di tuoni, lampi, fulmini, grandini e tempeste: dove che dalle pianure lontane da i monti, per esser loro nell'istesso tempo ferite nel modo

stesso da i raggi solari, non si fanno elevazioni di materie contrarie, ma simili, ed atte a produr effetti uniformi e meno violenti. L'inverno poi, per l'abbassamento del Sole, pochissime esalazioni da i monti, e meno dalle pianure, si elevano; onde in quella stagione si hanno solamente gli effetti de i vapori, cioè piogge e nevi, etc. In oltre da i paesi montuosi maggior copia di vapori ed esalazioni si elevano che dalle pianure, perchè la superficie, v. g., di 10 miglia di paese montuoso è assai maggiore che quella di 10 miglia di piano; e perchè l'evaporazioni si fanno dalla superficie, adunque etc.

Dico, in oltre, maggior copia di vapori elevarsi dalla terra umida che dall'acqua, perchè l'acqua, come diáfana, trasmette i raggi del Sole, e meno si riscalda che la terra opaca, la quale, riscaldata più, maggiormente fuma. Segno, di ciò sia, che in un giorno di state, d'un vaso d'acqua profonda, poca se n'asciugherà; ma se si continuerà d'asperger sottilmente una pietra o una tela, grandissima copia d'acqua si convertirà in vapore. Poco dunque di vapori, e meno di esalazioni, si eleva dal mare¹⁶⁵⁴.

¹⁶⁵⁴ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 5^ar., di mano del sec. XVII. Cfr. Mss. Gal., Tomo 135 dei *Discepoli*, car. 21t. - 22r.

In proposito del Padre Abate D. Benedetto, nel trattato del lago Trasimeno.

È cosa degna di esser notata, quante sarebbero le goccioline dell'acqua piovente sopra la superficie del lago, data la distanza tra gocciola e gocciola, mantenuta sempre eguale tra ciascheduna di quelle, e dato quanto sarebbe il semidiametro di un cerchio eguale alla superficie del lago, cioè quante di tali distanze ei conterrebbe: imperò che, fatti due cubi, uno del numero di tutte le date distanze, e l'altro di un numero uno manco, e sottratto questo minor numero cubo dell'altro, la loro differenza è il numero delle goccioline sopra il dato cerchio cadenti. Per esempio, la distanza tra gocciola e gocciola sia un soldo; il semidiametro del cerchio sia soldi cento: facciasi il cubo di 100, che è un milione, dal quale si tragga il numero cubo di 99, che è 970299; tratto questo da un milione, resta 29701: e tanto sarà il numero delle

gocce cadenti sopra il dato cerchio¹⁶⁵⁵.

Esse in gravi repugnantiam intrinsecam ad motum instantaneum, adeo ut non ratione medii impediētis contingat successio et tarditas, qua dempta, scilicet per

¹⁶⁵⁵ Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 19^bt. - 20r., di mano di VINCENZIO GALILEI iun. Di qui il frammento è stato trascritto, da VINCENZIO VIVIANI, a car. 188t. - 189r. del T. IX della Par. V: vedi a questo proposito la nota 1 a pag. 437 del presente volume. Così nell'originale di mano di VINCENZIO GALILEI, come nella copia di mano del VIVIANI, a lin. 22 dopo *distanze* si legge *con uno più*, a lin. 23 dopo *manco* si legge *di tutto quello*, a lin. 26 *cento* è corretto in *novanta nove*, e a lin. 27 dopo 100 si legge *che è uno di più di 99*: ma *con uno più, di tutto quello, novanta nove e che è uno di più di 99* nell'originale sono scritti tra le linee e d'altra mano, e nella copia sono sottosegnati con puntolini; e il VIVIANI avverte in margine della propria copia: «Le parole puntate sono aggiunte d'altra mano, che par quella del P. Alessandro Ninci». Il VIVIANI nota pure: «Avverti che par sia contraddizione tra l'esposizione della soluzione e l'esempio», il che sembra riferirsi alle aggiunte e alla correzione di mano del NINCI.

vacuum intervallum, mobile instantanea casurum foret celeritate, patet vel maxime ex eo, quod in principio lationis lente movetur, impetumque ac celeritatem acquirit successive; quod minime contingeret, si a principio intrinseco inesset illi propensio ad instantaneum motum. Cum enim, tam in principio quam... in medio lationis, eadem semper habeatur medii resistantia (aëris nempe quiescentis), motus esset aequabilis, ortus nempe ab eodem principio, et factus in eodem medio,... identidem dispositio¹⁶⁵⁶.¹⁶⁵⁷

Motus deorsum gravibus est naturalis, quatenus ea

¹⁶⁵⁶ Tra *quam* ed *in* (lin. 7-8) e tra *medio* ed *identidem* (lin. 10) mancano delle parole per guasto della carta. Gli editori padovani (*Opere di GALILEO GALILEI*, ecc. In Padova, MDCCXLIV, ecc. T. III, pag. 443), che pubblicarono i primi questo frammento, (e, per quanto sappiamo, sul ms. del quale anche noi ci siamo serviti) lessero *medio semperque eodem modo disposito*: ma *identidem dispositio* si legge anche oggi ben chiaramente.

¹⁶⁵⁷ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6r., di mano del sec. XVII.

restituit in bonam constitutionem quae prius erant in mala: et sic motus etiam sursum iisdem naturalis est, ut cum lignum ex aquae fundo fertur ad superficiem; fertur enim ubi naturaliter quiescat. Ita quoque arboris ramus attollitur sursum naturaliter, quia vi inflexus fuerat¹⁶⁵⁸.

SALV. In proposito di quello che è tanto semplice che vuole per via di trombe alzar tant'acqua, che nel cadere poi faccia andar un mulino il quale non poteva andare in virtù della forza che egli applica nell'alzare l'acqua; è egli possibile che tu creda di potere riavere dall'acqua più forza di quella che tu gli hai prestata? è possibile che tu non intenda, che quella forza che bastò a alzar l'acqua, basterà per muover la macina?

SIMPL. Signor no; perchè io ho bisogno d'avere per mantenimento della mia casa uno staio di farina la set-

¹⁶⁵⁸ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, della mano stessa del frammento precedente.

timana; ed un mio ragazzino in 6 giorni con una secchiolina mi conduce in una conserva tant'acqua all'altezza di 4 braccia, che, lasciandola poi cadere sul ritrecine, mi macina in una ora uno staio di grano¹⁶⁵⁹.

¹⁶⁵⁹ Mss. Gal, Par. V, T. IV, car. 15r., di mano del VIVIANI, il quale avverte: «Di questo ho l'originale». Nel ms. autografo del VIVIANI citato a pag. 439, nota 1, si ha, a car. 19r., quanto segue: «Al Migliorini, Landini ed ad altri, veramente ingegnosi, ma solo pratici, meccanici, che pretendono per via di trombe o simili artifizii alzar tant'acqua che nel cadere poi faccia andar un molino che non si saria potuto muover con la forza che si applica nell'alzar l'acqua, dicasi che non è possibile riaver dall'acqua più forza di quella che se gli è prestata, e che quella forza che bastò a alzar l'acqua, basterà ancora a muover la macine. Qui risponderanno d'aver bisogno, per mantenimento della lor casa, due staia di farina la settimana, ed un lor ragazzine in 6 giorni con una secchiolina gli conduce in una conserva tant'acqua all'altezza di 4 braccia, che, lasciandola poi cadere sul ritrecine, gli macina poi in un'ora due staia di grano. Adunque dirò io non.....». E così rimane in tronco.

Tirando la ruzzola con lo spago, va velocissima, perchè, nello svolgersi della corda, lei acquista¹⁶⁶⁰ impeto di rivolgersi con velocità in sè stessa; il quale impeto, aggiunto alla proiezione, nell'arrivare in terra la fa ruzzolare velocemente.

Perchè l'aste lunghe vanno più lontane che le brevi.

Ragione della gran forza che si fa appuntando i piedi al muro, e con la schiena spingendo, facendo la gamba con la coscia angolo molto ottuso.

Chi vuol levare un moto, lo faccia comune. Il moto della penna di colui che scrive in barca, mentre quella cammina, è diversissimo da quello che ella fa stando la barca fermata: scrive i medesimi caratteri, *quia motus navis est communis*¹⁶⁶¹

¹⁶⁶⁰ Tra *lei* e *acquista* si legge, cancellato, *gira*.

¹⁶⁶¹ Mss. Gal., Par. I, T. XVI, car. 22*t.*, autografo di GALILEO.

Perchè i giocatori di pallone si fanno gettare il pallone in contro, ed anco se gli muovono contro correndo¹⁶⁶².

Dicere quod attractio magnetis et electri sint a principio simili, est idem ac dicere, pinnam, dum a vento agitur, ab eodem moveri principio ac avis, dum proprio nisu volat¹⁶⁶³.

¹⁶⁶² Mss. Gal., Par. III, T. II, car. 19*t.*, autografo di GALILEO (vedi vol. VII di quest'edizione, pag. 531).

¹⁶⁶³ Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 15*r.*, di mano del VIVIANI, il quale avverte: «Da una nota originale del Galileo su le coperte *De motu* etc.» Il frammento è cassato con linee trasversali. Se ne ha copia nel T. III della Par. VI, a car. 36*t.*, di seguito alla copia del frammento che pubblicammo a pag. 446, lin. 1-5, di questo volume. Il copista, dopo aver trascritto quest'ultimo frammento, prosegue: «Sulle coperte di detta bozza *De motu* etc. trovansi queste altre note di mano del medesimo» (cfr. nota 1 alla citata pag. 446); e trascrive quindi il presente frammento e, appresso, il frammento *Quell'empio* ecc. (cfr. pag. 630, lin. 1-

In vasculis vitreis undique oclusis liquores et fructus forte diu servantur¹⁶⁶⁴.

Calidi est rarefacere, et frigidi condensare. Numquid corpus aliquod quod in aqua frigida non descendat, quia densior, descendat idem in calida, quia raior?¹⁶⁶⁵

Appresso le scuole de' filosofi è approvato per vero principio, che del freddo sia proprietà il restringere, e del caldo il rarefare. Ora, stante questo, intendasi che l'aria contenuta nello strumento sia della medesima temperie che l'altra aria della stanza dove si pone; e così,

3).

¹⁶⁶⁴ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6r., di mano del sec. XVII.

¹⁶⁶⁵ Mss. Gal., Par. VI, T. II, nella stessa carta e della mano stessa del frammento precedente.

per ritrovarsi questi due corpi egualmente gravi in specie, ne segue che l'uno non scaccia l'altro, come a quello che, per non acquistar niente, è meglio restar quivi. Ma se l'aria circunfusa alla palla si raffredderà, con l'imporsi qualche corpo più freddo, i calidi contenuti nell'aria compresa nella palla, come quelli che per esser in un mezo men leggieri di loro, se ne saliranno in alto, e tal aria diverrà più fredda di prima; e così, per l'antidetto principio, si ristringerà e terrà men luogo: onde (*ne detur vacuum*) il vino salirà su ad occupar il luogo lasciato voto dall'aria; e di poi¹⁶⁶⁶, riscaldata tal aria, rarefacendosi e tenendo maggior luogo, verrà a scacciare e mandar giù il vino, il quale, come grave, volentieri gli cederà quel luogo; onde ne segue che il freddo non sia altro che privazione di caldo.

Che gli uomini muoino intirizzati dal freddo, avviene che il freddo ambiente va consumando tutti quegli atomi ignei che trova nelle membra, onde, non v'essendo più il calor naturale, si muore.

¹⁶⁶⁶ *voto dall'acqua; e di poi.*

L'acqua posta in una stanza si trova nella medesima temperie che la stanza dove si pone, partecipando amendue egualmente di atomi ignei. Ma che una mano, che tenuta in aria ti par calda, poi posta nell'acqua si raffredda, questa ne è la cagione, considerandosi e 'l caldo esterno e l'interno, che, mentre resta in aria, gli atomi ignei suoi proprii hanno luogo d'uscire, che son quelli che cagionano il caldo; ma posta in acqua, le particole d'essa turano e serrano gli aditi onde escono i detti atomi, essendo le parti dell'acqua maggiori delle porosità per le quali essi scappano fuori; il che non avviene nell'aria, trovando il campo libero, come quelli che non son tenuti dalle parti dell'aria, per esser minori de i pori onde *erumpunt*: essendo che il caldo non sia altro che il contatto e solleticamento di quei atomi calidi, i quali, nello scappar fuori, toccano le membra del corpo.

L'aria freddissima per tramontano è più fredda del diaccio e della neve: in confermazione di che, se si approssimerà allo strumento in tal tempo della neve o del diaccio, il vino calerà notabilmente. In oltre, per confermar questo, un vaso pien d'acqua, posto nell'acqua non ghiaccerà, e posto in aria diaccerà. In oltre,

l'acque de' fiumi dovriano agghiacciarsi nel fondo, dove son più lontane dal caldo dell'aria, e non nella superficie, dove son vicinissime all'aria; ma ne segue il contrario; onde etc.

Nell'istessa maniera, cioè dall'operazion del caldo e del freddo, si maturano tutte le frutte e biade. Perchè, se consideremo la struttura e fabbrica di quelle, prima vedremo, l'uva è composta di grani, Vogliamo dire vesciche, e questo si vede apparentemente nell'uva, dove ogni grano è una vescica; il simile ne' pomi granati, fichi, cocomeri ed altri: onde tali vesciche essendo piene d'umore, venendo il caldo del Sole, le spreme e sgonfia, e mandano fuori parte di quell'umore, onde la sera son passe; ma nel sopraggiugner la notte, e raffreddandosi l'aria, tali vesciche si vengono a riempire di nuovo umore, e maggior di quel che 'l giorno avanti aveano mandato fuori, onde esse vesciche vengono a molto più farsi capaci; e per questa alterazione si maturano, facendo l'istesso effetto che fa lo strumento: in confermazion di che si veggon la mattina durissime.

Ed onde avvenga che 'l velluto tenga caldo, e l'ermisino fresco. Ciò è causa, perchè questo, come quel che s'accosta benissimo alla carne, serra i pori, onde restano i calidi drento, e così non si genera il caldo; ma quello, per non s'avvicinar bene, lascia aperto il passo a quegli atomi, e così ne seguita il caldo. Ed il simile avviene

nelle pelliccie¹⁶⁶⁷.

Che il fumar dell'acque de i pozzi l'inverno non venga da lor calore, è manifesto: perchè i panni che si asciugano al Sole, l'inverno fumano, e la state no; e l'alito si vede l'inverno, e non la state etc.¹⁶⁶⁸.

Incalescat vitreum vas oris angustissimi, donec aër extrudatur, statimque obturetur, ne novus subintret aër, et ita exinanitum ponderetur in libra exactissima: deinde immissum idem vas in aqua, aperiatur; ingredietur tantumdem aquae, quantum desiderabatur aëris; haec aqua servetur in alio vase: deinde primum vas optime siccatum iterum ponderetur, iam naturali aëre repletum: ponderabit dubio procul magis quam antea,

¹⁶⁶⁷ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 20r, della mano stessa del frammento precedente.

¹⁶⁶⁸ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6t, della mano stessa dei frammenti precedenti.

dum esset exinanitum; acceptaque ponderum differentia, erit pondus aëreae molis, aquae servatae aequalis¹⁶⁶⁹.

In un fiasco si può constipar tant'aria, che pesi, oltr'al peso ordinario del fiasco o dell'aria, quant'un coso di venti soldi; onde ne séguita ch'ella sia grave, e non leggiera: perchè, s'ella fusse tale, quanta più aria si constipasse nel fiasco, tanta più forza avrebbe d'andare ad alto; come si vede che un vaso, quanto più s'empie di terra, tanto più va al fondo¹⁶⁷⁰.

Problema. Perchè l'acqua nel zampillare all'in su si separa nelle parti alte, dove il moto è più lento¹⁶⁷¹.

¹⁶⁶⁹ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car.5^ar., della mano dei frammenti precedenti.

¹⁶⁷⁰ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 20r., della mano dei frammenti precedenti.

¹⁶⁷¹ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 5^br., autografo di GALILEO.

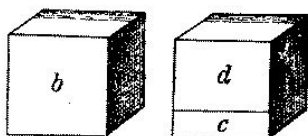
Ogni sorte di figura, fatta di qual si voglia grandezza, bagnata va al fondo, e non bagnata resta a galla: adunque non è la figura o la grandezza cagione dell'andare al fondo o del restare a galla, ma l'esser o non esser bagnata¹⁶⁷².

Quanti fumi, quante esalazioni, quanti vapori, si veggono ascender velocemente nelle parti basse dell'aria, che poi, elevati, si ritardano, si sparpagliano e si fermano?¹⁶⁷³

¹⁶⁷² Quest'appunto si legge, di mano di GALILEO, sul margine inferiore della pag. 50 della prima edizione del *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono*, in un esemplare posseduto dalla Biblioteca Palatina di Vienna, che porta la segnatura «Cod. XL. 24»; e ha relazione col passo della stessa pag. 50, che in questa Edizione Nazionale si legge a pag. 117 del vol. IV, lin. 12-15.

¹⁶⁷³ Quest'appunto si legge, di mano di GALILEO, sul margine, di fronte alle lin. 10-17, della pag. 64 nell'esemplare, del *Discorso*

Aquam in sua regione non gravare, colligunt ex eo, quod si quis in profundo maris locetur, pondus imminentis aquae non sentiat. Id autem si recte dictum est, inferam ego, non modo aquam non gravare, verum potius levitare. Nam si magnus, v. g., lapis in profundo maris ponatur, non modo ob imminentem aquam non reddetur gravior, verum longe minus ponderabit quam si aqua ablata fuerit¹⁶⁷⁴.



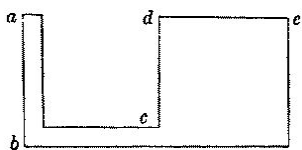
Sia il solido *b* in specie egualmente grave come l'acqua; e sia la mole *c* più grave in specie del solido *b*, ma di gra-

intorno alle cose che stanno in su l'acqua ecc. citato nella nota precedente. Il passo, di fronte al quale è scritto, nella presente edizione è a pag. 131 del vol. IV, lin. 11-20.

¹⁶⁷⁴ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 5^ar., di mano del sec. XVII.

vità assoluta eguale ad esso; sarà dunque la mole c minore della mole b . Pongasi la mole cd eguale alla b , ed intendasi la parte d esser aria; adunque d , essendo aria, in aria non peserà niente, e però tutta la mole cd peserà in aria quanto c , cioè quanto b . Le moli dunque b , dc in aria pesano egualmente. Dico che anco in acqua saranno eguali in peso, cioè che nè anco cd peserà nulla. Imperochè, pesando il solido c in aria quanto la mole b , cioè quanto una mole d'acqua eguale a cd , ed in oltre pesando c in acqua meno che in aria quanto è il peso in aria d'una mole d'acqua eguale alla mole c , adunque c in acqua pesa quanto una mole d'acqua eguale alla mole d in aria: ma la gravità in aria d'una mole d'acqua d è eguale alla leggerezza d'altrettanta mole d'aria in acqua: adunque la gravità del solido c in acqua è eguale alla leggerezza della mole d'aria d in acqua: adunque il composto cd in acqua non pesa nulla, come b ¹⁶⁷⁵.

¹⁶⁷⁵ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 19r., della mano stessa del frammento precedente.



Aqua *df* non plus premit
quam *ba*, quod facile demon-
strari potest: quod consonat
cum eo quod a me scriptum est

in tractatu *De insidentibus aquae*, quod, scilicet, magnum
pondus ab exigua aqua sustinetur^{1676.1677}.

Mentre un metallo è freddo, ed in conseguenza le
sue parti continuate ed aderenti insieme, è necessario,
per dividerlo, usare strumenti gagliardi e gran forza:
dopo che il fuoco l'ha liquefatto, restano le sue parti
divise, ed un solido che vi si ponga dentro, non l'ha più
a dividere, ma solamente a muovere, perchè irragione-
vol cosa sarebbe a dire che una verga di ferro o altro

¹⁶⁷⁶ Dopo *sustinetur* si legge, cancellato, quanto appresso: *Attamen
Bonamicus, pagina 476 H, contrarium opinatur: credit enim, aquam
maris comprimendo attollere ad montium cacumina aquas per angustas
venas subterraneas, ad fontes et flumina producenda.*

¹⁶⁷⁷ Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 71t., autografo di GALILEO.

corpo solido dividesse quello che non avesse diviso il fuoco. Nel penetrar dunque i liquidi ed i fluidi, non solamente non vi è resistenza alla divisione, ma non si ha a divider cosa alcuna, ma solamente a muovere¹⁶⁷⁸.

Quando gli avversarii dicono che le mie dimostrazioni matematiche delle cose che stanno su l'acqua non concludono e sono petizioni di principii etc., bisogna che le conclusioni che io ne cavo non siano vere in materia; ed a loro toccherà¹⁶⁷⁹ a mostrar quali siano le false, ciò è come non sia vero che una trave poss'esser sostenuta da un fiasco d'acqua etc.¹⁶⁸⁰.

Gli avversarii tassano me per avere scritto contro ad autore non inteso da me: e pure essi medesimi cascano

¹⁶⁷⁸ Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 72r., autografo di GALILEO.

¹⁶⁷⁹ *tuoccherà*.

¹⁶⁸⁰ Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 25t., autografo di GALILEO.

in questo medesimo errore, mentre contradicono a me; e tanto più gravemente, quanto è dubbio se sia vero che io non abbia inteso Aristotile, e non so, se lui fusse vivo, s'ei negasse le mie interpretazioni; ma io, che vivo, dico bene di non essere stato inteso; sia poi per mia colpa o di loro, questo non determinerò io, etc. Potriano forse dire, non mi avere inteso perchè non metteva conto a porre studio nelle cose mie ed affaticarsi come in quelle di Aristotile; ma io gli risponderò che se non metteva conto lo studiare le cose mie, meno metteva conto l'impugnarle¹⁶⁸¹.

¹⁶⁸¹ Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 75r., autografo di GALILEO. Questo frammento ed il seguente, *Già ch'io sono in ballo* ecc., si leggono negli autografi attenenti alle Lettere sulle Macchie Solari (cfr. vol. V, pag. 15 e 19); ne' quali s'incontrano pure, su' margini o in altri spazi bianchi, i frammenti *Aqua d' non plus premit* ecc., *Mentre un metallo* ecc., *Quando gli avversarii* ecc. (pag. 638, lin. 15 - pag. 639, lin. 6), che hanno manifesta relazione con le scritture intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono.

Già ch'io sono in ballo, voglio ballare; e più presto che far come la volpe d'Esopo, quando non mi succeda il poter ottener l'intento, son per confessar di esser stanco e disperato di poterlo conseguire, e non affermerò che sia meglio aspettar che l'agresto¹⁶⁸² si maturi¹⁶⁸³.

Il dire che l'opinioni più antiche ed inveterate sieno le migliori, è improbabile; perchè, sì come d'un uomo particolare l'ultime determinazioni par che sieno le più prudenti, e che con gli anni cresca il giudizio, così della universalità de gli uomini par ragionevole, l'ultime determinazioni sien le più vere¹⁶⁸⁴.

¹⁶⁸² Tra *che l' e agresto* leggesi, cancellato: *uva dia ben*.

¹⁶⁸³ Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 25r., autografo di GALILEO.

¹⁶⁸⁴ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6r. di mano del sec. XVII

Fannosi liti e dispute sopra l'interpretazione d'alcune parole del testamento d'un tale, perchè il testatore è morto; che se fusse vivo, sarebbe pazzia il ricorrer ad altri che a lui medesimo per la determinazione del senso di quanto egli aveva scritto. Ed in simil guisa è semplicità l'andar cercando i sensi delle cose della natura nelle carte di questo e di quello più che nell'opere della natura, la quale vive sempre, ed operante ci sta presente avanti a gli occhi, veridica ed immutabile in tutte le cose sue¹⁶⁸⁵.

Sembrano i Peripatetici verso Aristotile quel vetturale, il qual vedendo pender la soma delle mercanzie mal compartite da una banda, corrono a librarla con una grave pietra aggiunta dall'altra; quindi a poco, cominciando a declinare dal lato dove aggiunsero il

¹⁶⁸⁵ MSS. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, della mano stessa del frammento precedente.

sasso¹⁶⁸⁶, occorrono con un altro¹⁶⁸⁷ a pareggiarla dal lato opposto; il qual di nuovo eccedendo in¹⁶⁸⁸ gravità, fa por nuove pietre all'incontro: nè trovando il poco giudizio del mulattiere il giusto equilibrio, finalmente con l'aggiugner molti pesi sopra pesi fa che 'l povero animale si fiacca le gambe, e resta sotto l'inequal soma oppresso. Meglio da principio cominciare a levar via della roba soverchia, etc.¹⁶⁸⁹.

È bella cosa il sentire alcuni Peripatetici, ignoranti di matematica, farsi avanti con dire che Aristotile fu così gran matematico quant'altri; quasi che tanto basti, e che

¹⁶⁸⁶ In luogo di *sasso*, prima GALILEO aveva scritto *peso*, che si legge cancellato.

¹⁶⁸⁷ Prima aveva scritto *un altro sasso a*; poi cancellò *sasso*.

¹⁶⁸⁸ Tra *eccedendo* e *in* si legge cancellato *l'equilibrio*.

¹⁶⁸⁹ Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 72r., autografo di GALILEO.

Aristotile ne abbia saputo per sè e per loro¹⁶⁹⁰.

Mo che tin parsestre! questa razza di filuorichi è così fatta. Come loro trovano qualche ragione, la vuol bene esser grossa e grossa, che i' non la sorba su e che la non gli faccia anche buon pro; ma quelle de gli altri le non possono mai esser tanto chiare e smaccate, che ei se le possino cacciare in lo stomaco, non che digerire. Per mia fe', che le gli paiono ancudini o palle di trelari. Guarda se gli hanno buon stomaco per le vivande proprie, già che ei si quietano nell'assegnar ragione, perchè il cielo, che ha tante stelle, si contenta di un moto solo, e quelli che hanno una sola stella vogliono tanti movimenti: perchè, dicono essi, la giustizia distributiva ricerca così; ed è dovere, per non dare ogni cosa a un solo, che quello che ha abbondanza di stelle si contenti di pochi moti, e l'altro, che ha poche stelle, venga rifatto e ricompensato con la moltitudine de' movimenti. O

¹⁶⁹⁰ Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6t., di mano del sec. XVII.

questa sì che è madernale! tanto che questi filuorichi vogliono che messer Giesudio si governi come farebbe un di noi altri, che avesse purassai campi e purassai case, il quale, venendo a morte ed avendo dui eredi, a quello a chi lasciasse pochi campi, gli lasciasse molte case, ed all'incontro quello che redasse una casa sola, avesse molti campi. Mo, sarebbe uno spasso se li andasse così! Ma loro fanno come se tu avessi 2 eredi, ed uno di loro avesse un figliuol solo e l'altro 10, e che tu avessi da testare molti gabbani, e dicessi: «Gli è dovere che quello che abbonda di figliuoli abbia¹⁶⁹¹ un gabban solo, e che quell'altro, che è povero di figliuoli, sia ristorato con la copia de' gabbani»; o pure, per dirla meglio, fa conto che le arti ed i mestieri si potessero distribuire e dividere come le altre cose, e che tu dicessi «A quello che ha un figliuol solo, voglio che tocchino molti mestieri; e quello che ha molti figliuoli abbia un mestier solo». Oh così la vi va di brocca, perchè, co' sarave a

¹⁶⁹¹ *abia*

dire, il mestiero delle stelle è andare in volta. Ma colui che facesse un tal testamento, sarebbe cagione che quel da i tanti mestieri non ne farebbe alcuno bene, e che quegli altri si morriano di fame, per esser tanti in un mestier solo etc.¹⁶⁹².

manca a perfezionar l'occhiale ridurlo tale che faccia vedere quello che importa a quelli che non vogliono vedere¹⁶⁹³.

Se io doverò leggere in Studio, piccolo frutto si caverà dalle mie fatiche, occupandomi con pochi in cose

¹⁶⁹² Mss. Gal., Par. VI, T. III, car. 70*r-t.*, autografo di GALILEO.

¹⁶⁹³ Mss. Gal., Par. III, T. II, car. 27*t.* Queste linee furono scritte da GALILEO; ed egli medesimo poi le cancellò, alterandone la scrittura mediante sovrapposizione di segni grafici a capriccio, col manifesto intendimento di renderle illeggibili.

minime; ma se io scriverò al mondo tutto, maggior gloria a me, ed utilità a quello, arrecherò, etc.¹⁶⁹⁴.

La scultura non inganna punto, nè vi fa creder mai quello che poi non sia tale¹⁶⁹⁵.

FINE DEL VOLUME OTTAVO

¹⁶⁹⁴ Mss. Gal., Par. III, T. III, car. 35*t*., autografo di GALILEO.

¹⁶⁹⁵ Mss. Gal., Par. III, T. I, car. 118*t*., autografo di GALILEO.

INDICE DEI NOMI.

(I numeri indicano le pagine)¹⁶⁹⁶

Accademico. — V. Galileo Galilei.

Aguilonius. 485.

Antonini Daniele. 322.

Apollonio. 266, 269, 270.

Aproino Paolo. 321, 322, 327, 337.

Archimede. 76, 86, 152, 181, 183, 184, 200, 274, 275, 316, 318,
350, 612.

Aristotele. 54, 60, 68, 73, 93, 105, 106, 107, 109, 110, 111, 120,
121, 122, 123, 124, 138, 152, 165, 173, 174, 310, 314, 317,
446, 484, 486, 496, 550, 551, 554, 609, 610, 611, 612, 616,
617, 639, 640.

Arrighetti Francesco. 464.

Arrighetti Niccolò. 464.

Arrighetti Noferi. 464.

Atteone. 615.

¹⁶⁹⁶ I numeri di pagina si riferiscono all'originale cartaceo di riferimento. [Nota per l'edizione elettronica Manuzio]

Bardi (dei conti di Vernio) Piero. 595.

Benedetto.- V. Castelli.

Brahe Ticone. 453, 401.

Cam. 615.

Castelli Benedetto. 631.

Cavalieri Buonaventura. 87, 315.

Colombo. 627.

Comandino Federigo. 313.

Copernicus. 629.

Creso. 616.

Diana Efesia. 630.

Dominicus Maria. — V. Ferrariensis.

Elzevirii. 44, 365.

Esopo. 639.

Euclide. 266, 267, 270, 272, 347, 350, 351, 352, 353, 354, 355,
356, 357, 358, 359, 360, 361, 362.

Ferrariensis Dominicus Maria. 625.

Fromondus. 485.

Galilei Galileo. 41, 44, 45, 51, 62, 72, 115, 139, 184, 204, 214,
216, 266, 292, 293, 312, 313, 321, 322, 323, 327, 350, 464,
466, 484, 485, 517, 522, 542, 543, 615.

Gassendus. 486.

Guevara (di) Mons. 68, 165.

Liceti Fortunio. 481, 489, 491, 492, 495, 497, 498, 499, 503, 504,
505, 506, 507, 509, 511, 512, 514, 515, 517, 519, 520, 522,
525, 527, 529, 532, 533, 535, 540, 541, 543, 549, 550, 551,
556.

Marsili Alessandro. 542.

Monte (del) Guidubaldo. 313.

Naudaeus. 486.

Noailles (di) Conte. 43, 365.

Piccolomini (Arcivescovo). 542.

Pindaro. 491, 544.

Platone. 175, 283, 284, 318, 596, 612, 614.

Rinuccini Pier Francesco. 615.

Sacrobosco. 101.

Sagredo. 49, 51, 52, 61, 66, 179, 207, 212, 214, 219, 225, 269, 309, 321, 326, 334, 343, 349, 350, 448, 581.

Salviati. 49, 54, 61, 89, 105, 116, 122, 130, 181, 167, 170, 175, 131, 269, 286, 312, 313, 321, 323, 329, 349, 359, 581.

Simplicio. 49, 52, 54, 56, 61, 63, 67, 73, 76, 77, 78, 79, 81, 87, 91, 92, 93, 96, 97, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 112, 116, 117, 118, 125, 129, 130, 131, 133, 134, 136, 151, 157, 161, 164, 170, 171, 175, 179, 198, 200, 202, 214, 215, 268, 269, 280, 310, 321, 349, 352, 354, 358, 360, 362, 447.

Toscana (di) Granduca. 41.

Toscana (di) Leopoldo. 489.

Valerio Luca. 76, 184, 185, 313, 316.

INDICE DEL VOLUME OTTAVO.¹⁶⁹⁷

Le Nuove Scienze	Pag. 9
Discorsi o Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze	39
Della forza della percossa. — Principio di Giornata aggiunta ai Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze. [Giornata sesta.]	319
Sopra le definizioni delle proporzioni d'Euclide. — Principio di Giornata aggiunta ai Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze. [Giornata quinta.]	347
Frammenti attenenti ai Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze	363
Le Operazioni Astronomiche	449

¹⁶⁹⁷ I numeri di pagina si riferiscono all'originale cartaceo di riferimento. [Nota per l'edizione elettronica Manuzio]

Lettera al Principe Leopoldo di Toscana in proposito del Cap. L° del <i>Littheosphorus</i> di Fortunio Liceti	407
Capitolo L° del <i>Littheosphorus</i> di Fortunio Liceti	481
Lettera al Principe Leopoldo di Toscana. [1640.]	487
Frammenti attenenti alla Lettera al Principe Leopoldo di Toscana	547
Scritture e Frammenti di data incerta	557
Indice dei nomi	643

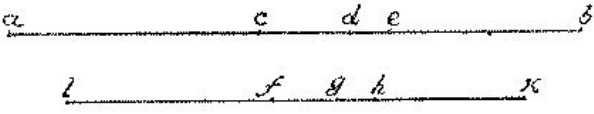
APPENDICE¹⁶⁹⁸

[*Cod. Conv. Sopp. SS. Annunziata 1443 A. C. car. 24r.*]

Proposit.^{ne} P.^a

Se movendosi un punto uniformemente per una retta linea, ed in quel moto passi dua spatii o parti uguali, o disuguali, della d.^a linea, l'una parte della d.^a linea, all'altra parte avrà la med.^a proport.^{ne} che ha il tempo al tempo nel quale passò e dua diversi spatii.

Muo-
vasi un
punto



sopra la linea *ab* uniformemente, e siano presi in d.^a lin. dua port.ⁿⁱ *cd*, *de*. Et sia il tempo nel quale il d.^o punto

¹⁶⁹⁸ Il testo che segue è stato aggiunto all'edizione del 1933. [Nota per l'edizione elettronica Manuzio]

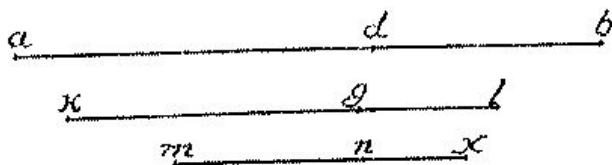
passò la port.^{ne} cd , fg , ed il tempo nel quale passò la
 port.^{ne} de sia gh ; bisogna dimostrare che la proport.^{ne} che
 ha la lin. cd alla de , sia la med.^a che ha il tempo fg al
 tempo gh . Piglinsi le multiplici della cd secondo qualsi-
 voglia multiplicità, e sia ad ; e piglinsi le multiplici della
 de , pure secondo qualsivoglia multiplicità, ma di man.^{ra}
 tale che ad sia magg.^{re} di db ; et secondo la med.^a multi-
 plicità di cd , piglisi il multiplice di fg cioè lg e nella mul-
 tiplicità di de piglisi multiplice di gh cioè gk . Perchè dun-
 que abb.^o supposto che il punto si muova sempre uni-
 formemente, è manifesto che nell'istesso tempo che il
 punto passò lo spatio cd , nel med.^o tempo passerà uno
 spatio eguale a quello: onde è chiaro, che, essendo la
 linea ad tanto multiplice di cd quanto il tempo lg del
 tempo fg , il punto consumerà appunto il tempo lg a tra-
 passare lo spatio ad . E nella stessa man.^{ra} tanto tempo
 si metterà a passare la linea db quanto gk . Ma essendo
 la linea ad magg.^{re} della linea db , ne séguita che il tempo
 lg sia ancora esso magg.^{re} del tempo gk . Ed il simile si
 può dimostrare se la linea ad fusse minore o eguale alla
 db . Perciochè ancora il tempo sarà minore o eguale

all'altra.

Prop. 2^a.

Se movendosi dua punti sopra dua linee diverse di moto diverso tra di loro, ma uniforme a sè med.^o, ed in ciascuna delle d.^e dua linee si segnino dua port.ⁿⁱ che siano passate in tempi eguali, le dua parti della p.^a linea avranno tra di loro la med.^a proport.^{ne} che ànno le dua parti della seconda linea.

Muovasi un punto per la linea *ab* uniformem.^{te}; ed
 unifor-
 me-
 mente,
 ma di
 moto di-



verso dal moto dell'altro, muovasi un punto per la linea *kl*. E siano presi nella linea *ab* dua port.ⁿⁱ *ad*, *db*; e similment.^{te} nella linea *kl* piglinsi dua port.ⁿⁱ *kg*, *gl*; e nel med.^o tempo che il punto muoventesi per la p.^a linea passa lo spatio *ad*, nel med.^o il punto muoventesi per la 2.^a linea passi lo spatio *kg*, e in egual tempo passi il p.^o

punto lo spatio *db*, che l'altro punto lo spatio *gl*. Si ha da dimostrare che la port.^{ne} *ad* alla port.^{ne} *db*, ha la med.^a proport.^{ne} che ha la *kg* alla *gl*. Sia il tempo nel quale il p.^o punto [*car. 24t*] passò lo spatio *ad*, sia, dico, *mn*. È manifesto che nel med.^o tempo il secondo punto passò lo spatio *kl*. Similm.^{te} sia *nx* il tempo nel quale il p.^o punto passò lo spatio *db*; ed in quel med.^o tempo il 2.^o punto passò lo spatio *lg*. È chiariss.^o che lo spatio *ad* allo spatio *db* ha la med.^a proport.^{ne}; che il tempo *mn* al tempo *nx*; ma ancora il spatio *kl* ad' *lg* ha la med.^a proport.^{ne}, adunque *ex equali* [sic] *ad* a *db* ha la med.^a proport.^{ne} che *kl* ad' *lg*.

[*car. 24t.*]

Proposit.^{ne} 3^a.

Dati quanti circoli si voglia, si può trovare una linea retta che sia magg.^{re} di tt.^e le circonferenze de' d.ⁱ circoli insieme prese. Perchè a ciascuno de' dati circoli si può circoscrivere una figura di molti lati, che sarà magg.^{re} di ciascuno dato circolo, e di que' poligoni se ne può fare

una linea retta, che sarà magg.^{re} di tt.^e le circonferenze insieme prese de' circoli dati.

Proposit.^{ne} quarta.

Date dua linee disuguali una retta l'altra curva, ritrovare una linea retta che sia minore della magg.^{re} di esse e magg.^{re} dell'altra minore. Perciochè se si piglierà l'eccesso della retta sopra la curva, e si moltiplicherà tanto che superi la linea retta data. Di poi dividasi la data retta in tante parte eguali quante si è proso moltiplice l'eccesso, è manifesto che una di tali parti è minore dell'eccesso. Attalchè aggiungendosi alla linea minore una di dette parti, si farà una linea, che sarà di grandezza mezza alle due date. Ed il simile si può fare se la circolare avanzassi la linea retta. Perciochè quella parte che si detrae, o si aggiugne è minore dell'eccesso.

Proposit.^{ne} quinta.

Dato un circolo od una linea retta toccante il detto cerchio, si può dal centro del cerchio tirare una linea retta alla tangente in man.^{ra} tale che quella parte della

linea tirata che è tra la linea tangente e la circonferenza del d.^o cerchio abbia minore proport.^{ne} al semidiametro del cerchio, che non à qualsivoglia parte di circonferenza del medesimo cerchio.

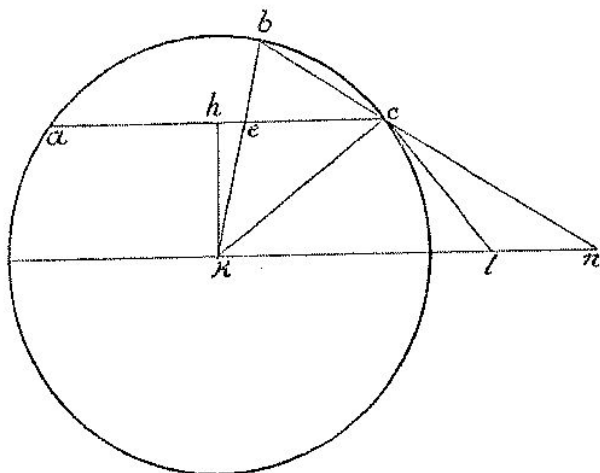
Sia il cerchio abc il cui centro k , ed una linea retta df tocchi il cerchio nel punto b . Diasi ancora una parte di circonferenza come si voglia. Si può trovare una linea retta magg.^{re} di tale parte di circonferenza che sia la linea e . Tirisi per lo centro k la linea ag parallela alla df ; et sopra tal linea fra essa o la circonferenza accomodisi la linea hg eguale alla linea e in guisa tale che prodotta ferisca nel punto del contatto. Adunque la med.^a proport.^{ne} ha hf ad hk che bb ad hg ; adunque ha minore proporzione che la p.^{ta} di [*car.* 25r] circonferenza bb alla linea hg ; ma la linea hg si è posta magg.^{re} della circonferenza data, adunque molto minore proport.^{ne} ha la linea fb al semidiametro jk che la circonferenza bb a un'altra data circonferenza, che s'aveva da dimostrare.

[*car.* 25r]

Proposit.^{ne} sesta.

Dato un cerchio ed in esso accomodata una linea retta, che sia minore del diametro, tirare dal centro del detto cerchio alla circonferenza una linea retta, in guisa che la parte della linea tirata intrapresa tra la circonferenza e la linea prima accomodata nel cerchio abbia qualsivoglia proport.^{ne} alla linea che congiugne e' termini della linea tirata et della linea accomodata nel cerchio, purché tal proport.^{ne} sia minore della proport.^{ne} che ha la metà della linea accomodata alla linea che venga dal centro ad angoli retti sopra la linea collocata nel cerchio.

alla linea g
minor pro-
port.^{ne} che cb
a bke tirata ad
angoli retti
dal centro
alla linea ac .
Tirisi dal
centro la li-



AVVERTIMENTO

Le ricerche proseguite sui documenti galileiani del codice della Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze¹⁶⁹⁹, non ci hanno finora portato a modificare quanto asserivamo in proposito delle scritture in esso contenute; e così permane sempre la medesima indecisione sull'opera più o meno diretta avuta da Galileo in quei frammenti già elencati e sommariamente descritti nell'*Avvertimento* alla ristampa del volume VI.

Ma a documentare quanto Galileo asserisce¹⁷⁰⁰ sullo studio particolare del trattato delle *Spirali* di Archimede, abbiamo creduto utile estrarre dal codice suddetto

¹⁶⁹⁹ Fondo conventi soppressi, SS. Annunziata, 1443. A. C. Vedi in proposito *Avvertimento* al Vol. VI, pag. 667 e seg.

¹⁷⁰⁰ Vedi questo volume a pag. 350.

quelle prime proposizioni delle *Spirali*, così come si trovano tradotte di mano del Guiducci, perchè, oltre mostrare allo studioso il legame intimo di queste proposizioni con quelle prime della Giornata terza dei *Discorsi*, le riteniamo, con molta probabilità, dettate o suggerite dal Maestro al discepolo fidato, che molto spesso compare in veste di aiuto nella compilazione degli scritti del Nostro. Ma poichè, nonostante tutte queste ed altre presunzioni in favore del contributo di Galileo, permane il dubbio se sieno o no compilate direttamente da lui, così abbiamo creduto opportuno riportarle in corpo 10, anzichè in corpo 11 adottato per gli scritti che sappiamo sicuramente originali o copia di originali.

Per molte altre proposizioni di matematica sempre del suddetto codice, pur avendo legittimo sospetto che esse appartengano ad un insieme di frammenti, corrodo ai *Discorsi*, a noi forse pervenuti in maniera frammentaria, non siamo riusciti a dare prove sicure al nostro sospetto, e perciò abbiamo creduto opportuno lasciarle in sospeso. Soltanto per la proposizione che, di mano del discepolo, reca la dichiarazione esplicita «Del

S.^r Galileo» ci sentimmo autorizzati, come è stato fatto in altre condizioni analoghe, di riportarla per intero in corpo 11.

A queste poche proposizioni fanno seguito alcuni *facsimili* di autografi di Galileo, tutti estratti dal codice già indicato colla lettera A¹⁷⁰¹, i quali in parte correggono, ed in parte completano ed illustrano questioni che hanno particolare importanza. Così p. es. quello sul piano inclinato è testimonianza di una delle più importanti scoperte del Nostro, e quello sulla catenaria, nel quale si fa un confronto grafico di questa curva colla parabola, riguarda un argomento, del quale, per chi è al corrente della scoperta di questo problema, non può sfuggire il valore storico.

Diamo l'elenco dei *facsimili* colla segnatura della carta del codice A nel quale si trovano.

[car. 43r]. Riproduce il frammento a pag. 369 e 370 e corregge il disegno della catenaria (catenella).

¹⁷⁰¹ Vedi *Avvertimento* in questo volume a pagina 38.

[car. 64r]. Riproduce e completa il frammento a pag. 399.

[car. 96t]. Riproduce il frammento a pag. 398 e corregge il disegno.

[car. 102t]. Riproduce il frammento a pag. 368 e 369 e corregge il disegno.

[car. 106t]. Riproduce il frammento a pag. 424 e 433 e completa il disegno.

[car. 107r]. Riproduce un disegno di confronto fra una parabola ed una catenaria.

[car. 113r]. Riproduce traiettorie paraboliche di proiettili per differenti altezze di tiro ed uguali gittate.

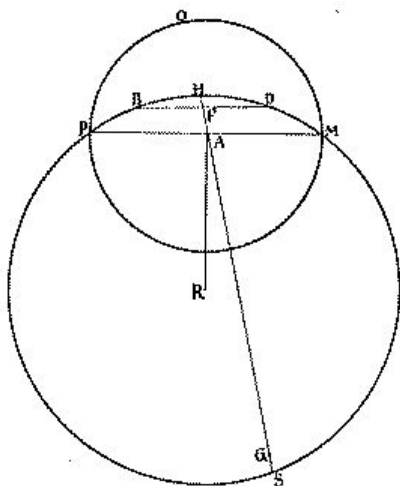
[car. 179t]. Riproduce il frammento a pag. 376.

[car. 33r]

Dato un cerchio, ed in esso dua punti fuor del diametro, tirare per detti dua punti un altro cerchio che divida il dato in parti eguali.

Sia il dato cerchio POM sop.^a il centro A; e sieno in esso segnati qualsivoglia dua punti BD fuora del diametro. Si deve per detti dua punti tirare un altro cerchio che divida il dato POM in parti eguali.

Congiunghinsi i dua punti BD con la linea BD la quale si divida in p.^{ti} eg.^{li} nel punto F; et dal punto F tirisi al centro A del dato cerchio la linea FA, la quale si prolunghi in G, tanto che il rettang.^o GAF



sia eg.^{le} all'eccesso del quad.^{to} del semidiametro del cerchio dato sopra il quad.^{to} della linea BF, che è la metà

della BD. Sia poi applicato alla linea GF un rettangolo eguale al quad.^{to} della BF eccedente d'un quad.^{to} et sia cotale rettang.^o GHF, aggiugnendo alla linea GF la FH. Prolunghisi la linea HG dalla p.^{te} G in S et sia GS eguale a FH. Sarà il rettang.^o SFH eguale al rettang.^o GHE. Abb.^o dunque dua rettangoli, cioè GAF, eguale all'eccesso del quad.^{to} del semidiametro del cerchio dato, sopra il quad.^{to} della BF, ed il rettang.^o SFH eguale al quad.^{to} della BF. Di man.^{ra} che ambidua insieme presi sono eguali al quad.^{to} del semidiamet.^o detto. Ma a questi dua rettang.ⁱ è eguale il rettang.^o SAH. Adunque il rettangolo SAH è eguale al quad.^{to} del semidiametro del dato cerchio POM.

Sono dunque le linee SH, BD, ed il diametro del cerchio dato accomodate in un med.^o cerchio. Trovato adunque il centro de' punti BDS o vero BHD che è un med.^o punto R, tirisi al centro A del cerchio dato la linea RA, sop.^a la quale ad ang.ⁱ retti tirisi la PA, quale si prolunghi in M, sarà PM diametro del cerchio POM; et per detti punti PM come ancora per i punti BD passa il cerchio SPHM; adunque il d.^o cerchio divide il dato in p.^{ti}

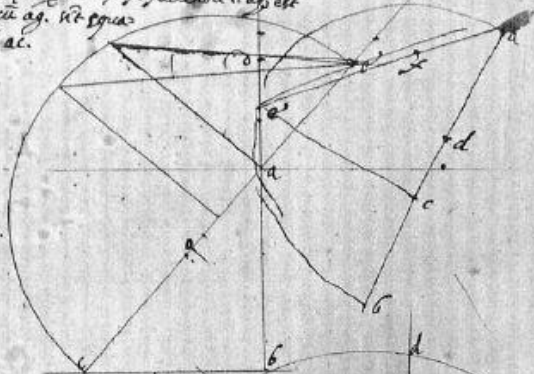
eg.^{li} e passa per i punti dati; che s'aveva a dimost.^{re}.

[*car. 33f*]



Ma che il rettang.^o SAH sia eg.^{le} alli dua GAF, SFH si dimostra così: Il rettang.^o SAH è eg.^{le} alli due SAF, SA.FH, de' quali il rettang.^o SAF è eg.^{le} a' dua GAF, SG.AF, cioè AFH; adunque il med.^o rettangolo SAH è eg.^{le} a' 3 rett.^{li} SA.FH, GAF, AFH. Ma li dua SA.FH, AFH sono eg.^{li} al rettang.^o SFH, adunque il rettang.^o SAH è eg.^{le} a' dua GAF, SFH; che s'aveva a dimost.^{re} - Del S.^r Galileo.

① tempus p. fi. et fo. tempus p. tota fa. et p. media iter. ff. fa. (e. n. fa. quod si)
 erit temp. p. fa. et ff. ex tempus media. of. temp. media. (ff. oi)
 erit tempus p. ac. ex ff. Faciendum itaq. est
 ut ff. cu. ag. sit equa
 et ipse ac.



Sit factu: Et sit tempus p. dca. ex c
 ite cu. tempus p. ac. ex gete dca.
 Sit dca. tempus p. dca. erit fa. tempus
 p. fa. et p. tota fa. erit fh. tempus
 fi. et p. tota fa. ac. ex p. erit
 ai. f. ambus ipse dca. erit tempus
 dca. qd. debet ee equalis
 tempus p. ac. ex gete in a
 et ea fa. est tempus p. fa
 tempus p. ac. ex gete dca.
 erit ah. media. tempus iter
 fa. ac. faciendum itaq. e. ut
 ah. sit equalis utriusq. dca. n. p.
 p. tota fa. p. dca. ca. ita ut p. tota fa. p. dca. (ff. oi)
 dca. cu. ex tempus media. iter. p. fa. n. p. fa.
 (ff. oi ai) sit equalis media. iter. at. a. f. n. p. fa. ipse ah. Quid si ponat ca.
 et tempus p. ca. erit ba. tempus p. ab. et ag. p. ca. Et ponit fa. equalis ac. erit fi. ②

1^a Propos. Et il Proietto descrive la Parabola

2^a Trova il mos & tempo di 2. equali & l'apice equo, e l'oriz. eguale & amodo?

3. Considera il moto Espresso & l'oriz. Equo & l'apice Equo, e l'oriz. Equo.

4. Alora con li della Determina l'Impeto & l'oriz. Equo & l'apice Equo.

5. Trova nell'ang. protetto della Par. l'oriz. Equo & l'apice Equo, e l'oriz. Equo.

6. Segue il Canalis & la meta del Canalis & media tra l'altrezza & la sublimità della Par. & l'apice Equo, e l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo.

7. Data la sublimità & l'altrezza troua l'Impeto della Par.

8. Nel bascuar Par. di Impeto equali minor l'oriz. si ricerca l'equale la cui apice & l'oriz. Equo.

9. Segue il Canalis & la meta del Canalis & media tra l'altrezza & la sublimità della Par. & l'apice Equo, e l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo.

10. Le ampiezze dei canali cauitati di l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo.

11. Le ampiezze sono equali delle Par. & l'altrezza, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo.

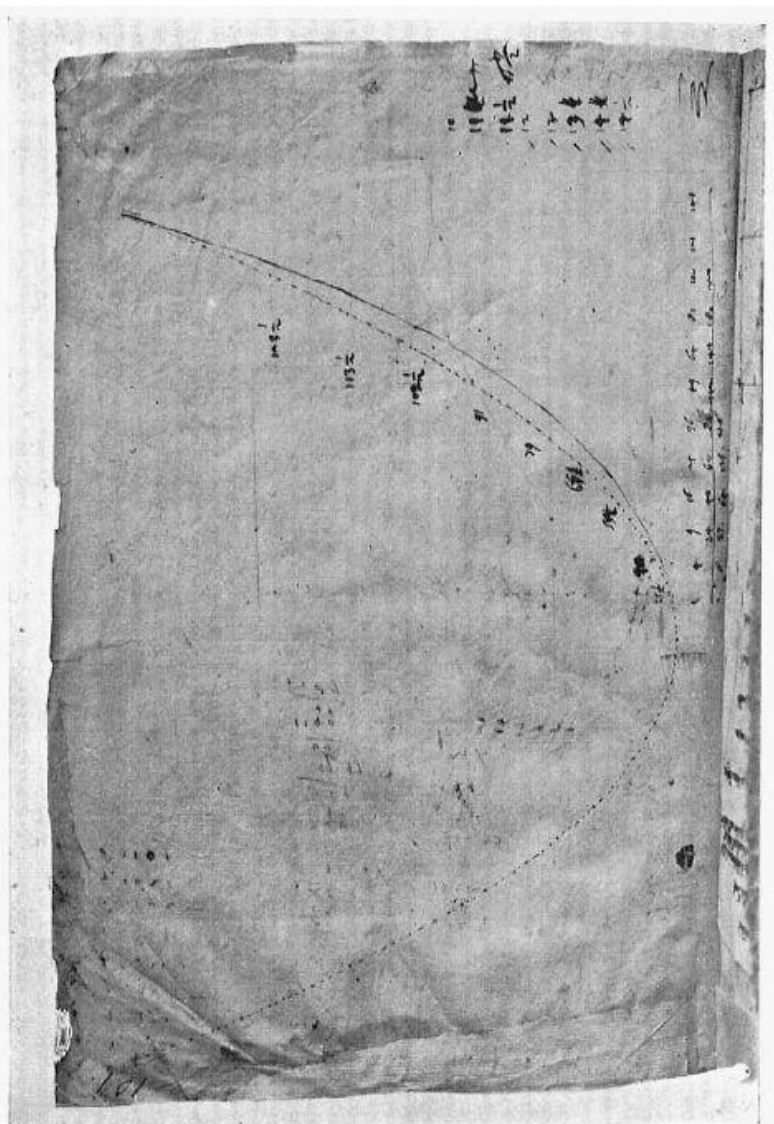
12. Il momento della par. & l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo.

13. Il momento di qual voglia l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo.

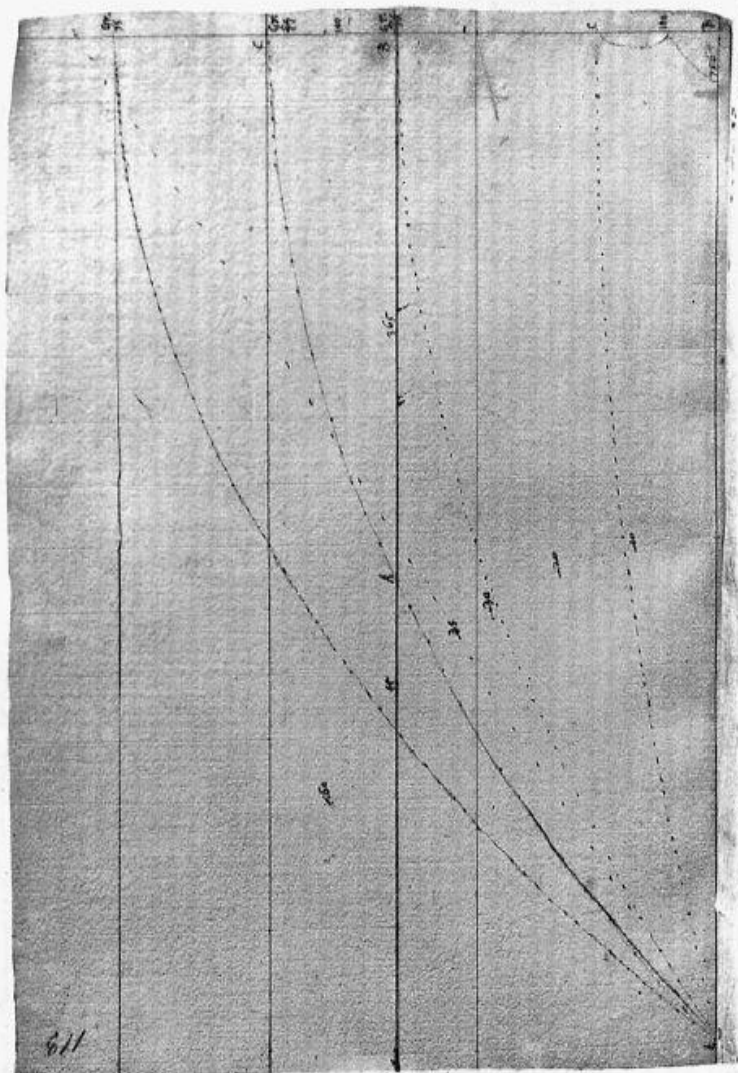
14. Data l'Impeto, & l'altrezza troua l'altrezza della par.

15. Et la Par. si ricerca l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo, e l'apice Equo, e l'oriz. Equo.

[car. 107r].



[car. 113r].



caput p. Ab ad tipos caput. 1c. qd erat probanda.

Momenta gravitatis cuiuslibet mobilis sup. plano inclinato
et in perpendiculari gravitatis respondent longitudini, et
elevations cuiuslibet plani.



Sic ad mobile ab. plani inclina-

ti cuiusvis in quo sumet quod-
cunq. puncti. v. et demum perpendicularis ad mobile co. sic plani ca.
altitudo seu elevationis, dico momenta gravitatis mobilis d. sup. plani
ca. ad totale perum momenta in perpendiculari co. et ut utriusq. co.
ad mobile plani longitudinalis ca. p. aut e conversis probari etc.

Momenta gravitatis cuiuslibet mobilis sup. Diversos
planos. Elevationes tant. exten. p. gravitatis
eandem tot. qua eor. de planis longitudinalis
Qua eadem elevationes respondent

Sint Diversi plani inclinationes ab. ac. p. q. ad eide
elevationi ad respondent. Dico momenta
gravitatis cuiuslibet mobilis sup. ab. ad mobile
ti gravitatis sup. ac. eandem fore tota.



quon longitudinalis ac. tot. ad longitud. de
ad. ex antecedent. n. momenta gravitatis sup. ab. ad totale moneta
in perpendiculari ad. est ut ad. ad. totale v. momenta ad ac
momenta p. ac. est ut ca. ad. ad. ca. Equale v. momenta ad ac
momenta p. a. ad mobile ab. est ut longitud. ca. ad longitudinem
ab. et d. q. d.